

形态教材



普通高等教育“十三五”规划教材

# 理论力学

阮诗伦 马红艳 主编

- MOOC视频
- 三维动画仿真
- 精美双色印刷



科学出版社

普通高等教育“十三五”规划教材

# 理 论 力 学

阮诗伦 马红艳 主编

科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

理论力学是研究机械运动及物体间相互机械作用的一般规律的学科，也称经典力学。作为现代力学体系的一部分，理论力学是大部分工程技术科学的理论基础。本书内容主要包括静力学（含静力学公理及物体的受力分析、力系的等效与简化、静力学平衡问题、摩擦）、运动学（含点的运动学、刚体的简单运动、点的合成运动、刚体的平面运动）、动力学（含质点动力学基本方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、碰撞、达朗贝尔原理、虚位移原理、分析动力学与辛数学初步）三大部分。

本书可作为高等学校本科机械、土建、水利、航空、航天等专业理论力学课程的教材，亦可作为高职高专、成人高校相应专业的自学和函授教材。

### 图书在版编目(CIP)数据

理论力学/阮诗伦，马红艳主编. —北京：科学出版社，2019.1

普通高等教育“十三五”规划教材

ISBN 978-7-03-060003-5

I . ①理… II . ①阮… ②马… III. ①理论力学-高等学校-教材  
IV. ①O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 288654 号

责任编辑：朱晓颖 任俊 / 责任校对：郭瑞芝

责任印制：霍兵 / 封面设计：迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮 政 编 码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京密东印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2019 年 1 月第 一 版 开本：787×1092 1/16

2019 年 1 月第一次印刷 印张：21 3/4

字数：569 000

定 价：69.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

# 前　　言

理论力学是固体力学的一个分支，是工科学生的一门重要的专业基础课，它既是后续力学课程的理论基础，又是一门具有完整体系并继续发展着的独立的学科，在机械、土木建筑、航空航天等许多工程技术领域中有着广泛的应用。本书内容主要包括静力学、运动学、动力学。通过该课程的学习，学生能够获得机械运动的理论知识，掌握解决工程中力学问题的一般方法。

本书内容和形式丰富全面，题材涉及很多的工程领域，题目的类型和训练的层次更加多样化，可满足不同层次读者的需求。特别是书中收录的部分题目由编者的科研实践和工程实践转化而来，这些题目体现了理论力学原理的创新性应用，也突出了对力学建模能力的培养。本书收录了大量贴近工程应用和实际生活的题目，并给出了详尽的解答以及深入的讨论，更集中地体现了本书内容的典型性、新颖性、趣味性和启发性等风格特色。这些特色将为在校大学生、社会不同层面的学习者提供重要的指导和帮助，也对工程技术界的读者提供有益的参考价值。

全书由阮诗伦、马红艳主编。参加本书编写工作的主要有阮诗伦(第1章)、张伟(第2章)、马红艳(第3章)、曾岩(第4、13章)、李明(第5、6章)、叶宏飞(第7章)、郑勇刚(第8章)、张永存(第9章)、赵岩(第10、11章)、韩啸(第12章)、王平(第14、15章)、周震寰(第16章)。

大连理工大学理论力学教学团队建设的在线开放课程于2017年9月1日在中国大学慕课“爱课程”平台(<http://www.icourses.cn/>)开课，为学生开展理论力学课程的学习提供了丰富的资源，可直接在手机、电脑上观看相关授课视频、习题讲解、动画演示和习题训练。

本书得到了大连理工大学教务处教材出版基金的资助，也得到了大连理工大学运载工程与力学学部、工程力学系的大力支持。大连理工大学张锡成教授对本书给予了悉心的指导，在此表示诚挚的感谢！

