

新
知
图书馆

第一辑

数学的奠基者

$$\operatorname{arccoth}(z) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{z+1}{z-1} \right)$$

$$[1 - \frac{P_{i+1}}{P_i}]^{\frac{1}{N}}$$

$$\sin(x) = (\sin x - e^{-ix})/2$$

$$S^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_i)^2}{N}}$$

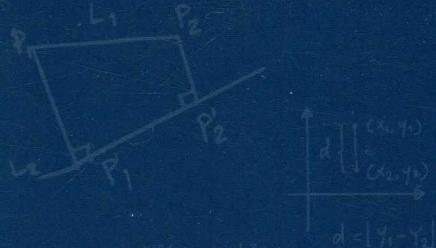
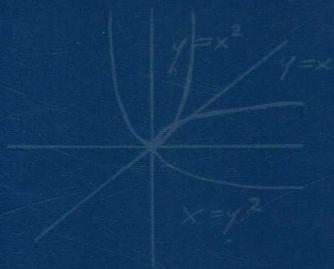


$$a^0 = 1 [a_0]$$

$$a^n = \{a^n [a_0]$$

$$\operatorname{csch}(z) = \cos(iz)$$

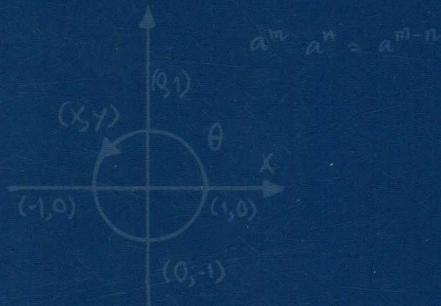
$$b^2 = (a+b)^2$$



$$\operatorname{coth}^2(x) - \operatorname{csch}^2(x) = 1$$

$$[J_n] = a^n b^m, b \neq 0$$

$$y_{i+1} = y_i + x_n(b-a)y_i$$



$$y_{i+1} = y_i + (x_n/2)(a - y_i^2)$$

$$x_{n+1} = (x_n/2)(3 - a x_n^2)$$

THE FOUNDATIONS OF MATHEMATICS

【美】迈克尔·J. 布拉德利/著 陈松等/译



上海科学技术文献出版社
Shanghai Scientific and Technological Literature Press

新
知
图书馆

第一辑

数学奠基者

THE FOUNDATIONS OF MATHEMATICS

【美】迈克尔·J. 布拉德利/著 陈松等/译



上海科学技术文献出版社
Shanghai Scientific and Technological Literature Press

图书在版编目 (CIP) 数据

数学的奠基者 / (美) 迈克尔 · J. 布拉德利著 . 陈松等译 .
—上海：上海科学技术文献出版社，2019
(新知图书馆)
ISBN 978-7-5439-7831-7

I . ① 数 … II . ① 迈 … ② 陈 … III . ① 数学家一生平事
迹—世界 IV . ① K816.11

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 025159 号

Pioneers in Mathematics: The Birth of Mathematics: Ancient Times to 1300

Copyright © 2006 by Michael J. Bradley

Pioneers in Mathematics: The Age of Genius: 1300 to 1800

Copyright © 2006 by Michael J. Bradley

Pioneers in Mathematics: The Foundations of Mathematics: 1800 to 1900

Copyright © 2006 by Michael J. Bradley

Copyright in the Chinese language translation (Simplified character rights only) ©
2014 Shanghai Scientific & Technological Literature Press Co., Ltd.

All Rights Reserved

版权所有，翻印必究

图字：09-2014-109

选题策划：张 树

责任编辑：王 璞

封面设计：合育文化

数学的奠基者

SHUXUE DE DIANJI ZHE

[美]迈克尔 · J. 布拉德利 著 陈 松 等译

出版发行：上海科学技术文献出版社

地 址：上海市长乐路 746 号

邮政编码：200040

经 销：全国新华书店

印 刷：常熟市人民印刷有限公司

开 本：720×1000 1/16

印 张：15.75

字 数：282 000

版 次：2019 年 1 月第 1 版 2019 年 1 月第 1 次印刷

书 号：ISBN 978-7-5439-7831-7

定 价：45.00 元

<http://www.sstlp.com>

前言

人类孜孜不倦地探索数学。在数字、公式和公理背后，是那些开拓人类数学知识前沿的先驱者的故事。他们中有一些人是天才儿童，有一些人在数学领域大器晚成。他们中有富人，也有穷人；有男性，也有女性；有受过高等教育的，也有自学成才者。他们中有教授、天文学家、哲学家、工程师，也有职员、护士和农民。他们多样的背景证明了数学天赋与国籍、民族、宗教、阶级、性别以及是否残疾无关。

