

HHT 理论算法及其

在现代信号处理中的应用研究

◎ 贺伟 著

HHT 理论算法及其

在现代信号处理中的应用研究

◎ 贺伟
著

图书在版编目(CIP)数据

HHT 理论算法及其在现代信号处理中的应用研究 / 贺伟著. —长春: 吉林大学出版社, 2018.8
ISBN 978-7-5692-2972-1

I. ①H… II. ①贺… III. ①信号分析—研究 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 203440 号

书 名: HHT 理论算法及其在现代信号处理中的应用研究

HHT LILUN SUANFA JI QI ZAI XIANDAI XINHAO CHULI ZHONG DE
YINGYONG YANJIU

作 者: 贺 伟 著

策划编辑: 邵宇彤

责任编辑: 邵宇彤

责任校对: 郭湘怡

装帧设计: 优盛文化

出版发行: 吉林大学出版社

社 址: 长春市人民大街 4059 号

邮政编码: 130021

发行电话: 0431-89580028/29/21

网 址: <http://www.jlup.com.cn>

电子邮箱: jdcbs@jlu.edu.cn

印 刷: 定州启航印刷有限公司

开 本: 710mm × 1000mm 1/16

印 张: 18.25

字 数: 290 千字

版 次: 2019 年 1 月第 1 版

印 次: 2019 年 1 月第 1 次

书 号: ISBN 978-7-5692-2972-1

定 价: 69.00 元

前 言

随着社会的迅猛发展和信号处理技术的广泛应用,人们对新的信号处理理论及技术关注日益增强。目前,现代信号处理以强大的渗透力,被许多重要的领域所采用:工程建设部门用来仿真大型建筑结构的抗震防震性能;机械制造业用以分析机械结构振动的模型,从而改进振动性能及结构;地球物理领域用以地球运动变化信息分析研究;医学领域用于B超、X光片以及生理电信号等的分析诊断;电信与电子学领域,数字信号处理更是最直接的应用。

基于此,笔者结合了研究生阶段学习及参与导师科研项目情况,在本人撰写的“基于HHT和支持向量机的旋转机械故障诊断研究”(2014年云南省优秀硕士论文)学位论文和后期发表的相关性研究论文的基础上,查阅了大量国内外相关文献和进行了大量的信号仿真分析,利用Matlab编程语言开发平台,就HHT在现代信号处理中的应用开展了深入而系统的研究。全书主要包括以下内容。

(1)对HHT变换的基本理论进行简要的介绍。首先,介绍了几个基本概念:IMF、Hilbert变换、瞬时频率。其次,讲述了经验模态分解方法的分解步骤及几个关键性问题。再次,介绍了Hilbert时频谱及边际谱的概念。最后,给出了HHT流程图,并结合滚动轴承的实测信号对EMD方法在非平稳信号处理中的有效性进行验证。

(2)介绍端点效应在HHT中表现的两个方面,并对以往对端点效应的抑制方法进行了大概的描述;针对周期性较强的信号,提出了半波均值波形延拓的方法来对端点效应进行抑制,给出了该方法的详细理论及其算法,通过仿真证明了该方法的有效性;对数据较短的信号介绍了LS-SVM回归的延拓方法,并和未进行端点延拓及镜像延拓等多种情况下的Hilbert谱进行比对,证明了该方法的可行性。结合这两种延拓方法可以很好地解决后期滚动轴承的故障诊断、电力信号分析、语音信号处理等有关问题。

(3)对旋转机械故障的类型、故障诊断方法和旋转机械在发生故障情况下的振动信号的表现形式进行简要的描述。结合故障振动信号的能量随着由激起的相应固有频率的分布情况发生变化的特点介绍了基于能量的故障特征提取方