由于编者水平有限，疏漏之处在所难免，恳请专家、读者给予批评指正。

编　　者

2018年8月

# 目 录

## 第一篇 静力学

### 第1章 静力学公理及物体的受力分析

1.1 静力学基本概念	2
1.2 静力学公理	3
1.3 约束和约束反力	6
1.4 物体的受力分析和受力图	10
习题	12

### 第2章 力系的等效与简化

2.1 力在轴上的投影和力沿轴的分解	16
2.1.1 力在平面直角坐标轴上的投影和 沿坐标轴的分解	16
2.1.2 力在空间直角坐标轴的投影和 沿坐标轴的分解	17
2.2 力矩和合力矩定理	19
2.2.1 力对点的矩	19
2.2.2 合力矩定理	20
2.2.3 力对轴的矩	21
2.2.4 力对点的矩与力对通过该点的 轴的矩间关系	22
2.3 力偶和力偶矩	22
2.3.1 力偶	22
2.3.2 力偶矩	23
2.3.3 力偶矩的等效定理	23
2.3.4 力偶系的合成	24

2.4 力系的等效	25
2.4.1 力系的主矢和主矩	25
2.4.2 力系等效定理	26
2.5 汇交力系的合成	26
2.5.1 力的平移定理	26
2.5.2 汇交力系的合成方法	27
2.6 任意力系的简化	29
2.6.1 平面任意力系	29
2.6.2 空间任意力系	31

2.7 平行力系的简化	34
2.8 物体的重心	36
习题	40

### 第3章 静力学平衡问题

3.1 力系的平衡条件及平衡方程	44
3.2 平面力系的平衡问题	45
3.3 平面刚体系统的平衡	49
3.4 平面简单桁架的内力计算	54
3.5 空间力系的平衡问题	62
3.6 静定和静不定问题的概念	65
习题	67

### 第4章 摩擦

4.1 摩擦的分类与机理	75
4.1.1 对摩擦机理的认识历程	76
4.1.2 摩擦的分类	80
4.2 干摩擦定律	80
4.2.1 经典的干摩擦定律——库仑摩擦 定律	80
4.2.2 现代摩擦理论对干摩擦定律的 进一步探索	81
4.3 摩擦角和自锁现象	84
4.3.1 摩擦角与摩擦锥	84
4.3.2 自锁现象	84
4.4 摩擦角的典型应用	87
4.4.1 安息角与河堤的坡度	87
4.4.2 摩擦角的斜面自锁特性的 应用	88
4.4.3 摩擦角在测量中的应用	88
4.5 考虑摩擦的平衡问题	89
4.6 滚动摩阻	96
习题	100

## 第二篇 运动学

### 第5章 点的运动学

5.1 点的直线运动 .....	108
5.2 点运动的矢量法 .....	110
5.3 点运动的直角坐标法 .....	111
5.4 点运动的自然法 .....	115
5.4.1 弧坐标 .....	116
5.4.2 自然轴系 .....	116
5.4.3 速度 .....	117
5.4.4 加速度 .....	117
习题 .....	121

### 第6章 刚体的简单运动

6.1 刚体的平动 .....	123
6.2 刚体的定轴转动 .....	124
6.3 转动刚体内各点速度和加速度的 标量法 .....	126
6.4 转动刚体内各点速度和加速度的 矢量法 .....	130
6.5 定轴轮系的传动比 .....	132
6.5.1 齿轮传动 .....	132

## 第三篇

### 第9章 质点动力学的基本方程

9.1 动力学的基本定律 .....	190
9.2 质点的运动微分方程 .....	191
9.2.1 质点运动微分方程的 3种形式 .....	191
9.2.2 质点动力学的两类基本问题 .....	192
习题 .....	195

### 第10章 动量定理

10.1 动量与冲量 .....	198
10.1.1 质点的动量 .....	198
10.1.2 质点系的动量 .....	198
10.1.3 冲量 .....	200
10.2 动量定理 .....	200
10.2.1 质点的动量定理 .....	200
10.2.2 质点系的动量定理 .....	201

6.5.2 带轮传动 .....	133
6.5.3 多级传动 .....	134

习题 .....