《数学的奠基者》记录了25位在数学发展史上扮演过重要角色的数学大师的生平。这些数学大师的生平事迹和他们的贡献对初高中学生很有意义。总的来看，他们代表着成千上万人多样的天赋。无论是知名的还是不知名的，这些数学大师都在面对挑战和克服障碍的同时，不断地发明新技术，发现新观念，扩展已知的数学理论。

本书讲述了人类试图用数字、图案和等式去理解世界的故事。其中一些人创造性的观点催生了数学新的分支；另一些人解决了困扰人类很多个世纪的数学疑团；也有一些人撰写了影响数学教学几百年的教科书；还有一些人是在他们的种族、性别或者国家中最先因为数学成就获得肯定的先驱。每位数学家都是突破已有的基础、使后继者走得更远的创造者。

从十进制的引入到对数、微积分和计算机的发展，数学历史中最重要的思想经历了逐步的发展，每一步都是无数数学家个人的贡献。很多数学思想在被地理和时间分割的不同文明中独立地发展。在同一文明中，一些学者的名字常常遗失在历史中，但是他的某一个发明却融入了后来数学家的著述中。因此，要准确地记录谁是某一个定理或者某一个思想的确切首创者总是很难的。数学并不是由一个人创造，或者为一个人创造的，而是整个人类求索的成果。

阅读提示

在 20 个世纪之中, 来自不同文明社会的学者提出了很多数学思想, 这些数学思想标志着基础的算数、数论、代数学、几何学和三角理论的创立, 也标志着天文学和物理学中一些相关科学的创立。

在公元前 1 000 多年中, 古希腊的学者们经过长期研究, 对实践和数学理论相结合的科学体系的发展起到了巨大推动作用, 使之更加趋于完整。在公元前 7 世纪, 米利都学派的泰勒斯 (Thales of Miletus) 提出了人类历史上最早的几何定理证明。一个世纪以后, 萨摩斯学派的毕达哥拉斯 (Pythagoras of Samos) 在他创建的学校里, 和他的追随者们研究包括完全数、直角三角形三边长的关系 (勾股定理) 以及 5 种正多面体的问题。在公元前 3 世纪, 亚历山大学派的欧几里得 (Euclid of Alexandria) 写出了《几何原本》 (Elements), 在差不多 2 000 年的时间中, 这本书一直被奉为几何学研究必须遵守的范例。叙拉古学派的阿基米德 (Archimedes of Syracuse) 使用创新的几何学方法估算出周长、面积和体积, 确定了圆的切线, 还研究出了三等分角的方法。4 世纪, 为了保存和提高希腊早期学者的研究作品, 亚历山大学派的希帕提亚 (Hypatia of Alexandria) 写下了对这些作品的注释, 就目前所知, 她是历史上第一个写作和教授高等数学的女性。

印度历代的数学家们在数学的各种分支学科中也发展了各种先进的思想和技术, 这一时期最早的两个印度学者是阿里耶波多 (Aryabhata) 和婆罗摩笈多 (Brahmagupta)。6 世纪, 阿里耶波多提出了一个按字母顺序排列的符号系统, 用来描述一些大数; 同时他还提出了估算距离、确定面积和计算体积的方法。7 世纪, 婆罗摩笈多提出了负数的演

算规则，还提出了利用迭代法计算角的正弦值和平方根的运算法则。

在接下来的6个世纪中，来自阿拉伯的数学家们进一步拓展了希腊和印度学者的发现。9世纪，数学家穆罕默德·花刺子米(Mohammed ibn musa Al-khowarizmi)在已知最早的代数学课本中系统论证了一元二次方程的解法。11世纪，奥马·海亚姆(Omar Khayyam)发展了解决代数学方程的几何方法并详述了欧几里得关于比率的理论。