法,并结合 LS-SVM 对故障类型进行分类,结合实测信号证明了该分类方法的有效性。针对故障情况下和正常状况下的旋转振动信号存在频率相同和不同的特点,引入了基于差异度的信息分离方法,对该方法的有关理论依据和模型设计均做了详细的介绍,并运用该方法对实测信号的 IMF 和正常状况下振动信号的 IMF 分量进行差异度计算,筛选出能代表故障类型的 IMF 分量,通过该方法也使基于能量的故障特征提取方法具有很强的稀疏性,同时使选取 IMF 分量进行研究有了理论依据。对基于固有模态函数包络谱的旋转机械故障诊断方法的理论依据和步骤进行了全面的介绍,并通过包络谱中显示的特征频率与理论计算出的频率进行比对,确定故障类型,再结合实际中不同故障类型下的振动数据对本章的方法进行验证,针对不同类型的实测信号进行 EMD 分解得到一系列的 IMF 分量,通过差异度的信息分离方法筛选出故障信息最为集中的 IMF 分量,然后运用包络谱来观察 IMF 分量中包含的主要故障特征频率与理论计算故障频率进行比较,进而确定故障类型。对信号处理中 Wigner-Ville 分布会出现的交叉项的问题提出了解决办法。介绍了基于 EMD-ICA 算法改进的 Wigner-Ville 算法,并且通过仿真验证了该方法可以有效地消除 WVD 中产生的交叉干扰项,且具有适用范围广的优点。提出的基于 EMD-ICA 联合算法改进的 WVD 应用于轴承故障诊断当中,可以有效地抑制 WVD 交叉项的影响,清晰地分辨出故障分量的频率,然后与公式计算得出的故障频率比对,可以有效地判断出故障发生的位置。

(4) 借助于盲源分离理论技术,通过经验模态分解(EMD)的思想对单通道盲分离进行了系统的研究。给出了 EMD-SIMO 理论实现音频信号处理的方案和一些实验仿真,实验结果证实了该算法的有效性。尝试从不同环境噪声中提取目标信号,根据来源不同的目标信号在各平稳信号序列 IMF 分量上的能量分布情况的差异,把各 IMF 能量作为特征向量,进而达到分类的目的。

(5) 介绍了利用采集到的人体基因数据信号进行 EMD 分解,再对分解出的不同模态进行相应的信号预处理,并以此作为支持向量机分类器的训练和测试样本,分别对结肠癌和正常人进行分类识别,具有一定的可行性,并且在较少样本的情况下就能达到分类的目的,为癌症的识别提出了一种新的方法。

(6) 介绍了地倾斜固体潮现象、永胜地震台台址情况及长水管倾斜仪使用状况,然后结合永胜地震台 2009 年 1 月 1 日至 3 月 31 日共 90 天的 EW 分量数据作为研究目标,分别用基于镜像延拓的 EMD 方法和基于包络线校正的 EMD

方法对该数据进行分解，并对两种不同的分解方法得到的结果进行比较。

(7) 介绍了基于 EMD 的电网谐波检测的硬件设计、软件流程图，详细地描述了三次样条函数在 DSP 上实现的方法及程序，给出了基于 EMD 的电网谐波检测在 DSP 平台上的测试效果图，证明了算法移植的可靠性和准确性。

本书作者立足学科前沿，结合近年的实践和研究工作，在继承前人学术思想和研究成果的基础上进行改进、创新和应用，运用最新理论和方法，对现代信号处理中存在的非平稳信号进行了系统的研究。

本书的出版得到了相关领导、同事和同学的支持和帮助，同时借鉴了有关专家、学者的研究成果。由于笔者水平有限，书中不妥之处在所难免，恳请读者批评指正！

本书可供信号与信息处理专业的人员阅读使用。

贺 伟

2017 年 12 月

目 录

第 1 章	Hilbert-Huang 变换理论介绍	/ 001
1.1	HHT 的研究现状	/ 001
1.2	HHT 理论介绍	/ 003
第 2 章	Hilbert-Huang 变换理论改进研究	/ 015
2.1	EMD 端点效应及解决方法	/ 015
2.2	仿真实验	/ 020
2.3	不同端点处理方法对比	/ 022
2.4	EMD 中分离模态混叠的新方法	/ 029
2.5	Hilbert-Huang 变换端点效应的抑制新方法	/ 043
第 3 章	Hilbert-Huang 变换在旋转机械故障诊断方面的研究	/ 059
3.1	研究的背景、目的及其意义	/ 059
3.2	国内外研究现状及发展趋势	/ 060
3.3	最小二乘支持向量机分类与回归	/ 062
3.4	基于 EMD 的机械故障特征提取	/ 072
第 4 章	HHT 结合盲源分离在音频信号方面的应用研究	/ 114
4.1	研究意义	/ 114
4.2	研究现状	/ 114
4.3	盲源分离经典理论	/ 117
4.4	梯度类变步长盲源分离理论	/ 136
4.5	基于经验模态分解 (EMD) 的单通道	/ 149
4.6	HHT 在车辆音频信号特征提取方面的应用研究	/ 169