### 第7章 点的合成运动

7.1 点的合成运动概述 .....	139
7.1.1 基本概念 .....	140
7.1.2 绝对运动轨迹与相对运动轨迹的 关系 .....	141
7.1.3 绝对导数和相对导数 .....	144
7.2 点的速度合成定理 .....	144
7.3 点的加速度合成定理 .....	149
习题 .....	156

### 第8章 刚体的平面运动

8.1 刚体平面运动概述 .....	160
8.2 平面运动刚体上点的速度分析 .....	162
8.3 平面运动刚体上点的加速度分析 .....	174
8.4 运动学综合应用举例 .....	178
习题 .....	183

## 动力学

10.2.3 质点系的动量守恒定理 .....	204
10.3 质心运动定理及其守恒形式 .....	206
习题 .....	208

### 第11章 动量矩定理

11.1 质点与质点系的动量矩 .....	211
11.1.1 质点对点的动量矩 .....	211
11.1.2 质点对轴的动量矩 .....	211
11.1.3 质点系对点的动量矩 .....	212
11.1.4 质点系对轴的动量矩 .....	212
11.1.5 质点系相对质心的动量矩 .....	212
11.1.6 刚体的动量矩 .....	213
11.1.7 刚体对轴的转动惯量 .....	214
11.2 动量矩定理及其守恒形式 .....	218
11.2.1 质点的动量矩定理 .....	218
11.2.2 质点系的动量矩定理 .....	221

11.2.3 质点系动量矩定律的 守恒形式	223
11.3 相对质心的动量矩定理	223
11.4 刚体的运动微分方程	224
11.4.1 刚体定轴转动微分方程	224
11.4.2 刚体平面运动微分方程	224
习题	229

## 第 12 章 动能定理

12.1 力的功	235
12.2 质点和质点系的动能	239
12.2.1 质点的动能	239
12.2.2 质点系的动能	240
12.3 动能定理和功率方程	242
12.3.1 动能定理	242
12.3.2 功率和功率方程	244
12.3.3 动能定理应用举例	245
12.4 势力场与势能	248
12.4.1 势力场	248
12.4.2 势能	248
12.4.3 质点系的势能	249
12.5 机械能守恒定律	250
12.6 动力学普遍定理的综合应用	253
12.6.1 动力学普遍定理小结	253
12.6.2 综合应用举例	253
习题	260

## 第 13 章 碰撞

13.1 碰撞问题的特征、基本假定与 分类	267
13.1.1 碰撞问题的主要特征	267
13.1.2 碰撞问题的基本假定	268
13.1.3 碰撞问题的分类	269
13.2 碰撞问题的动力学定理	270
13.2.1 碰撞问题的动量定理	270
13.2.2 碰撞问题的动量矩定理	270
13.2.3 碰撞问题的动能定理	271
13.3 质点的碰撞问题	272
13.3.1 两个质点间的碰撞	272
13.3.2 质点与固定平面间的碰撞	273
13.4 刚体的碰撞问题	275

13.4.1 平面运动刚体的碰撞问题	275
13.4.2 定轴转动刚体的碰撞问题	279
习题	282

## 第 14 章 达朗贝尔原理

14.1 惯性力与达朗贝尔原理	288
14.1.1 惯性力与质点的达朗贝尔 原理	288
14.1.2 质点系的达朗贝尔原理	289
14.2 刚体惯性力系的简化	291
14.2.1 刚体平动	291
14.2.2 刚体定轴转动	291
14.2.3 刚体平面运动	293
14.3 达朗贝尔原理的应用	293
14.4 转动刚体对轴承的动约束力	296
习题	297

## 第 15 章 虚位移原理

15.1 约束与约束方程	302
15.1.1 几何约束和运动约束	302
15.1.2 定常约束和非定常约束	303
15.1.3 双面约束和单面约束	303
15.1.4 完整约束和非完整约束	303
15.2 虚位移的基本概念	304
15.2.1 虚位移与虚功	304
15.2.2 质点系各质点虚位移之间的 关系	304
15.2.3 理想约束	305
15.3 虚位移原理及其应用	305
15.3.1 虚位移原理	305
15.3.2 单自由度机构的平衡问题	306
15.3.3 非理想约束系统的 平衡问题	307
15.3.4 多自由度系统的平衡问题	308
15.3.5 静定结构的约束反力和 内力	309
15.4 广义坐标与广义力	311
15.4.1 广义坐标	311
15.4.2 广义力	312
习题	313