13世纪，意大利的列奥纳多·斐波那契(Leonardo Fibonacci)写了一本介绍印度和阿拉伯学者发展的以10个数字为基础的算术系统和运算法则的书。他的书是为数不多的关于算术和计算法则的作品，这些作品使西欧人对希腊数学重新产生了兴趣，同时也使他们对采用印度和阿拉伯的记数系统表示信服。

14世纪的伊朗数学家吉亚斯丁·贾姆希德·麦斯欧德·阿尔卡西(Ghiyāth al-Dīn Jamshīd Mas'ūd al-Kāshī)改进了数值估算的方法，并且提出了许多几何方法，用于确定建筑的拱、穹隆以及拱顶的面积和体积。

在欧洲文明重新觉醒的文艺复兴早期，学者们恢复了他们对数学研究的兴趣。他们修复了希腊数学的经典著作，并学习了亚洲以及中东地区先进的数学思想。大学、图书馆以及科学院都致力于整个欧洲的知识进步和保存，并逐渐取代了受宫廷皇室以及宗教寺院所影响的教育的中心地位。

在这段过渡时期，很多有着远大志向的学者们，都会通过自学各种先进的技术，来弥补他们数学知识的局限。16世纪的一位法国律师弗朗索瓦·韦达(François Viète)引入了一套符号方法：他使用元音字母来表示变量，用辅音字母表示系数，从而带来了代数的革命。17世纪早期，苏格兰贵族约翰·纳皮尔(John Napier)为了简化计算过程，发展出了一套对数系统。另一位法国律师皮埃尔·德·费马(Pierre de Fermat)对素数的性质、整除性以及整数的幂进行了研究，奠定了现代数论的基石。

17世纪中叶，欧洲建立了一个国际性的数学组织，使许多不同的国家研究同一问题的学者们得以交流他们各自的成果，并探讨所遇到的困难。许多数学家都开发出了独立的技巧来寻找曲线的切线方程、极值坐标和曲线下的面积，还发展了特定情况下寻找有限的几类函数质心的方法。英格兰的艾萨克·牛顿爵士(Sir Isaac Newton)以及德国的戈特弗里德·莱布尼茨(Gottfried Leibniz)综合了他们的许多想法，各自独立地发展出了微积分的理论，对数学的发展以及自然科学研究产生了巨大的影响。

18世纪的数学家们规范了微积分的理论基础，并且拓展了它的运算技巧。瑞士数学家莱昂哈特·欧拉(Leonhard Euler)为代数、几何、微积分以及数论的

发展作出了卓越的贡献，并将这些学科应用到了力学、天文学以及光学中去，得出了许多重要的结论。

尽管当时的自然科学在美洲并没有得到太大发展，但仍然有很多业余科学们在求知的道路上孜孜不倦地奋斗着。在缺乏高等学术研究机构以及学者组织的情况下，他们坚持着阅读、实验以及与欧洲同事们的通信往来。本杰明·班尼克（Benjamin Banneker），一位自学成才的自由黑人烟草商，参与勘测了哥伦比亚特区的边界，并且为他著名的12本年历计算了许多天文和潮汐的数据。

19世纪的数学家们孜孜不倦地对细节进行仔细推敲，这最终促使他们重新考虑数学体系的结构。高斯和其他几位数学家注意到欧几里得（Euclidean）几何中的平行公理独立于其他公理，由此他们发现了另一套系统即非欧几里得几何学的存在。阿贝尔和法国数学家埃瓦里斯特·伽罗华（Évariste Galois）发现多项式方程的解与置换群有关，同时这些群的结构与方程的性质相互对应。康托对集合论公理的研究导致对整个数学结构的重新思考。

在对数学体系结构进行研究的同时，19世纪的数学家们还为该学科创立了众多新的分支。伽罗华的思想促进了群论的发展；阿贝尔的工作创立了泛函分析；康托的创新工作标志着集合论的建立；法国数学家亨利·庞加莱（Henri Poincaré）引入许多新的理念，这些新理念建立起一系列数学新分支，如代数拓扑、混沌理论和多复变量理论。英国护士佛罗伦斯·南丁格尔（Florence Nightingale）证明了以数学的新分支统计学为基础，可以有效地为社会工作带来积极的改变。英国数学家艾达·洛夫莱斯（Ada Lovelace）第一个阐述了计算机编程过程。