第 5 章 Hilbert-Huang 变换在医学方面的应用研究 / 210

5.1 研究现状 / 210

5.2 基于 EMD 和 LS-SVM 的结肠癌识别方法 / 212

5.3 试验结果及其分析 / 213

第 6 章 Hilbert-Huang 变换在地球物理领域的应用研究 / 217

6.1 研究背景及意义 / 217

6.2 基于改进的 HHT 在地倾斜固体潮信号中的应用 / 219

6.3 HHT 计算结果及分析 / 221

第 7 章 Hilbert-Huang 变换在电力工程方面的应用研究 / 225

7.1 研究背景、目的及其意义 / 225

7.2 研究现状、发展趋势及研究内容 / 227

7.3 本章研究内容 / 230

7.4 EMD 算法在谐波检测上的应用 / 230

7.5 SVD 基本理论 / 234

7.6 DSP 平台介绍 / 244

7.7 电网谐波检测 DSP 平台上的实现 / 263

参考文献 / 280

第1章 Hilbert-Huang变换理论介绍

1.1 HHT 的研究现状

HHT (Hilbert-Huang Transformation, 希尔伯特黄变换) 是由美国宇航局 Norden E. Huang 教授 (1998) 提出的一种新的非平稳信号处理方法。该方法由于具有自适应性且是对非线性、非平稳数据分析的有效工具, 因而一直受到相关领域学者的广泛关注与研究, 并取得了一系列的研究成果。它是分析非平稳信号的一种独特分析方法, 自提出以来已经在地震工程、地球物理探测、潜艇设计、结构损害侦测、卫星资料分析、血压变化和心律不齐等众多领域得到了应用。目前, 关于 HHT 的研究主要集中在理论研究、改进算法和拓宽应用等方面。

EMD (Empirical Mode Decomposition, 经验模态分解方法) 和与之相应的 Hilbert 谱统称为 HHT, 它先采用 EMD 将信号分解为若干 IMF (Intrinsic Mode Function, 本征模态函数) 分量之和, 然后对每个 IMF 进行 Hilbert 变换得到瞬时频率和瞬时幅值, 从而得到信号的 Hilbert 时频谱。Hilbert 时频谱表示了信号完整的三维时频分布; HHT 是一种具有自适应的新时频分析方法, 它可根据信号的局部时变特征进行自适应时频分解, 消除了分解中的人为因素。

1.1.1 HHT 的理论研究现状

引入 EMD 是 HHT 的主要创新之处, 尽管提出的概念和方法已经被大量实际应用证明是有效的, 但是它们缺乏比较统一的理论依据, 为此很多学者都在进行这方面的理论研究。

EMD 算法中的重要概念 IMF 只有描述性定义, 然而在 2002 年, 钟佑明等人借助振动信号模型, 提出了 IMF 的本征条件, 并建立其数学模型,

论证了 IMF 局部对称性的要求和用极值点拟合 IMF 信号包络线的合理性。2004 年, P.Flandrin 通过分析噪声序列, 发现 EMD 是有效的、二进的、与小波类似的滤波器簇。同年, Z.Wu 和 Norden E.Huang 通过对白噪声进行经验模态分解, 也得出了类似 P.Flandrin 的结果。2005 年, R.C.Sharpley 和 V.Vatchev 证明 IMF 第一个条件与自伴常微分方程的解具有等价性。2006 年, 钟佑明等人根据 IMF 的定义, 在 Hilbert 变换的 Bedrosian 乘积定理基础上提出 Hilbert 变换的局部乘积定理, 并论证了这一定理。2007 年, S.Meignen 等人通过二次规划问题给出 EMD 算法包络均值的定义, 为 EMD 的理论分析提供了可能。2009 年, 耿嵩探索了什么样的数据适合用 HHT 方法处理。这些工作的开展使 HHT 在理论研究方面不断向前迈进。

1.1.2 HHT 在算法改进上的研究现状

目前, 针对 HHT 存在的问题, 对其改进的研究主要集中在以下几个方面。

第一, 插值算法研究。EMD 的重要思想之一是通过确定极值点来拟合信号包络线, 信号插值方法选择的好坏对分析结果起着决定性作用。因此, 研究插值算法对 EMD 具有重要意义。EMD 最初采用的是三次样条插值, 后来学者应用了各种方法进行尝试, 如抛物线插值、Akima 插值、分段幂函数插值、B 样条插值、高次样条插值、分段平均拉格朗日插值法和细分三次样条插值法等。

