国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

"十三五"
国家重点图书出版规划项目

国之重器出版工程
国防现代化建设

航天先进技术研究与应用系列

Attitude Dynamics and Control of Spacecraft

# 航天器姿态动力学与控制

李立涛 荣思远 编著
崔乃刚 主审

中国工信出版集团
哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

国之重器出版工程

国防现代化建设

航天先进技术研究与应用系列

# 航天器姿态动力学与控制

# Attitude Dynamics and Control of Spacecraft

李立涛　荣思远　编著

崔乃刚　主审

中国工信出版集团

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

本书以航天器的姿态动力学与控制为研究内容，系统地阐述了各种典型航天器姿态动力学的基本理论以及姿态控制系统的基本工作原理和设计方法。本书共15章，分别介绍航天器的姿态运动学和姿态动力学，航天器的姿态确定原理、自旋/双自旋航天器以及三轴稳定航天器的姿态确定方法，自旋/双自旋稳定航天器以及三轴稳定航天器的姿态控制设计方法，姿态控制系统设计的基本内容。

本书可作为飞行力学、飞行器控制和飞行器设计等专业的研究生或本科生教材，也可作为研究生的参考教材，对从事航天器研究与设计的专业人员也有一定的参考价值。

**图书在版编目(CIP)数据**

航天器姿态动力学与控制/李立涛，荣思远编著.
—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社，2019.1
ISBN 978-7-5603-6026-3

Ⅰ.①航… Ⅱ.①李…②荣… Ⅲ.①航天器—姿态运动—动力学—研究生—教材 Ⅳ.①V412.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第109679号

策划编辑 杜 燕
责任编辑 刘 瑶
封面设计 高永利
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 http://hitpress.hit.edu.cn
印 刷 固安县铭成印刷有限公司
开 本 710mm×1000mm 1/16 印张 29.5 字数 562千字
版 次 2019年1月第1版 2019年1月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-6026-3
定 价 128.00元

**李立涛**

博士，长期从事航天器动力学与控制，航天器轨道设计及分析，卫星姿态动力学与控制等方面的研究工作，参与国家及省部级项目 10 余项，获国家科技进步三等奖 1 项，发表论文 10 余篇。

**荣思远**

博士，中国宇航学会会员，哈尔滨工业大学航天学院副教授。长期从事航天器轨道设计与控制，飞行器动力学，飞行器姿态动力学与控制等方面的研究和教学工作。作为项目负责人和主要完成人，先后承担国家自然科学基金、863 项目、国防基础预研、总装预研、航天创新基金等 20 余项，发表学术论文 20 余篇。