19世纪数学活动传播到整个欧洲，数学不再是只为少数学术机构中受过高度训练的学者和极个别业余数学家存在的精英领域，它已可以被所有受过教育的人们所接受。不断增加的数学杂志、专业协会和国际会议提供了广泛交流数学思想的机会，不断增加的女性学者们开始为数学学科的进步作出贡献。俄罗斯数学家桑娅·柯瓦列夫斯基（Sonya Kovalevsky）、法国数学家玛丽—索菲·热尔曼（Marie-Sophie Germain）、苏格兰数学家玛丽·萨莫维尔（Mary Somerville）是其中的杰出代表。

19世纪欧洲的数学发展成熟，成为一门严格的学科，并吸引了欧洲大陆上几乎所有国家的广泛参与。数学基础结构的成形使得引入新学科分支成为可能。全书25位数学家以他们迷人的智慧和开拓性的工作为数学学科的进步和世界知识的发展做出了贡献。本书中关于他们成就的介绍，仅仅是对这些探索数学科学的先驱们生活和思想的一次走马观花的展示。

目 录

前言	1
阅读提示	1
一 泰勒斯(约公元前625—公元前547年,米利都学派) 对几何理论最早的证明	1
二 毕达哥拉斯(约公元前560—公元前480年,萨默斯学派) 证明了直角三角形定理的古希腊人	11
三 欧几里得(约公元前325—公元前270年,亚历山大学派) 使数学变得完整而有序的几何学之父	23
四 阿基米德(约公元前287—公元前212年,叙拉古学派) 几何方法的改进者	34
五 希帕提亚(约370—415年,亚历山大学派) 第一位女数学家	45
六 阿里耶波多(476—550年) 从字母表示数字到地球的自转	53
七 婆罗摩笈多(598—668年) 数值分析之父	63

八 阿布·贾法尔·穆罕默德·伊本·穆萨·花剌子米(约800—847年) 代数学之父	73
九 奥马·海亚姆(约1048—1131年) 数学家、天文学家、哲学家和诗人	82
十 列奥纳多·斐波那契(约1175—1250年) 印度-阿拉伯计数法在欧洲	91
十一 吉亚斯丁·阿尔卡西(约1380—1429) 精确的小数近似	99
十二 弗朗索瓦·韦达(1540—1603) 现代代数学之父	109
十三 约翰·纳皮尔(1550—1617) 对数发明者	119
十四 皮埃尔·德·费马(1601—1665) 现代数论之父	128
十五 布莱兹·帕斯卡(1623—1662) 概率论的共同创立者	138
十六 艾萨克·牛顿(1642—1727) 微积分、光学和重力	146
十七 戈特弗里德·莱布尼茨(1646—1716) 微积分的共同创立者	158
十八 莱昂哈特·欧拉(1707—1783) 18世纪的顶尖数学家	168

十九 玛丽亚·阿涅西(1718—1799) 数学的语言学家.....	178
二十 本杰明·班尼克(1731—1806) 早期的非裔美国科学家.....	185
二十一 玛丽-索菲·热尔曼(1776—1831) 素数和弹性领域的发现.....	194
二十二 卡尔·弗里德里希·高斯(1777—1855) 数学“王子”	203
二十三 玛丽·费尔法克斯·萨莫维尔(1780—1872) 19世纪的科学“女王”	214
二十四 尼尔斯·亨利克·阿贝尔(1802—1829) 椭圆函数.....	222
二十五 埃瓦里斯特·伽罗华(1811—1832) 群论的革命性创始人.....	230



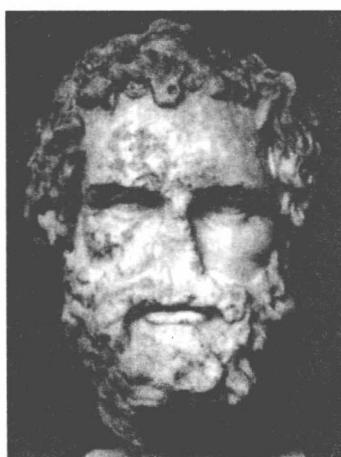
—

泰勒斯

(约公元前625—公元前547年,米利都学派)