第二, 端点处理研究。由于信号的两个端点一般不是局部极值点, 所以计算局部极大值包络线和局部极小值包络线时, 包络两端会出现较大的摆动, 即不做端点处理而直接使用样条函数插值将出现包络线的严重失真。这种摆动会在多次分解过程中, 向信号中部传播并破坏整个信号的特性, 严重影响数据的完整性。这种现象称为端点效应。因此, 研究端点问题是 HHT 方法研究的一个重要课题, 具有非常重要的现实意义。

赵进平等人提出了镜像延拓算法处理端点效应, 该算法把原始数据序列对称地延拓成一个环形的数据, 避免了 EMD 分解和 Hilbert 变换的端点问题。刘慧婷等人提出了多项式拟合法抑制 EMD 端点效应。张郁山等人提出了自回归模型法, 是一种采用“边筛分, 边延拓”的边界处理方法, 利用自回归模型对给定信号的两端进行延拓, 较好地处理了 EMD 方法中的边

界问题。于德介等人提出了基于支持矢量回归机的端点效应抑制方法,通过构造支持矢量回归模型,对数据序列进行延拓。邓拥军等人结合神经网络的方法对给定信号的两端进行延拓,抑制 EMD 分解时的端点效应。

第三,模态混叠现象研究。在被分解的信号中含有高频间断信号、噪声的情况下,其 EMD 结果会发生模态混叠现象,这一现象严重影响 EMD 方法的分解效果。对此,国内外学者进行了大量的研究,试图解决这一问题。曾峰从理论上推断出模态混叠的参数条件;文献对含间断信号的 EMD 分解提出通过预先设定极值点间距离上限的方法来消除模态混叠,并利用干扰信号极值及其两侧的极大与极小值位置与原始信号有对应关系的特征来解决模态混叠问题。Deering 提出伪波法解决模态混叠。胡爱军提出了高频谐波加入法来解决模态混叠问题。Z.Wu 和 Norden E.Huang 提出了一种新的噪声辅助分析方法,即总体平均经验模态分解方法。

第四,对停止准则的研究。Norden E.Huang 先提出 Cauchy 类收敛准则,后又提出过零点数目与极值点数目相等的准则;基于 IMF 的性质,Rilling 对停止准则进行了调整,提出了一种新的停止准则。

1.1.3 HHT 在应用领域的研究现状

相对于理论和算法,HHT 在应用方面取得了更快的发展,在短短的几年内已经被各国学者广泛应用于众多领域。在生物医学领域,EMD 可用于脉搏波信号分析、脑电波分析、语音信号共振峰频率估计等;在地震领域,用于地震波信号的分析;在结构分析领域,用于结构破坏检测、桥梁安全检测等;在设备诊断领域,用于齿轮故障诊断;在声音领域,用于语音信号提取;在图像领域,用于纹理分析、文字识别等。

1.2 HHT 理论介绍

HHT 主要是由经验模态分解和 Hilbert 变换这两部分组成。首先,本章阐述了 Hilbert 变换的基本原理,对 EMD 的由来及其应用的领域进行分析介绍,让人们在解决非平稳信号问题时的优越性有一个总体的认识;其次,分析了 EMD 中重要的组成部分——固有模态函数,并对固有模态函

数成立的条件进行了描述,同时通过对 EMD 在信号分析中的应用进行仿真来更好地验证 EMD 方法的作用;再次,对 Hilbert 谱进行了简要的描述,让人们对 Hibert 变换在 HHT 中的作用有一个基本了解。

1.2.1 Hibert 变换

Hibert 变换是信号检测理论研究和通信工程应用中的一个重要工具,通过 Hibert 变换,可以建立一个实因果信号的实部与虚部之间的内在联系,还可在不造成信息损失的前提下,将一个实信号构造成一个复信号(解析信号),使研究实信号的瞬时包络、瞬时相位和瞬时频率成为可能。

设有实信号 $x(t)$, 其定义区间为 $(-\infty < t < +\infty)$ 。 $x(t)$ 的 Hilbert 变换记为 $\hat{x}(t)$:

$$\hat{x}(t) = H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau = x(t) * h(t) \quad (1-1)$$