# 《国之重器出版工程》
# 编辑委员会

**专家委员会委员**（按姓氏笔画排列）：

于　全　中国工程院院士

王少萍　“长江学者奖励计划”特聘教授

王建民　清华大学软件学院院长

王哲荣　中国工程院院士

王　越　中国科学院院士、中国工程院院士

尤肖虎　“长江学者奖励计划”特聘教授

邓宗全　中国工程院院士

甘晓华　中国工程院院士

叶培建　中国科学院院士

朱英富　中国工程院院士

朵英贤　中国工程院院士

邬贺铨　中国工程院院士

刘大响　中国工程院院士

刘怡昕　中国工程院院士

刘韵洁　中国工程院院士

孙逢春　中国工程院院士

苏彦庆　“长江学者奖励计划”特聘教授

苏哲子　中国工程院院士

李伯虎　中国工程院院士

李应红　中国科学院院士

李新亚　国家制造强国建设战略咨询委员会委员、中国机械工业联合会副会长

杨德森　中国工程院院士

张宏科　北京交通大学下一代互联网互联设备国家工程实验室主任

陆建勋　中国工程院院士

陆燕荪　国家制造强国建设战略咨询委员会委员、原机械工业部副部长

陈一坚　中国工程院院士

陈懋章　中国工程院院士

金东寒　中国工程院院士

周立伟　中国工程院院士

郑纬民　中国计算机学会原理事长

郑建华　中国科学院院士

**屈贤明** 国家制造强国建设战略咨询委员会委员、工业和信息化部智能制造专家咨询委员会副主任

**项昌乐** “长江学者奖励计划”特聘教授，中国科协书记处书记，北京理工大学党委副书记、副校长

**柳百成** 中国工程院院士

**闻雪友** 中国工程院院士

**徐德民** 中国工程院院士

**唐长红** 中国工程院院士

**黄卫东** “长江学者奖励计划”特聘教授

**黄先祥** 中国工程院院士

**黄　维** 中国科学院院士、西北工业大学常务副校长

**董景辰** 工业和信息化部智能制造专家咨询委员会委员

**焦宗夏** “长江学者奖励计划”特聘教授

# 前言

本书以航天器的姿态动力学与控制为研究内容，系统地阐述了各种典型航天器姿态动力学的基本理论以及姿态控制系统的基本工作原理和方法。

航天器姿态动力学是航天动力学的一个重要分支，研究航天器在内、外力矩的作用下，绕其质量中心的转动运动。在内容上，姿态动力学既研究航天器整体的姿态运动，即刚体的转动，也研究航天器各部分之间的相对运动，如绕轴承或铰链的相对转动、结构的弹性振动等。航天器的姿态控制则是一门工程技术，主要研究航天器的姿态确定和控制。姿态确定是利用姿态敏感器的测量数据根据姿态确定模型计算运行航天器相对于某个基准或目标的方位，姿态控制是把航天器的姿态保持在给定方向或从原方向机动到另一要求方向的过程，包括姿态稳定控制和姿态机动控制。

在轨运行的航天器都承担了特定的探测、开发和利用空间的任务，为完成这些任务，对航天器的姿态控制提出了各种要求。典型的航天器姿态控制系统由姿态敏感器、控制器、执行机构与航天器动力学一起构成闭环控制回路。高性能的航天器姿态控制系统是在姿态动力学、姿态确定和姿态控制建模基础上运用经典或现代控制理论和方法实现的。

本书共 15 章，第 1 章至第 6 章主要介绍航天器的姿态运动学和姿态动力学，第 7 章至第 9 章主要介绍航天器的姿态确定原理、自旋 / 双自旋航天器以及三轴稳定航天器的姿态确定方法，第 10 章至第 14 章分别介绍自旋 / 双自旋稳定航天器以及三轴稳定航天器的姿态控制；第 15 章介绍姿态控制系统设计的基本内容，以期读者能对航天器姿态动力学和控制有一个整体的认识。

本书可作为高等学校飞行力学、飞行器控制和飞行器设计等专业的研究生和本科生教材，也可供从事航天器与设计的专业人员参考。

作者学识水平有限，书中难免有不妥之处，承请读者不吝指正。

作者

2018年11月

# 目 录

## 第1章

# 航天器姿态运动学

航天器的姿态是指航天器相对空间的方位或指向，是航天器绕质心旋转运动的参量。用于描述航天器姿态的物理量称为姿态参数。而姿态运动学则是一门研究物体绕其质心旋转运动变量（即姿态参数）自身性质的学科，并不涉及产生运动的原因。

本章首先给出了本书所涉及的一些矢量运算及其符号，然后介绍与航天器相关的坐标系，最后讲述常用的姿态参数及姿态运动学的一般理论基础。

## 1.1 矢量及矢量运算的矩阵表示

### 1.1.1 与矢量相关的定义

**1. 矢量(Vector)**

矢量是由大小和方向来表征的物理量，如位移、速度、角动量、角速度和力矩等。矢量本身是与坐标系无关的。在本书中，物理矢量以加黑的斜体字母表示，如 $\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{H}$ 等。

**2. 标量(Scalar)**

标量是只有数值大小的量，如质量、速率、温度、时间、矢量的长度等。本书中的标量用带正、负号的实数或非黑体的斜体字母来表示，如 $a$，$v$，$H$ 等。

**3. 单位矢量**

单位矢量是长度为一个单位的矢量。单位矢量通常用于表示某矢量的方向，或者由 3 个单位矢量成组表示直角坐标系中的基矢量，如($\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$) 或($\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{e}_3$)。

**4. 矢阵(Vectrix)**

将标量矩阵的定义拓展，定义以单个矢量为元素的矩阵为矢阵。如矢量矩阵 $\underline{\boldsymbol{A}}$ 与矢量列阵 $\underline{\boldsymbol{a}}$ 分别定义为

$$\underline{\boldsymbol{A}} \triangleq (\boldsymbol{A}_{ij})_{m\times n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} & \cdots & \boldsymbol{A}_{1n} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} & \cdots & \boldsymbol{A}_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \boldsymbol{A}_{m1} & \boldsymbol{A}_{m2} & \cdots & \boldsymbol{A}_{mn} \end{bmatrix}, \quad \underline{\boldsymbol{a}} \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_1 \\ \boldsymbol{a}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}_n \end{bmatrix} = [\boldsymbol{a}_1 \quad \boldsymbol{a}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{a}_n]^{\mathrm{T}}$$