## 第 16 章 分析动力学与辛数学初步

16.1 动力学普遍方程	318	16.3.3 哈密顿方程的首次积分	330
16.2 第二类拉格朗日方程	321	16.4 单自由度动力系统的辛描述	333
16.2.1 第二类拉格朗日方程	321	16.4.1 单自由度系统的自由振动	333
16.2.2 拉格朗日方程的首次积分	324	16.4.2 拉格朗日体系的表述	333
16.3 哈密顿正则方程	329	16.4.3 哈密顿体系的表述	334
16.3.1 勒让德变换	329	16.4.4 哈密顿正则方程的辛表述	334
16.3.2 哈密顿方程	330	习题	335
		参考文献	339

# 第一篇

## 静力学

静力学研究物体在力系作用下的平衡规律，其主要内容包括力系的简化和平衡方程。静力学中关于力系简化和物体受力分析的结论，也可应用于动力学。静力学在工程技术中有广泛的应用。工程结构和机械设备设计建造过程中，一般须先进行受力分析，根据平衡条件计算未知力，然后再进行强度和刚度分析。静力学理论是后续课程及工程设计的重要基础。

# 第1章

## 静力学公理及物体的受力分析

### 内容提要

本章介绍静力学的一些基本概念、阐述静力学公理、研究物体的受力情况、根据工程中常见的约束类型及相应的约束力建立力学模型。

### 1.1 静力学基本概念

#### 1. 刚体

刚体是指在力的作用下形状和大小都保持不变的物体，就是理想的受力不变形的物体。在静力学中所指的物体都是刚体。实际物体在力的作用下，都会不同程度地发生变形，但在工程中，大多数结构的变形通常被限制在微小范围之内，所以在分析物体的受力时，微小变形可忽略不计，研究对象可视为刚体。

#### 2. 力

力是物体间的机械作用。这种作用有两种效应：一种是引起物体机械运动状态改变，称为**外效应**，平衡是外效应的特殊情况；另一种是使物体产生变形，称为**内效应**。力对物体的作用效应取决于**三个要素**：大小、方向和作用点，如图 1-1 所示。力是矢量，常用黑斜体字母  $\mathbf{F}$  表示，而字母  $F$  只表示力的大小。在国际单位制(SI)中，力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)。

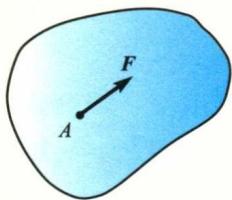


图 1-1

按照外力的作用形式，可分为表面力和体积力。作用在物体表面的力，称为**表面力**，如两物体间的接触压力；作用在物体各质点上的外力，称为**体积力**，如重力和惯性力。