由定义可知, $x(t)$ 的 Hilbert 变换是 $x(t)$ 与 $\frac{1}{\pi t}$ 的卷积。

1.2.2 瞬时频率

并非对所有的信号 $x(t)$, 都能由信号相位求导的定义产生有物理意义的瞬时频率, 即有时求得的瞬时频率可能为负。

历史上关于瞬时频率的定义有好几种方法。被公认为相对最合理的是借助 Hilbert 变换构造复函数(解析信号)并求取复函数相位导数的定义法。

对于信号 $x(t)$, 其 Hilbert 变换为:

$$\hat{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (1-2)$$

借助 Hilbert 变换, 可构造出 $x(t)$ 的复函数(解析信号):

$$z(t) = x(t) + jH[x(t)] \quad (1-3)$$

将 $z(t)$ 表示为指数的形式:

$$z(t) = x(t) + j\hat{x}(t) = a(t)e^{j\varphi(t)} \quad (1-4)$$

其中

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + \hat{x}^2(t)} \quad (1-5)$$

$$\varphi(t) = \arctan \frac{\hat{x}(t)}{x(t)} \quad (1-6)$$

对相位微分, 即获得 $x(t)$ 的瞬时频率:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (1-7)$$

1.2.3 EMD 方法

EMD 是由美国国家航天局 (NASA) 的 Norden E.Huang 等人提出的一种信号处理方法, 该方法在 1999 年又得到了 Norden E.Huang 的进一步改进。此后, 该信号处理方法在非线性和非平稳信号处理中得到了广泛的应用和研究。EMD 方法所具有的特征就是在对非线性、非平稳的信号进行线性化与平稳化处理时能使信号本身的特征在分解过程中不受影响。

1.2.3.1 固有模态函数

固有模态函数 (IMF) 是一种只含有单频成分的信号, 并且能用物理学理论对其进行解释, 方便了在 HHT 中对瞬时频率的计算。一个固有模态函数必须满足下列两个条件:

- (1) 在整个信号内, 极值点数目约等于过零点数目;
- (2) 在任意时刻, 信号内部的极大值点生成的上包络线和极小值点生成的下包络线的均值为零, 也就是说, 相对于时间轴上、下包络线局部对称。

鉴于条件一和条件二的要求, 可知 IMF 既适合传统窄带信号又使其得到的瞬时频率有意义, 实际上是使分解得到的各个 IMF 均为窄带信号。

1.2.3.2 EMD 方法的筛分过程

对于复杂的信号, 先用 EMD 方法对复杂信号分解, 从而得到一组与此相应的固有模态函数, 然后再对这些 IMF 采用 Hilbert 变换来构造解析信号, 最后求得瞬时频率。

EMD 分解是建立在以下假设条件下的:

- (1) 任何复杂的信号都是由一些不同的固有模态函数构成, 每一个固有模态函数无论是线性、非线性或非平稳的, 都有相同数目的极值点和过零点;

- (2) 在两个相邻的过零点之间只有一个极值点;
- (3) 由极大值和极小值确定的上、下包络线关于时间轴局部对称;
- (4) 任意两个模态之间相互独立。

当一个信号是由许多固有模态函数相互重叠形成的复杂信号时, 为了对其分析, 可以在上述假设的基础上采用 EMD 方法对该类信号 $x(t)$ 进行分解。具体过程如下。

(1) 确定信号 $x(t)$ 所有极值点, 然后采用三次样条拟合分别连接极大值和极小值点形成上、下包络线, 记为 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 。

(2) 记 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 的均值为 $m_1(t)$, 从而求得它与原始信号的差值:

$$x(t) - m_1(t) = h_1 \quad (1-8)$$

(3) 将 $h_1(t)$ 视为一个新信号, 重复过程 (1) 和 (2), 得到上、下包络线的均值 $m_{11}(t)$, 从而有 $h_{11} = h_1(t) - m_{11}(t)$, 重复循环, 直到 $h_{1k} = h_{1(k-1)}(t) - m_{1(k-1)}(t)$, 使 h_{1k} 满足 IMF 的条件。令 $c_1 = h_{1k}$, 即第一个 IMF。

(4) 从原始信号 $x(t)$ 中分离出 c_1 , 得到

$$r_1(t) = x(t) - c_1 \quad (1-9)$$

把 $r_1(t)$ 看成一个新的信号重复 (1) ~ (3) 操作, 得到全部的固有模态函数 $c_i(t)$ 及趋势项:

$$r_i(t) = r_{(i-1)}(t) - c_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1-10)$$

