

数字图像处理

核心技术及应用

SHUZI TUXIANG CHULI HEXIN JISHU JI YINGYONG

李达辉◎著



电子科技大学出版社

University of Electronic Science and Technology of China Press

数字图像处理

核心技术及应用

李达辉◎著

 电子科技大学出版社

University of Electronic Science and Technology of China Press

· 成都 ·

图书在版编目(CIP)数据

数字图像处理核心技术及应用/李达辉著. --成都:
电子科技大学出版社, 2018. 6

ISBN 978-7-5647-6312-1

I . ①数… II . ①李… III . ①数字图象处理 IV .
①TN911. 73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 113830 号

内容简介

本书系统的讨论了数字图像处理的基本原理、基本方法、算法、实际技术和一些典型的应用。重点对数字图像处理的基本原理、图像变换、图像增强、图像恢复等内容进行了详尽的阐述。本书结构紧凑, 内容深入浅出, 讲解图文并茂, 可作为电子信息工程相关专业的研究生、科技工作者和工程技术人员、影像工程技术人员等的参考用书。

数字图像处理核心技术及应用

SHUZI TUXIANG CHULI HEXIN JISHU JI YINGYONG

李达辉 著

策划编辑 杜 倩 刘 愚

责任编辑 魏 彬

出版发行 电子科技大学出版社

成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦九楼 邮编 610051

主 页 www.uestcp.com.cn

服务电话 028—83203399

邮购电话 028—83201495

印 刷 三河市铭浩彩色印装有限公司

成品尺寸 170 mm×240 mm

印 张 15.25

字 数 273 千字

版 次 2019 年 3 月第一版

印 次 2019 年 3 月第一次印刷

书 号 ISBN 978-7-5647-6312-1

定 价 60.00 元

前　　言

数字图像处理是一门综合性学科,它综合了计算机、数学、自动化、光学和视觉心理等众多研究领域的相关知识。数字图像处理技术的应用范围十分广泛,涉及文件处理、办公自动化、生物医学和材料的显微图像、医学影像分析、工业探伤和地质的放射图像、遥感、可视电话、航天航空及视频和多媒体系统等。

随着计算机技术、数字化技术和 Internet 技术的发展和广泛应用,数字图像处理学科已经成为与国计民生密切相关的应用学科,使得图像在信息获取及信息的利用等方面的作用也日益凸显出来。同时,由于近几年数字图像处理向各个应用领域的渗透,从而促使越来越多的研究人员迫切希望了解数字图像处理的相关技术及应用。因此,作者特策划了《数字图像处理核心技术及应用》一书。

本书对数字图像处理核心技术及应用进行了研究,注重理论与实践的统一。全书共分 9 章:第 1 章为引论,概括介绍了数字图像处理的主要研究内容、数字图像处理技术的发展方向等;第 2~7 章为数字图像处理核心技术部分,分别为图像变换技术、图像增强技术、图像复原与重建技术、图像压缩编码技术、图像检测与分割技术、图像匹配与模式识别技术;第 8 章和第 9 章为数字图像处理技术应用部分,主要探讨了数字图像处理技术在遥感领域及其他领域(如指纹识别、OCR 文字识别、车辆牌照识别等)的应用。

本书在撰写过程中,参考了大量有价值的文献与资料,吸取了许多人的宝贵经验,在此向这些文献的作者表示敬意。此外,本书的撰写还得到了出版社领导和编辑的鼎力支持和帮助,同时也得到了学校领导的支持和鼓励,在此一并表示感谢。由于作者自身水平及时间有限,书中难免有错误和疏漏之处,敬请广大读者和专家给予批评指正。