表面力按照在物体表面的分布情况，又可分为分布力和集中力。作用在物体上的外力如果作用面积远小于物体尺寸，可以简化为**集中力**，如图 1-2(a)所示。

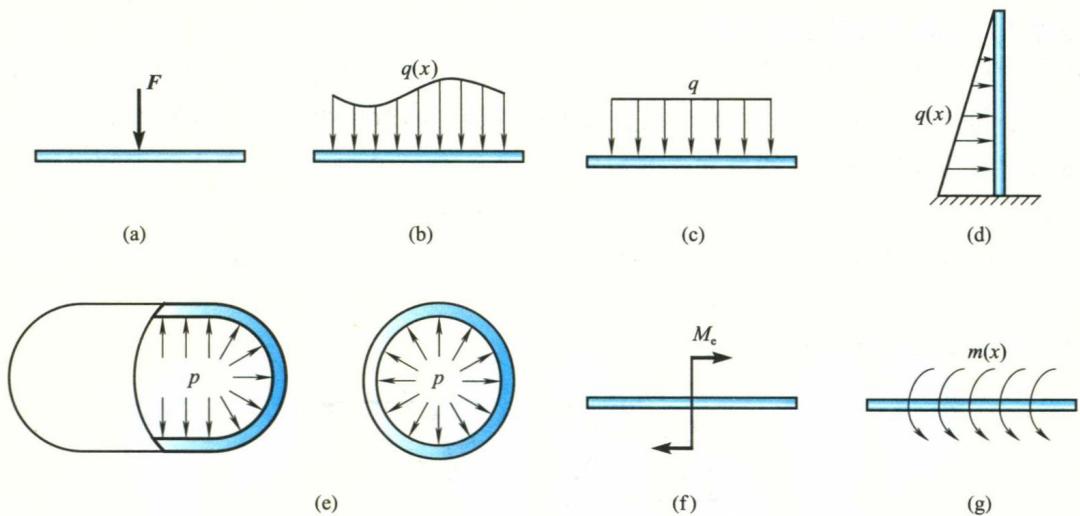


图 1-2

如果力的作用范围较大，则应简化为**分布力**。简化为一条线上的连续作用的力称为**线分布力**，如长杆的重力就可以简化为作用在杆的轴线上的**线分布力**，如图 1-2(b) 所示，其单位长度上力的大小用**线分布力集度**  $q(x)$  表示，单位为 N/m 或 kN/m。 $q(x)$  是常数时称为**均布力**，如图 1-2(c) 所示。图 1-2(d) 是水闸受到静水压力作用时沿深度方向的**线性线分布力**的简化图。静水压力可简化成在一个面上连续作用的力，称为**面分布力**，其单位面积上力的大小用  $p$  表示，单位为 Pa ( $1\text{Pa}=1\text{N}/\text{m}^2$ )。压力容器内的压力也是典型的面分布力，如图 1-2(e) 所示。

图 1-2(f) 是**集中力偶**的示意图，单位为 N·m 或 kN·m，图 1-2(g) 则为**线分布力偶**的示意图，其单位为 N·m/m。

### 3. 力系

作用在物体上的一群力称为**力系**，如图 1-3 所示。如果两个力系的作用效应相同，称为**等效力系**。在不改变力的作用效应的前提下，用简单力系代替复杂力系，称为**力系的简化或力系的合成**。

### 4. 平衡

物体相对于固结在地球表面的惯性坐标系处于静止或做匀速直线运动的状态称为**平衡**。物体平衡时加速度为零。要使物体处于平衡状态，作用在它上面的力系必须满足一定的条件，这些条件称为**力系的平衡条件**。使物体平衡的力系称为**平衡力系**。

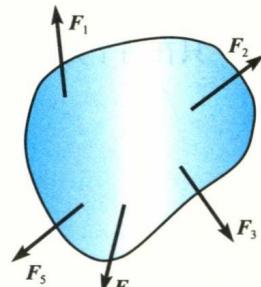


图 1-3

## 1.2 静力学公理

静力学公理是人们在长期生活和生产活动中积累经验的总结，又经过实践反复检验，证明是符合客观实际的普遍规律。它们是研究力系的等效、简化及平衡条件的依据。

### 公理 1 力的平行四边形法则

作用于物体同一点的两个力  $F_1$ 、 $F_2$ ，可以合成为一个合力  $F_R$ 。合力的作用点也在该点，合力的大小和方向由以这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定，如图 1-4(a) 所示，合力是这两分力的矢量和，即

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

平行四边形法则可以简化成三角形法则：两个分力头尾相连，合力与第一个分力同起点，与另一个分力同终点，如图 1-4(b) 所示。

这个公理是复杂力系简化的基础。

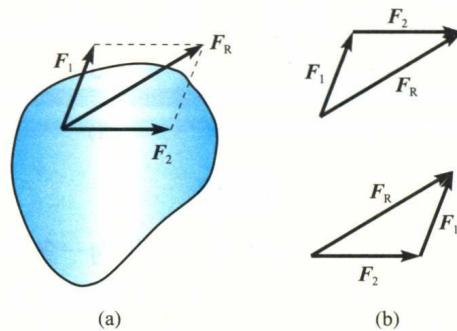


图 1-4

### 公理 2 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力，使刚体处于平衡的充分必要条件是：这两个力大小相等，方向相反，且在同一条直线上，如图 1-5(a) 所示。无论刚体是什么样的形状，如果只受两个力作用且平衡，则这两个力必然满足二力平衡条件。即