(5) 当趋势项 $r_n(t)$ 成为一个单调函数不能再从中分离出满足 IMF 条件的分量时, 分解停止。于是, 原信号 $x(t)$ 可以用各个固有模态函数和趋势项之和表示:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n(t) \quad (1-11)$$

式中的 IMF 分量包含了信号由高到低不同成分的频率段, 且每一个频率段所包含的频率成分均不相同。在 EMD 逐层筛分的过程中, 使模态波形的叠加逐步得到了消除, 波形轮廓更加对称。

为了对 EMD 的分解过程进行演示, 下面来考察如式 (1-11) 所示的仿真信号 $x(t)$, 即

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t), \quad t \in [0, 0.6] \quad (1-12)$$

其中, $x_1(t) = 2\sin 150\pi t$, $x_2(t) = 4\sin 60\pi t \sin 0.4\pi t$, $x_3(t) = \sin(10\pi t)$ 。可见该信号是由两个正弦信号和一个调幅信号组成, 采用 EMD 方法对该信号进行

分解, 得到 3 个 IMF 分量和一个趋势项 $res.$, 如图 1-1 所示。从图 1-1 中可知, 用 EMD 方法得到的 3 个 IMF 分量都具有相应的物理意义, 其中第一个 IMF 分量对应着频率为 75 Hz 的正弦信号 $x_1(t)$, $x_1(t)$ 是组成信号 $x(t)$ 中的特征时间尺度相对较小的分量; 第二个 IMF 分量对应着调幅信号, 分解后依然保持调幅信号的特征; 第三个 IMF 分量对应着频率是 5 Hz 的正弦信号 $x_3(t)$, 该信号是 $x(t)$ 中的特征时间尺度相对较大的分量。

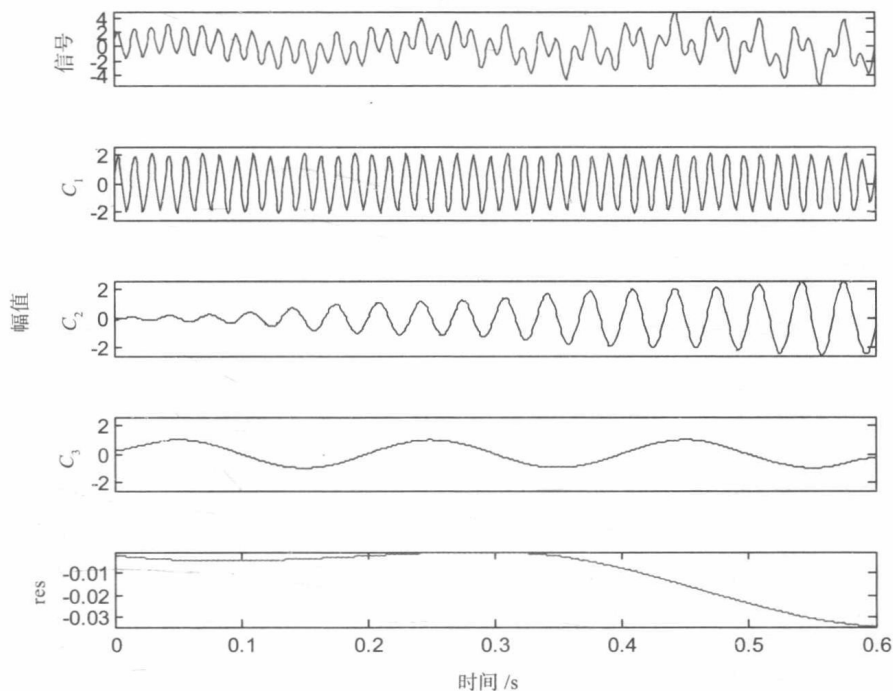


图 1-1 仿真信号及其 EMD 分解结果

1.2.4 EMD 算法中应注意的几个关键问题

1.2.4.1 EMD 算法缺少理论支撑

资料显示, 目前 EMD 分解大都通过试验方法求证而不能进行数学上的严格证明, EMD 分解急需建立一个合适的数学模型, 补充理论上的不足, 如收敛性、唯一性、正交性、完备性等。对于一些假设, 只能通过工程经验得到, 没有充分的理论依据。例如, IMF 分量的定义, 只能通过极点与过零点的个数以及局部均值来进行定量描述和假设, 没有严格的理论和数学定义做支撑。这些都说明, EMD 分解的过程是合理的, 但没有建立在充