作　　者

2018 年 4 月

目 录

第 1 章 引言	1
1.1 概述	1
1.2 数字图像处理的主要研究内容	1
1.3 数字图像处理技术的发展方向	4
第 2 章 图像变换技术	7
2.1 傅里叶变换	7
2.2 离散余弦变换	15
2.3 离散沃尔什变换和离散哈达玛变换	18
2.4 小波变换	24
第 3 章 图像增强技术	29
3.1 灰度变换	29
3.2 图像平滑	33
3.3 图像锐化	44
3.4 彩色图像增强	50
第 4 章 图像复原与重建技术	58
4.1 图像退化的数学模型	58
4.2 图像的代数复原法	62
4.3 图像的频率域复原法	64
4.4 几何失真的校正	69
4.5 基于 MATLAB 的退化图像复原	73
4.6 图像重建	81
第 5 章 图像压缩编码技术	88
5.1 图像压缩编码的基本原理	88
5.2 统计编码	93

5.3 预测编码	100
5.4 变换编码	103
第6章 图像检测与分割技术	111
6.1 边缘检测	111
6.2 基于阈值的分割	122
6.3 基于区域的分割	129
6.4 基于运动的分割	133
6.5 基于纹理特征的分割	135
6.6 基于形态学的分割	139
6.7 基于聚类的分割	142
6.8 彩色边缘检测与彩色图像分割	143
第7章 图像匹配与模式识别技术	149
7.1 图像匹配	149
7.2 统计模式识别	152
7.3 结构模式识别	163
7.4 模糊模式识别	167
第8章 数字图像处理技术在遥感领域的应用	187
8.1 概述	187
8.2 遥感图像的复原处理	187
8.3 遥感图像的增强处理	196
8.4 遥感图像的分类处理	204
第9章 数字图像处理技术在其他领域的应用	207
9.1 指纹识别	207
9.2 OCR文字识别	217
9.3 车辆牌照识别	221
参考文献	232

第1章 引言

1.1 概述

图像处理就是对图像信息进行加工处理和分析,以满足人的视觉心理需要和实际应用或某种目的(如压缩编码或机器识别)的要求。

数字图像处理就是利用计算机对数字图像进行处理。随着计算机和多媒体技术的迅速发展和普及,数字图像处理技术受到了空前广泛的重视,出现了许多新的应用领域和新的处理方法。它具有精度高、处理内容丰富、方法易变、灵活度高等优点。但是它的处理速度受到计算机和电子元器件的限制,一般是串行处理,因此处理速度较慢。数字图像处理可以理解为以下两方面的操作。

①从图像到图像的处理。这类处理是将一幅视觉效果不好的图像进行处理,获得视觉效果好的图像。

②从图像到非图像的一种表示。这类处理通常又称为数字图像分析。通常是对一幅图像中的若干个目标物进行识别分类后,给出其特性测度。

这种从图像到非图像的表示,在许多的图像分析中起着非常重要的作用。例如,对人体组织切片图像中的细胞分布进行自动识别与分析,给出病理分析报告,这就是在计算机辅助诊断系统中的一个重要的应用。这类方法在图像检测、图像测量等领域中,有着非常广泛的应用。

1.2 数字图像处理的主要研究内容

数字图像处理的主要研究内容,根据其主要的处理流程与处理目标大致可以分为图像信息的描述、图像信息的处理、图像信息的分析、图像信息的编码及图像信息的显示等几个方面。将这几个方面展开,具体包括如下的研究方向。

1. 图像数字化

图像数字化就是将连续形式的图像通过数字设备(机电一体化信息设备)转化为计算机可以处理的离散化形式。转化过程中既要保证图像不失真,又要尽量使计算量达到最小。

图像数字化包含以下两方面的内容。

(1)采样

采样就是把连续的图像划分成若干个计算机能够识别的离散的点(像素)。

(2)量化

量化就是度量每一像素图像的亮暗信息(即灰度)。

2. 图像几何变换

图像几何变换的目的是改变一幅图像的大小或形状。例如,通过进行平移、旋转、放大、缩小镜像等,可以进行两幅以上图像内容的配准,以便于进行图像之间内容的对比检测。例如,在印章的真伪识别及相似商标检测中,通常都会采用这类的处理。另外,对于图像中景物的几何畸变进行校正,对图像中的目标物大小测量等,大多也需要图像几何变换的处理环节。