为与矢量及字母变量相区别，本书中矢阵用带下横线的加黑斜体字母表示。

矢阵同时具有矢量和矩阵的性质。矢阵运算的定义在形式上与一般的矩阵

运算定义一致。例如,有矢阵 $\underline{e}=[e_1 \quad e_2 \quad e_3]^{\mathrm{T}}$ 与矢量 $\boldsymbol{a}$,则以下算式成立:

$$\boldsymbol{a}\cdot\underline{e}=\boldsymbol{a}\cdot\begin{bmatrix}\boldsymbol{e}_1\\ \boldsymbol{e}_2\\ \boldsymbol{e}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}_1\\ \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}_2\\ \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}_3\end{bmatrix} \tag{1.1}$$

$$\underline{e}\cdot\underline{e}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{e}_1\\ \boldsymbol{e}_2\\ \boldsymbol{e}_3\end{bmatrix}[\boldsymbol{e}_1 \quad \boldsymbol{e}_2 \quad \boldsymbol{e}_3]=\begin{bmatrix}\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2 & \boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_3\\ \boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{e}_2 & \boldsymbol{e}_2\cdot\boldsymbol{e}_3\\ \boldsymbol{e}_3\cdot\boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_3\cdot\boldsymbol{e}_2 & \boldsymbol{e}_3\cdot\boldsymbol{e}_3\end{bmatrix} \tag{1.2}$$

$$\underline{e}\times\underline{e}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{e}_1\\ \boldsymbol{e}_2\\ \boldsymbol{e}_3\end{bmatrix}\times[\boldsymbol{e}_1 \quad \boldsymbol{e}_2 \quad \boldsymbol{e}_3]=\begin{bmatrix}\boldsymbol{e}_1\times\boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_1\times\boldsymbol{e}_2 & \boldsymbol{e}_1\times\boldsymbol{e}_3\\ \boldsymbol{e}_2\times\boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_2\times\boldsymbol{e}_2 & \boldsymbol{e}_2\times\boldsymbol{e}_3\\ \boldsymbol{e}_3\times\boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_3\times\boldsymbol{e}_2 & \boldsymbol{e}_3\times\boldsymbol{e}_3\end{bmatrix} \tag{1.3}$$

**5. 矢量基**

定义 3 个汇交于 $O$ 点的正交单位矢量$(\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k})$或$(\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3)$所组成的右手正交参考系,称为矢量基(简称基)。$O$ 点称为基点,这 3 个正交单位矢量称为这个基的基矢量。

同一基的各基矢量(以$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 为例)之间满足以下正交条件:

$$\boldsymbol{e}_i\cdot\boldsymbol{e}_j=\begin{cases}1, & i=j, \quad i,j=1,2,3\\ 0, & i\neq j, \quad i,j=1,2,3\end{cases}$$

$$\boldsymbol{e}_1\times\boldsymbol{e}_2=\boldsymbol{e}_3,\boldsymbol{e}_2\times\boldsymbol{e}_3=\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_3\times\boldsymbol{e}_1=\boldsymbol{e}_2$$

定义基矢量$(\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3)$构成的矢阵 $\underline{e}=[\boldsymbol{e}_1 \quad \boldsymbol{e}_2 \quad \boldsymbol{e}_3]^{\mathrm{T}}$ 表示这个矢量基。对于不同的基,在 $\underline{e}$ 的右下脚加下标予以区分,例如,$\underline{e}_{\mathrm{a}}$ 和$\underline{e}_{\mathrm{b}}$ 分别表示两个不同的基。对于矢量基 $\underline{e}$,式(1.2) 和式(1.3) 可分别化简为

$$\underline{e}\cdot\underline{e}^{\mathrm{T}}=\underline{\boldsymbol{E}}_3 \tag{1.4}$$

$$\underline{e}\times\underline{e}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0} & \boldsymbol{e}_3 & -\boldsymbol{e}_2\\ -\boldsymbol{e}_3 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{e}_1\\ \boldsymbol{e}_2 & -\boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{0}\end{bmatrix} \tag{1.5}$$