对几何理论最早的证明

在希腊神话占据着人们思想的那个世界中,米利都学派的泰勒斯(Thales of Miletus)却把对自然哲学的研究变成了一门独立的学科。他对几何学中5个定理的证明给数学带来了逻辑理论的概念;作为一个天文学家,他成功预言了一次日食的出现,还通过对天上星辰的观察改进了当时已经存在的航海技术;他对一些实际的问题总有自己一套独创的解决办法,例如如何测量金字塔的高度、发现驴过河摔倒的秘密、解决河与船距离的问题等等,这些巧妙的解决方法使泰勒斯在古代希腊很快就成为妇孺皆知的人物。



早年生活

对于泰勒斯的出生日期,历史记录中一直存在争议,目前主要有公元前641年和公元前625年这两种说法,但后者因为显得更为准确而更能被大众所认可。他出生于米利都(Miletus),这是一个位于爱琴海边的小城,现在属于土耳其爱奥尼亚(Ionia)的希腊省,从这里往西320千米就到了海岸边,可以看到大海对面的雅典。米利都是一个海港城市,连接地中海地区与印度以及近东其他国家的贸易道路就从这里经过,地理位置十分优

米利都学派的泰勒斯证明了最早的几何学定理(格兰杰收藏馆)。

越。当泰勒斯离开家乡在外面游历的时候，就被人们称为米利都学派的泰勒斯。

对于泰勒斯的家庭和早年的生活，我们所知甚少。他的母亲克里奥布琳（Cleobuline）和他的父亲埃克姆耶斯（Examyes）都来自贵族家庭，但对于他们的事业和成就我们并不了解。泰勒斯年轻的时候，游历于埃及和巴比伦（现代的伊拉克地区），由于自己对天文学、数学和科学浓厚的兴趣而四处奔走。他学会了埃及人用几何技术测量距离的方法，还跟他们学会了利用小块农田计算面积的方法，另外，他还学得了巴比伦人的天文学和60进制记数系统的使用方法。

自然哲学家

公元前590年左右，泰勒斯返回米利都，创办了爱奥尼亚哲学学校。在这所学校里，泰勒斯给学生们讲授科学、天文学、数学和哲学等科目的知识。在哲学课上，他与学生共同分享他对生命意义的感悟和对智慧的热爱。他始终强调提问的重要性，特别是要多问“为什么”，他还总是会强调这样的观点，即在这个世界上，无论在什么领域的研究中，无论是什么工作，都可以被一套潜在的、合乎逻辑的理论解释得清清楚楚、条理分明。

在那个时候，希腊人都相信他们的生命活动是由众多天神的行为所支配的。根据他们的神话传说，农神得墨忒耳（Demeter）掌管农作物和动物的生长；酒神狄厄尼索斯（Dionysus）决定酒品尝起来是甜的还是苦的；爱与美的女神阿芙洛狄特（Aphrodite）使人们坠入爱河；战神阿瑞斯（Ares）则决定着战争的胜负。但泰勒斯并不能接受这个事实，他觉得用这些神的故事来解释事物发生的原因是荒谬的。那么为什么这个世界是这样运行的呢？他相信一定能找到一些自然的原因来解释。

就像他那个时代的人们所理解的那样，泰勒斯也认为我们的陆地是一个大圆盘，而这个圆盘则是漂浮在一个充满水的汪洋大海上的。根据一个希腊神话的描述，在这片陆地下的海洋中生活着海神波塞冬（Poseidon），当他生气的时候就会震动地面，这样就引发了地震。为了寻找一个更合乎逻辑也更自然的解释，泰勒斯是这样进行推理的：如果海浪可以使船前后摇摆，那么陆地下面海洋的波浪不断从下面反推地面也就会使地面震动。他把这个理论传授给他的学生，并且鼓励他们给别的物理现象也寻找一些相似的解释。

虽然泰勒斯关于地震起因的理论并不正确，但是他努力探寻物理现象背后的自然原因的思想，他不轻易迷信那些超自然的玄妙解释的精神，的确给人类了

解世界的奥秘开辟了一条崭新的道路。他对自然解释的不懈追求和将事物的因与果统一起来的理论，被后人称为自然哲学。亚里士多德（Aristotle）在他的《形而上学》（Metaphysics）一书中，尊称泰勒斯为爱奥尼亚自然哲学的创始人。通过对解释物理现象的自然法则的努力探索，泰勒斯为科学的发展铺平了道路。