3. 图像变换

图像变换就是利用空间域处理方法和频率域处理方法对图像的表示域和表示数据进行改变,减少数字图像处理过程中的计算量,提高运算速度,以便于后续工作的顺利进行。例如,在进行图像低通滤波、高通滤波时,可以借助于傅里叶变换将在空间域中解决的问题转换到频率域中解决。

4. 图像增强

图像增强的目的是对图像进行加工,加工处理的结果没有好坏之分,就是把自己感兴趣的那一方面的内容进行突出,不感兴趣的内容当作无用的消息进行抑制,达到观察者满意的效果。图像增强的几种方法中,图像平滑对噪声的抑制效果好,但图像的边缘与轮廓模糊程度严重,细节保持效果不好。图像锐化与图像平滑正好相反,图像锐化就是对已退化的图像进行细节突出,但对灰度变化平缓的背景部分抑制效果不好。

5. 图像恢复

图像恢复的目的是将退化和模糊的图像的原有信息进行恢复,以达到清晰化的目的。图像退化是指图像经过长时间的保存之后,因发生化学反

应而使画面的颜色及对比度发生退化改变的现象,或者是因噪声污染等导致画面退化的现象,或者是因为现场的亮暗范围太大,导致暗区或者高光区信息退化的现象。图像的模糊则常常是因为运动及拍摄时镜头的散焦等原因所导致的。无论是图像的退化还是图像的模糊,本质上都是原始信息部分丢失,或者原始信息相互混叠,或者原始信息与外来信息的相互混叠所造成的,因此,根据退化模糊产生原因的不同,采用不同的图像恢复方法即可达到图像清晰化目的。

6. 图像隐藏

图像隐藏就是将一幅图像或者多媒体信息在数字化时产生的噪声隐藏在一幅图像中。图像隐藏的目的就是利用秘密信息代替噪声,但是隐藏的过程中,要保证计算的数据量不能增加,更要保证隐藏图像或信息的抗干扰性,也就是解密之后的不失真性。图像隐藏的实例有很多,但最典型的就是数字水印技术。

7. 图像重建

图像重建的目的是根据二维平面图像数据构造出三维物体的图像。例如,在医学影像技术中的 CT 成像技术,就是将多幅断层二维平面数据重建成可描述人体组织器官三维结构的图像。三维重建技术也成为目前虚拟现实技术及科学可视化技术的重要基础。

8. 图像编码压缩

图像编码与压缩技术是数据压缩的一个分支,数字图像保真度的准则在图像压缩编码中,解码图像与原始图像可能会有差异,这样就需要有一种对信息损失的程度进行量度的标准,以描述解压缩所获得的图像相对于原图像的偏离程度。为实现简化图像的目的,一般采用图像编码进行处理,即用压缩的形式表示图像的数据,以此实现存储与传输。

9. 图像分割

为了能够简洁明白地从内容上表述原始图像,一般需要基于灰度或几何特性选定的特征基础上,把图像分为若干个具有特殊含义的部分。为了能够更深入地实现模式识别及视觉等处理,通常会从分割出的有特殊意义的部分进行下一部处理分析,以从中挖掘更有价值的信息。

10. 图像识别与理解

图像识别与理解是指通过对图像中各种不同的物体特征进行定量化描述之后,将所期望获得的目标物进行提取,并且对所提出的目标物进行一定的定量分析。要达到这个目的,实际上就是要实现对图像内容的理解,以及对特定目标的一个识别。因此,其核心是要完成依据目标物的特征对图像进行区域分割,获得期望目标所在的局部区域。

图像中目标物的特征描述一般包括了形状特征、纹理特征及颜色特征等。形状特征有长宽比、圆形度、面积、周长,等等。纹理,特征则包括了砖墙、布纹这类规则纹理,以及如沙滩、草坪这类非规则纹理。