式(1.4) 中 $\underline{\boldsymbol{E}}_3$ 表示维数为 3 的单位矩阵。

### 1.1.2　矢量的描述及矢量运算的矩阵表示

矢量的几何描述很难处理复杂运算问题,通常采用矢量的代数表达方法。对于任意一个矢量 $\boldsymbol{u}$,均可表示为某个矢量基 $\underline{e}$ 的基矢量的线性组合,即

$$\boldsymbol{u}=u_x\boldsymbol{i}+u_y\boldsymbol{j}+u_z\boldsymbol{k} \tag{1.6}$$

式中,$u_x\boldsymbol{i}$,$u_y\boldsymbol{j}$ 和 $u_z\boldsymbol{k}$ 分别称为矢量 $\boldsymbol{u}$ 在基矢量上的 3 个分矢量。3 个标量系数 $u_x,u_y,u_z$ 分别称为此矢量在 3 个基矢量上的坐标。这 3 个坐标构成一个标量列

阵，称为矢量 $\boldsymbol{u}$ 在该矢量基上的坐标阵（或分量列阵），记为

$$\underline{\boldsymbol{u}}=[u_x \quad u_y \quad u_z]^{\mathrm{T}}$$

利用矩阵运算的形式，矢量 $\boldsymbol{u}$ 可写成矩阵乘积的形式，即

$$\boldsymbol{u}=\underline{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{T}}\underline{\boldsymbol{e}}=\underline{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\underline{\boldsymbol{u}} \tag{1.7}$$

考虑到基矢量的性质，不难验证矢量 $\boldsymbol{u}$ 的坐标列阵有如下表达式：

$$\underline{\boldsymbol{u}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{i}\\ \boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{j}\\ \boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{k}\end{bmatrix}=\boldsymbol{u}\cdot\underline{\boldsymbol{e}}=\underline{\boldsymbol{e}}\cdot\boldsymbol{u} \tag{1.8}$$

3 个坐标还可以写为一个反对称方阵，记为

$$\underline{\boldsymbol{u}}^{\times}=\begin{bmatrix}0 & -u_z & u_y\\ u_z & 0 & -u_x\\ -u_y & u_x & 0\end{bmatrix} \tag{1.9}$$

称此方阵为矢量 $\boldsymbol{u}$ 在该基上的坐标方阵，有些书中也称为叉乘矩阵。该矩阵为反对称阵，即

$$(\underline{\boldsymbol{u}}^{\times})^{\mathrm{T}}=-\underline{\boldsymbol{u}}^{\times} \tag{1.10}$$

应当指出，矢量在几何上为一客观存在的量，与矢量基（或坐标系）的选取无关。而矢量的坐标列阵则与矢量基有关。例如，有两个不同的矢量基 $\underline{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{a}}$ 和 $\underline{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{b}}$，矢量 $\boldsymbol{u}$ 在这个基上的坐标阵分别记为 $\underline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{a}}$ 和 $\underline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{b}}$，则由式(1.7)，有

$$\boldsymbol{u}=\underline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}\,\underline{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{a}}=\underline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{T}}\,\underline{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{b}} \tag{1.11}$$

很显然，$\underline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{a}}\neq\underline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{b}}$，即分量列阵与坐标系有关，而矢量则与坐标系无关。有些书中把列阵也称为矢量，或者将两者混为一谈。在本书中，将矢量 $\boldsymbol{u}$ 与矢量在坐标系 $S_{\mathrm{a}}$ 中的分量列阵 $\underline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{a}}$ 严格地加以区分。

为表达得更清楚，在本书中有时将坐标列阵 $\underline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{a}}$ 写为 $(\boldsymbol{u})_{\mathrm{a}}$，将坐标方阵 $\underline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{a}}^{\times}$ 写为 $(\boldsymbol{u})_{\mathrm{a}}^{\times}$。

在仅使用唯一坐标系的情况下，某个矢量与其在该坐标系中的分量列阵有着一一对应关系，此时将分量列阵称为矢量也未尝不可。但在像类似姿态动力学这样的学科中，经常使用许多不同的坐标系，这时矢量与分量列阵的严格区别就是完全必要的。

下面讨论矢量的运算与在同一个基上的坐标阵运算间的关系。为简略起见，列写如下：

$$\alpha\boldsymbol{a}=\alpha\,\underline{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\underline{\boldsymbol{a}}=\underline{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\alpha\underline{\boldsymbol{a}}$$

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\underline{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\underline{\boldsymbol{a}}+\underline{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\underline{\boldsymbol{b}}=\underline{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}(\underline{\boldsymbol{a}}+\underline{\boldsymbol{b}})$$