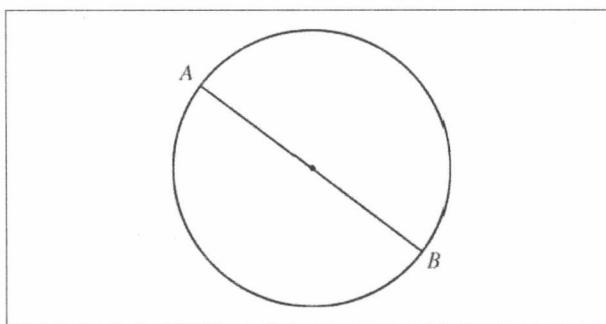
对数学定理最早的证明

在泰勒斯的学校里，他告诉学生们，数学思想并不仅仅是一堆互不相关的规则的集合，它们互相之间是存在逻辑上的关联的。他同时还认为，一些数学上的结论之所以正确，并不能简简单单地归因于它们与我们的生活经验相符合，其中必然还有更加深刻的原因。泰勒斯探索出了一整套基本理论和基本逻辑来帮助他的研究，使他能够以这些理论为基础，从其中推演出所有的数学定理和规则，他称这些基本理论为公理和公设。通过一定逻辑上的论证，能够从这些公理和公设中得到的一些特殊结论，称为定理，而这个逻辑推理的过程则被称为证明。

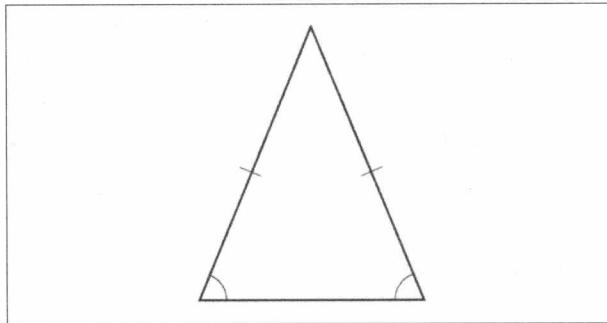
泰勒斯证明了5个定理，这5个定理都与圆和三角的几何特性有关。这些结论虽然被公认是正确的，但在泰勒斯之前并没有人解释过为什么它们是正确的，是泰勒斯告诉了人们，这些定理是如何通过逻辑上的推演，在基本几何公理的基础上得到的。

以下就是泰勒斯所证明的5个定理：

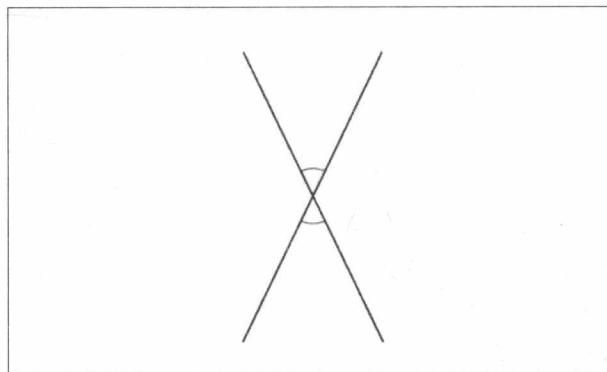
1. 任何一条通过圆心的直线都将圆分割成面积相等的两部分。换句话说，就是“直径平分圆周”。



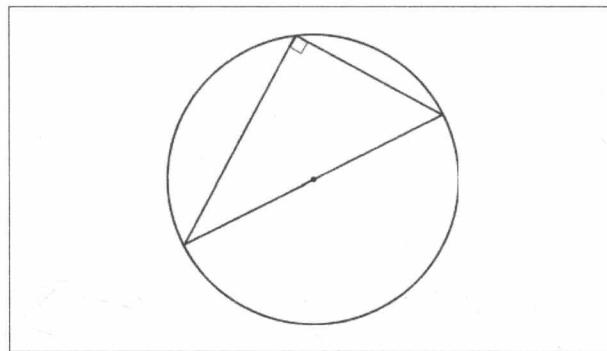
2. 如果一个三角形的两条边长度相等，那么与这两条边相对的两个角的角度也相等。也就是说，“等腰三角形的底角相等”。