1.3 数字图像处理技术的发展方向

随着微电子技术发展、计算机运算和处理速度的提升、各种快速算法的出现,数字图像处理技术的应用领域也越来越广泛,正在向现代文明的各个方向渗透,已经不单单是用于航天探测等少数尖端领域,目前在理发发型预测、邮件自动分拣等各个方面都有涉及。高速度、高分辨率、多媒体、智能化、标准化将是数字处理技术以后的发展方向,这主要表现在以下几个方面。

1. 提高处理精度与速度

数字图像处理技术在发展与完善的同时应进一步提高精度,着重解决图像处理速度等核心问题,将图像、图形技术相结合,朝着三维成像或多维成像的方向发展。例如,在多光谱卫星图像分析,天文、太空星体的探测及分析等方面,减少计算的数据量,提高运行速度,是推动技术进步的关键。

2. 图像处理的硬件技术

在图像处理技术方面,一种新的趋势是更加重视用于图像处理的专门硬件芯片的研究,在提高软件水平的同时,提高硬件水平,利用硬件技术尽可能实现数字图像处理的各项功能。

从 20 世纪 80 年代后期开始,图像处理的硬件技术也得到了迅速发展,不仅能处理二维图像,而且开始进行三维图像的处理。目前,一些图像处理硬件采用流水线结构,可以将 JPEG 集成到一个芯片上。

21 世纪以来,数字图像处理技术已经不单单应用在航天探测等少数尖

端领域,它正在向现代文明的各个方向渗透。例如,近年来蓬勃发展的医学图像处理、多媒体信息处理技术、图像融合技术、虚拟现实技术等,图像在其中均占据了主要地位,文本、图形、动画、视频都要借助于图像处理技术才能充分发挥它们的作用。

3. 图像处理与通信技术结合

数字图像处理技术在理论、软件、硬件技术不断发展的同时,另一个新的发展方向是图像与通信技术的紧密结合。从 1865 年的传真通信开始,到目前正开始进入应用的可视电话,图像处理与通信技术的结合已经历了 100 多年的历程。随着微电子技术、计算机技术,特别是 VLSI 制造技术、通信数字化技术的迅速发展,图像与通信技术日益融合。会议电视、电视电话、图文电视、可视图文、传真等图像通信方式已应用到各行各业。

20 世纪 90 年代初,以 H.261(活动图像编码国际标准)及随后一系列图像编码、图像通信的国际标准先后获得通过为标志,解决了可视技术在通信中的应用这一长期困扰人们的问题,极大地推动了办公自动化、现场视频管理等图像通信方式的国际化和产业化,图像通信开始进入一个高速发展的新阶段。

4. 图像处理领域的标准化^①

目前,市场上关于数字图像处理的软件和硬件种类繁多,没有一个统一的标准,不利于用户之间的交流与使用。针对这种情况,应建立图像信息库,制定一个统一的标准,使存放格式、检索方法一致化,子程序标准化,推动数字处理技术的发展。

5. 新理论与新算法

近年来,数字图像处理领域在理论上也有了新的发展,新的理论和新的算法不断涌现,如 Wavelet 算法、Morphology 算法、Fractal 算法、分形几何、数学形态学、神经网络算法、遗传算法等。数字图像处理技术的各种新算法与软件的结合将是今后研究的主要方向。

6. 应用领域不断开拓

从 JPL 实验室开拓性地将数字图像处理技术引入应用开始,数字图像

^① 胡建楠. 一种基于 DSP 和 FPGA 实时图像处理平台的硬件设计与实现[D]. 北京:北京交通大学,2010.

处理技术就一直为人类的航空航天及军事等尖端领域不断做出新的贡献，与此同时，欧、美、日等国家的科技人员又将图像处理技术从空间技术领域推广到了生物学、医学、光学、陆地探测卫星、多波段遥感图像分析、人工智能、粒子物理、地质勘探、工业检测及印刷等多种应用领域。特别是进入 21 世纪以来，关于图像处理方面的研究论著，无论在质量上还是数量上都在迅速攀升，技术上的突破不断促进数字图像处理技术向深度和广度发展，如图像水印、图像检索等各种新的应用方向不断出现。