$$F_1 = -F_2 \quad (1-2)$$

只在两个力作用下处于平衡的受力物体称为**二力构件或二力杆**，如图 1-5(b) 所示。

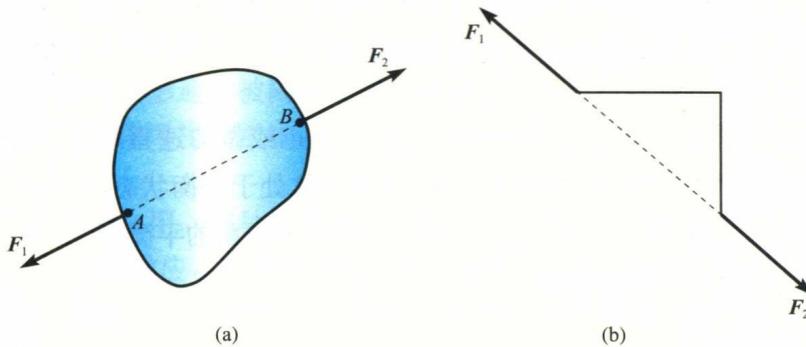


图 1-5

### 公理 3 加减平衡力系原理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用。这是研究力系等效变换的重要依据。

根据公理 3 可以得出下列两个推论。

#### 推论 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，并不改变该力对刚体的作用。

证明：设力  $\mathbf{F}$  作用于刚体上的  $A$  点（图 1-6(a)）。在力的作用线上任选一点  $B$ ，在  $B$  点加上相互平衡的两个力  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ （图 1-6(b)），且使

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 = \mathbf{F} \quad (1-3)$$

根据加减平衡力系原理，三个力  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}$  组成的力系与原力  $\mathbf{F}$  等效。再从该力系中减去由  $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{F}_2$  组成的平衡力系后，留下  $\mathbf{F}_1$ （图 1-6(c)），作用效应仍不变。这一过程可以看成是力  $\mathbf{F}$  沿作用线可以任意移动，作用效应不变。所以对刚体而言，力的三要素变为：大小、方向和作用线。

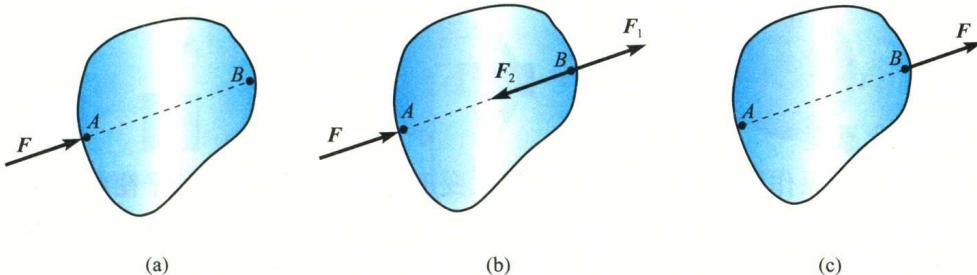


图 1-6

## 推论 2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上的三个相互平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则此三力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。

证明：设作用在刚体上的平衡力系由三个共面且不平行的力  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$  组成（图 1-7(a)），根据力的可传递性，将力  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  移到它们作用线的汇交点  $O$ ，再根据力的平行四边形法则，得到合力  $\mathbf{F}_{12}$ （图 1-7(b)），这一过程力系的作用效应不变，刚体仍处于平衡状态。根据二力平衡条件， $\mathbf{F}_{12}$ 、 $\mathbf{F}_3$  必共线，且  $\mathbf{F}_3$  的作用线通过交点  $O$ 。