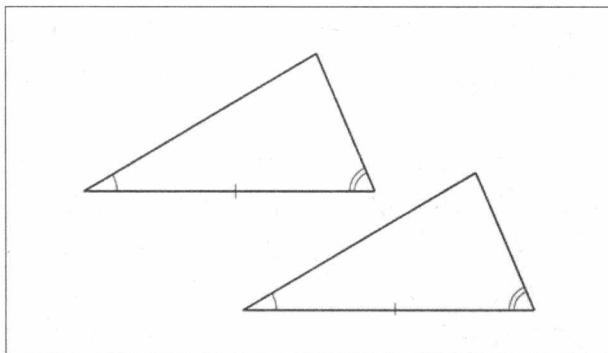
3. 如果两条直线相交,那么其中任意两个相对的角相等。简而言之,就是“两直线相交,对顶角相等”。



4. 如果三角形的三个顶点(即角的顶点)都在一个圆上,同时三角形其中的一条边恰好是圆的直径,那么这个三角形就是直角三角。换句话说,就是“对半圆的圆周角是直角”。



5. 如果一个三角形中的两个角和这两个角中间的那条边与另一个三角形中相应的两个角和一条边相等,那么这两个三角形是全等的三角形。这就是判断全等三角形的“角边角定理”。



然而,泰勒斯从来没有写过关于数学知识的书,而且后世的数学家们对这些结论也给出了更加优美的证明,因此,泰勒斯对这5个数学定理所给出的最早证明已经无从查找了。但是,是泰勒斯最早提出了“数学定理必须要被证明”的观点,这一观点对重新定义数学的本质产生了深远影响。数学,这一在此之前早已沦为一堆测量技术和计算规则简单拼凑起来的学科,变成了一个充满理性分析的科学体系,焕发出了强大的生命力。泰勒斯一直强调要从基本定理通过理性分析得到逻辑上的推论,这种解决问题的方法,也成为研究和利用几何知识的本质,同时也成为数学所有分支学科的基本特征留存至今。

天文学中的发现

泰勒斯除了是一位著名的哲学家和数学家以外,还是一位出色的天文学家。公元前585年,他曾准确预言了一次日全食的发生。通过阅读古巴比伦天文学家多年来保存的记录,泰勒斯有足够的能力来确定月球何时会从太阳的前面通过,从而确定他们这个地方的阳光将被遮蔽的时间。他所具备的预言此类事情的发生和解释其中原因的能力,使他的希腊同胞们感到惊奇,他们都认为太阳的消失意味着神在表达对他们的愤怒。因此在泰勒斯的一生中,相对于其他方面的成就来说,对此类事件精确预报的能力自然要显得著名得多。

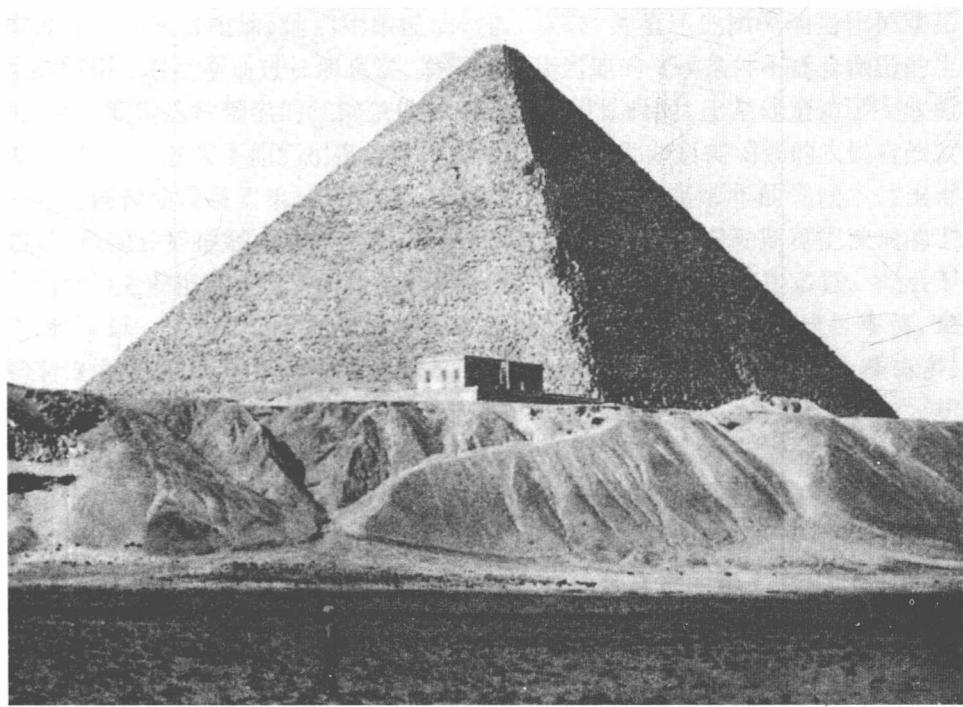
夏至是一年中白天最长的一天，而春分和秋分则是一年中昼夜平分的日子，是泰勒斯提出了预报和解释这几个日子的理论。有些历史学家认为他曾写了一本天文学方面的书，专门介绍日食、冬至、夏至和春分、秋分，但至今还没有找到这本书的任何一个版本。