数字图像处理理论和技术经过了近 50 年的发展，已不再局限于航空航天等少数尖端领域，而是迅速发展成一门独立的具有强大生命力的学科，并已渗透到了科学的研究的各个领域、工业生产的众多行业、人类生活的各个方面。随着数字处理技术应用所涉领域的各种实际需求的不断增加，不论是在理论上还是实践上都具备很大的发展空间，不难预料，数字图像处理技术必将更加迅速地向广度和深度发展。

第2章 图像变换技术

2.1 傅里叶变换

傅里叶变换(DFT)是图像处理的重要手段,通过傅里叶变换可以达到滤除或者保留某些信息的目的。

2.1.1 连续傅里叶变换

1. 一维连续傅里叶变换

设 $f(x)$ 是一个连续时间信号,如果 $f(x)$ 属于 L^2 空间,即

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx < \infty$$

那么 $f(x)$ 的傅里叶变换存在,并定义为

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j2\pi ux} dx$$

式中, j 为虚数单位; u 为频域变量; x 为空域变量。从 $F(u)$ 恢复 $f(x)$ 称为傅里叶逆变换,其逆变换为

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{j2\pi ux} du$$

此外,函数 $f(x)$ 还必须满足 Dirichlet 条件,即只有有限个间断点、有限个极值点和绝对可积,并且 $F(u)$ 也应是可积的。

$f(x)$ 一般是实函数,其傅里叶变换结果多为复函数,由实部和虚部组成,即

$$F(u) = R(u) + jI(u) = |F(u)| e^{j\varphi(u)}$$

$$\varphi(u) = \arctan \frac{I(u)}{R(u)}$$

$$|F(u)| = \sqrt{R^2(u) + I^2(u)}$$

式中, $R(u)$ 为 $F(u)$ 的实部; $I(u)$ 为 $F(u)$ 的虚部; $|F(u)|$ 称为 $f(x)$ 的傅里

叶谱或幅度谱,谱的平方称为 $f(x)$ 的能量谱; $\varphi(u)$ 称为相位角或相谱; u 称为变换域变量,也叫作频域变量,应用欧拉公式,指数项 $e^{-j2\pi ux}$ 可展开为

$$e^{-j2\pi ux} = \cos 2\pi ux - j \sin 2\pi ux$$

2. 二维连续傅里叶变换

傅里叶变换可以推广到两个变量连续可积的函数 $f(x, y)$ 。如果 $F(u, v)$ 是可积的,那么存在如下的傅里叶变换对:

$$\begin{aligned} F(u, v) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{j2\pi(ux+vy)} dx dy \\ f(x, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} dx dy \end{aligned}$$

二维函数的傅里叶谱、相位和能量谱分别表示为

$$|F(u, v)| = \sqrt{R^2(u, v) + I^2(u, v)}$$

$$\varphi(u, v) = \arctan \frac{I(u, v)}{R(u, v)}$$

$$E(u, v) = R^2(u, v) + I^2(u, v)$$

2.1.2 离散傅里叶变换

1. 一维离散傅里叶变换

在 $f(x)$ 的傅里叶变换中, $f(x)$ 在开区间 $-\infty \sim +\infty$ 上是连续, $f(x)$ 同样也是连续的。但是,到目前为止,我们掌握的计算机水平还不能对连续的一维序列 $f(x)$ 进行直接运算。因此,要对连续一维序列 $f(x)$ 离散化处理。

如果以 Δx 为采样间隔,在 $(-\infty, +\infty)$ 范围内对 $f(x)$ 进行等间隔采样,那么可将连续函数离散化。通常情况下,不会对这无穷多个采样值进行同样的关注,若以某个起点 x_0 开始的采样值是所关注的值,则称该起点 x_0 的采样值为离散采样序列的第一个样本值,其余采样点以此类推, $(x_0 + \Delta x)$ 点的采样值为第 2 个采样值, $(x_0 + 2\Delta x)$ 点的采样值为第 3 个采样值, …, $[x_0 + (N-1)\Delta x]$ 点处的采样值为第 N 个采样值。这样就得到了具有 N 个采样值的离散序列。