分的理论基础上,其理论支撑部分需后来者深入研究。

1.2.4.2 信号包络拟合

包络拟合是 EMD 分解最关键的步骤之一,拟合的曲线对 EMD 分解结果影响很大。目前,主要运用样条插值、牛顿插值、最小二乘等方法进行曲线拟合。这些方法各有优缺点,我们需要选择一种合适的拟合方法,确保原信号能够完全被上下包络线所包含,拟合曲线平滑,并进行自适应的拟合,最后还要抑制端点的过冲和欠冲现象。

1.2.4.3 模态混叠

EMD 分解是一种基于信号尺度的变换,对于常规信号 EMD 分解都能得到理想的分解结果。如果信号中出现间断的较大突变,将导致 EMD 分解产生模态混叠现象。模态混叠现象出现以后,分解出的 IMF 分量不能依据时间特征尺度被有效地分离出来,使多个模态出现在一个 IMF 分量中。模态混叠现象还会影响后面 IMF 分量分解的结果,最终导致筛分出的 IMF 分量失去物理意义。模态混叠现象是 EMD 分解一个不可避免和亟待解决的重要难题,有学者已经提出了 EEMD、LMD 等方法来改善分解过程中出现的模态混叠问题。

1.2.4.4 筛分过程停止准则

HHT 的本质是 EMD 筛分,即从数据中分离出满足条件的 IMF 分量。但在筛分的过程中应特别注意停止标准的选择,因为过多地重复该筛分过程会导致模态分量成为幅度恒定的频率调制信号。为了保证基本模态分量能真实反映实际物理过程的幅度与频率调制,必须确定一个筛分过程的停止标准。

为此,Norden E.Huang 提出通过限定连续两个筛分结果 $h_{1(k-1)}(t)$ 和 $h_{1k}(t)$ 之间标准差的大小来实现,即用标准差 S_d 来判断小循环筛分是否可以停止。即

$$S_d = \sum_{k=1}^T \left[\frac{|h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t)|^2}{h_{1(k-1)}^2(t)} \right] \quad (1-13)$$

S_d 值一般定在 0.2 ~ 0.3 之间。 S_d 值若取得不同,则筛分次数明显不同,获得的 IMF 个数和波形也有所不同。

1.2.4.5 信号分解停止准则

EMD 方法将信号分解为若干个模态分量, 最终应设置一个信号分解停止准则。综合起来有如下几种停止条件: ①当剩余分量变成单调函数, 不能从中再筛选出基本模态分量时停止筛分; ②当最后一个分量变得比预定值小时停止筛分; ③对于有趋势的数据, 其剩余分量为一个平均趋势时停止筛分。

上述准则的选取也应当适中, 若条件太严, 则分解得到的最后几个基本模态分量将没有太大意义, 而且耗时; 若条件太松, 则可能会丢失有用的模态分量。所以, 信号分解停止准则的选取对 EMD 方法起着重要的作用, 选取时一定要灵活。

1.2.4.6 端点效应问题

由于信号的两个端点一般不是局部极值点, 所以计算局部极大值包络线和局部极小值包络线时, 包络两端会出现较大的摆动, 即不做端点处理而直接使用样条函数插值将出现包络线的严重失真。这种摆动会在多次分解过程中, 向信号中部传播并破坏整个信号的特性, 严重影响数据的完整性, 最后会使分解的数据失去意义。因此, 解决好端点问题是保证 EMD 分解结果有效可靠的前提。

1.2.5 Hilbert 变换的时频谱和边际谱

对于信号 $X(t)$, 经 EMD 得到信号的各个本征模态函数和残余分量为:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r(t) \quad (1-14)$$

对上式中的每个本征模态函数 $c_i(t)$ 做 Hilbert 变换得到:

$$\hat{c}_i(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_i(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (1-15)$$

构造解析信号:

$$z_i(t) = c_i(t) + j\hat{c}_i(t) = a_i(t)e^{j\varphi_i(t)} \quad (1-16)$$

则得到幅值函数和相位函数:

$$a_i(t) = \sqrt{c_i^2(t) + \hat{c}_i^2(t)} \quad (1-17)$$