除了研究太阳，泰勒斯还观察星空。古希腊人已经可以识别很多星星，并且按照形状把这些星星分组，就产生了星座。他们根据这些星座的形状把它们比作各种各样的动物和人物，为这些星座起了不同的名字，比如天蝎座、水瓶座、狮子座和双子座等，又根据其中12个星座的名字来命名它们所对应的月份，进而发展出了一套称为占星学的复杂理论，这套理论可以根据人们出生时黄道十二宫图的指示，解释他们的性格和命运是如何被上天所决定的。但泰勒斯并不相信占星术，他真正感兴趣的是如何利用星座的位置来帮助航海的水手们确定他们所在方位，进而指导他们寻找到自己的目的地。大熊星座，也就是我们通常所说的北斗七星，是希腊水手们之前在航行中使用的主要导航之一。泰勒斯提出了一个新的星座：小熊星座，它也被称为“小北斗”，他建议水手们依靠这个星座来指引他们的航行。这个星座由6颗恒星组成，其中包括天空中最亮的星星之一——北极星，用它来确定天空中的位置更为可靠。在一本名为《导航之星》(The Nautical Star Guide)的关于航海的书中，我们可以看到这样的建议，虽然也许是泰勒斯提出了这一理论，但学者们却认为这本书是与泰勒斯生活在同一时期的萨摩斯学派的福科斯(Phokos of Samos)所著的。

别出心裁解决实际问题

泰勒斯的著名学者的名声广为传播，无论他走到哪里，当地的人们都会请求他帮助解决一些难题。有一次泰勒斯来到埃及，法老听说泰勒斯来了，就让他来帮忙确定一座金字塔的高度。正当他努力思考解决这个问题的方法的时候，他突然发现，在一天里不同的时候，阳光下物体影子的长度是不一样的。他推测，当他自己影子的长度和他本人的身高相等的时候，金字塔影子的长度也应该和它自身的高度相等。通过使用这个简单的定理，他成功地确定了金字塔的高度。

有一次，希腊的克罗伊斯(Croesus)将军的军队来到了哈利河(Halys River)边，这条河实在太宽了，根本无法架桥通过，河水又很深，也不能直接行



泰勒斯用测量金字塔影子长度的办法来确定金字塔的高度。

军通过，克罗伊斯将军就去征求泰勒斯的建议，让他帮助军队过河。思索片刻之后，泰勒斯让将军带领他的人马和所有装备来到河堤上，然后，他让士兵在他们背后的地上沿着河水流淌的方向挖掘出一条运河。当运河的两端与河相通时，大部分河水就从原来的河道里流到军队后面的运河里，当河水流到更远处的下游的时候，又会流回原来的河道。这样的话，原来河里的水自然而然就变浅了，将军的军队就能很容易地从浅浅的河水中行军而过了。

商人和水手很想找到一种方法来确定船和岸的准确距离，揣着这样的困惑，他们也找到了泰勒斯。对一艘正在离开或者驶入港口的船，一般他们都站在岸边目测，根据船在人眼中的大小来估算船的远近，但仅仅这样的估算无法满足他们的需要，他们很想找到一种更加直观的方法来精确计算船的距离。泰勒斯利用他掌握的相似三角形的知识，提出了一套准确计算这一距离的方法。所谓的相似三角形就是三个角都相等但是大小不等的一系列三角形，泰勒斯认为，如果两个三角形是相似三角形，那么其中一个三角形的两条边长的比值和另一个三角形相对应的两条边长的比值是相等的。