将 N 个采样值排列如下:

$$f(x_0), f(x_0 + \Delta x), f(x_0 + 2\Delta x), \dots, f[x_0 + (N-1)\Delta x]$$

上式序列可以表示为

$$f(x_0 + n\Delta x) (n = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1)$$

式中 x_0 是一个确定的起点时刻, Δx 是采样间隔,这两个量都是常量,上

述序列的表达式中只有 n 是变量,因此,离散采样序列可以直接表示为 $f(n)$ 。即

$$f(n) = f(x_0 + n\Delta x) \quad (n=0,1,2,3,\dots,N-1)$$

为了和数字图像的其他表示方法一致,可以将 x 代替 n ,即序列可以表示为

$$f(x) = f(x_0 + x\Delta x) \quad (x=0,1,2,3,\dots,N-1)$$

由此可得一维离散序列 $f(x) \quad (x=0,1,2,3,\dots,N-1)$ 的傅里叶变换定义为

$$F(u) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-j\frac{2\pi ux}{N}} \quad (u=0,1,2,3,\dots,N-1)$$

式中, $F(u) = F(u_0 + u\Delta u) \quad (u=0,1,2,3,\dots,N-1)$ 。

如果已知频率序列 $F(u) \quad (u=0,1,2,3,\dots,N-1)$,那么离散序列 $F(u)$ 的傅里叶逆变换定义为

$$f(x) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} F(u) e^{-j\frac{2\pi ux}{N}} \quad (x=0,1,2,3,\dots,N-1)$$

$f(x)$ 和 $F(u)$ 称为傅里叶变换对。

Δx 为空间域采样间隔, Δu 为频率域采样间隔, Δx 和 Δu 的关系可用下式表示

$$\Delta x = \frac{1}{N \Delta u}$$

令

$$W = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$

离散傅里叶变换的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} F(0) \\ F(1) \\ \vdots \\ F(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & \cdots & W^0 \\ W^0 & W^{1 \times 1} & W^{2 \times 1} & \cdots & W^{(N-1) \times 1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W^0 & W^{-(N-1) \times 1} & W^{-(N-1) \times 2} & \cdots & W^{-(N-1) \times (N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ \vdots \\ f(N-1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ \vdots \\ f(N-1) \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & \cdots & W^0 \\ W^0 & W^{1 \times 1} & W^{2 \times 1} & \cdots & W^{(N-1) \times 1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W^0 & W^{-(N-1) \times 1} & W^{-(N-1) \times 2} & \cdots & W^{-(N-1) \times (N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(0) \\ F(1) \\ \vdots \\ F(N-1) \end{bmatrix}$$

式中, $W = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$, 称为变换核。

离散傅里叶变换也可以写为如下形式:

正变换为

$$F(u) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) W_N^{ux} \quad (u=0,1,2,3,\dots,N-1)$$

逆变换为

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} F(u) W_N^{ux} (x = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1)$$

根据欧拉公式,傅里叶变换可以写为如下形式:

$$F(u) = \sum_{u=0}^{N-1} f(x) \left[\cos \frac{2\pi ux}{N} - j \sin \frac{2\pi ux}{N} \right] (u = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1)$$

由此可知,离散序列 $f(x)$ 的傅里叶变换 $F(u)$ 依然是离散序列,而且通常情况下是一个复数序列,与连续傅里叶变换类似, $F(u)$ 可以表示为

$$F(u) = R(u) + jI(u)$$

式中,序列 $R(u)$ 和 $I(u)$ 分别表示离散序列 $F(u)$ 的实序列和虚序列,序列 $F(u)$ 还可以以指数形式表示为

$$F(u) = |F(u)| e^{j\varphi(u)}$$

其中,

$$|F(u)| = [R^2(u) + I^2(u)]^{\frac{1}{2}}$$

$$\varphi(u) = \arctan\left(\frac{I(u)}{R(u)}\right)$$

式中, $|F(u)|$ 称为 $F(u)$ 的模,又称为序列 $f(x)$ 的频谱或傅里叶幅度谱; $\varphi(u)$ 称为 $F(u)$ 的相角,或称为序列 $f(x)$ 的相位谱。

令

$$E(u) = |F(u)|^2$$

则频谱的平方 $E(u)$ 称为序列 $f(x)$ 的能量谱或功率谱。

2. 二维离散傅里叶变换

当傅里叶变换推广到两个离散变量函数 $f(x, y)$ 时,设其大小为 M 列 N 行, $f(x, y)$ 的二维离散傅里叶变换可以表示为

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})} dx dy \\ (u = 0, 1, \dots, M-1; v = 0, 1, \dots, N-1)$$

其逆变换为

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})} du dv \\ (u = 0, 1, \dots, M-1; v = 0, 1, \dots, N-1)$$

在数字图像处理中,图像傅里叶变换一般取方阵,即 $M=N$,则傅里叶变换公式变为

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(\frac{ux+yv}{N})} dx dy (u, v = 0, 1, \dots, N-1) \quad (2-1)$$

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{-j2\pi(\frac{ux+vy}{N})} du dv \quad (u, v = 0, 1, \dots, N-1) \quad (2-2)$$

与二维连续傅里叶变换的情况类似,二维离散傅里叶变换的傅里叶谱和相位为

$$|F(u, v)| = \sqrt{R^2(u, v) + I^2(u, v)}$$

$$\varphi(u, v) = \arctan \frac{I(u, v)}{R(u, v)}$$

二维信号的离散傅里叶变换所得结果的频率成分的分布示意图如图 2-1 所示。即变换结果的左上、右上、左下、右下四个角部分对应低频成分,中央部分对应高频成分。

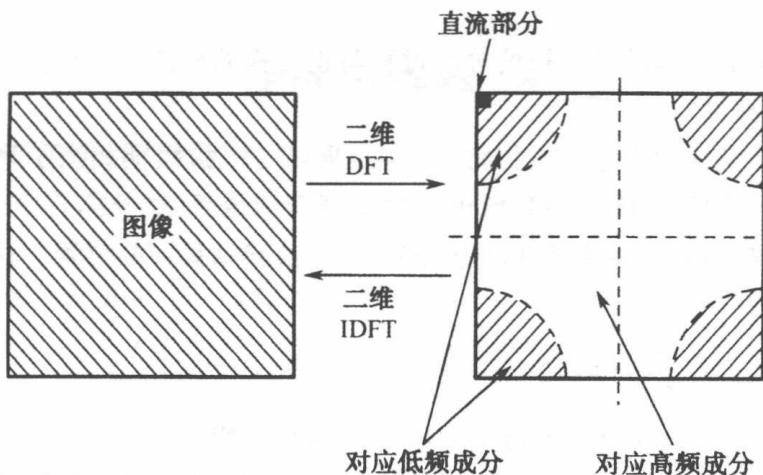


图 2-1 二维信号的离散傅里叶变换所得结果的频率成分的分布示意图

在数字图像处理系统上实现离散傅里叶变换,可利用离散傅里叶变换的可分离性、平移性、周期性、共轭对称性、旋转不变性等进行简化运算。现对这些性质予以介绍。

(1) 可分离性

由式(2-1),傅里叶变换对可表示为

$$\begin{aligned} F(u, v) &= \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi\frac{vx}{N}} e^{-j2\pi\frac{uy}{N}} \\ &= \sum_{x=0}^{N-1} e^{-j2\pi\frac{vx}{N}} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi\frac{uy}{N}} \end{aligned} \quad (u, v = 0, 1, \dots, N-1)$$

同理,式(2-2)可以分离成如下形式,即

$$f(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} e^{-j2\pi\frac{ux}{N}} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{-j2\pi\frac{vy}{N}} \quad (u, v = 0, 1, \dots, N-1)$$

由上述的分离形式可以看出,一个二维离散傅里叶变换可以通过先后