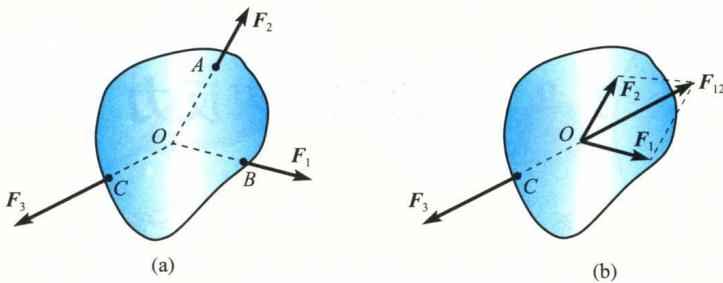


图 1-7

## 公理 4 作用与反作用定律

作用力和反作用力总是同时存在，两个力的大小相等，方向相反，沿着同一直线，分别作用在两个相互作用的物体上，如图 1-8 所示。

这个公理就是牛顿第三定律，不论物体是否平衡，该定理都成立。作用力和反作用力分别作用在两个不同的物体上，不是平衡力系。作用力和反作用力一般用相同的字母表示，区别是其中之一加“撇”。

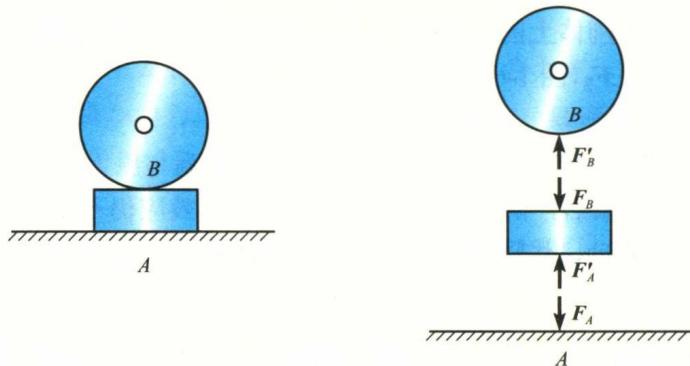


图 1-8

### 公理 5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡，如将此变形体刚化为刚体，其平衡状态保持不变。

这个公理提供了把变形体抽象成刚体模型的条件，如图 1-9 所示，绳索在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡，如将绳索刚化成刚性杆，则平衡状态保持不变。而绳索在等值、反向、共线的两个压力作用下不能平衡，就不能将绳索刚化成刚体，如图 1-10 所示。

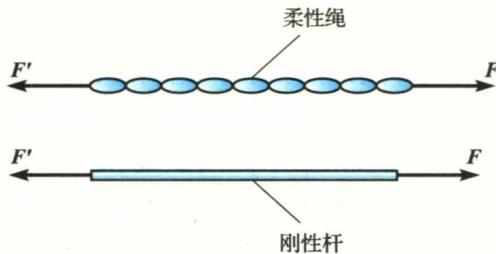


图 1-9

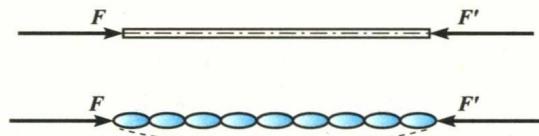


图 1-10

## 1.3 约束和约束反力

如果物体与其他物体相联系，其运动（包括平移和转动）会受到其他物体的限制。当选定一部分物体作为研究对象以后，那些限制研究对象运动的物体就称为该研究对象的**约束**。例如支座是桥梁的约束，轴承是转动轴的约束，起重钢索是起重物的约束等。约束对物体的作用力称为**约束反力**，简称反力。约束反力的作用点是物体与约束的接触点，约束反力的方向则与它能阻碍物体运动方向相反。常见的典型约束有以下几种。

### 1. 柔索约束

柔索约束的特点是只能承受拉力，不能承受压力或抵抗弯曲，如皮带（图 1-11(a)）、绳子（图 1-11(b)）、钢索（图 1-11(c)）、链条、胶带等。柔索只能限制物体沿柔索伸长方向的运动，所以柔索约束反力为沿着其中心线而背离物体的拉力，用  $F_T$  表示。

### 2. 光滑接触面约束

当忽略摩擦时，两物体之间的接触面就可视为光滑的。光滑接触面约束只能限制物体沿接触面公法线方向的运动，所以约束反力应通过接触点，沿着该点的公法线指向研究对象，用  $F_N$  表示，如图 1-12 所示。

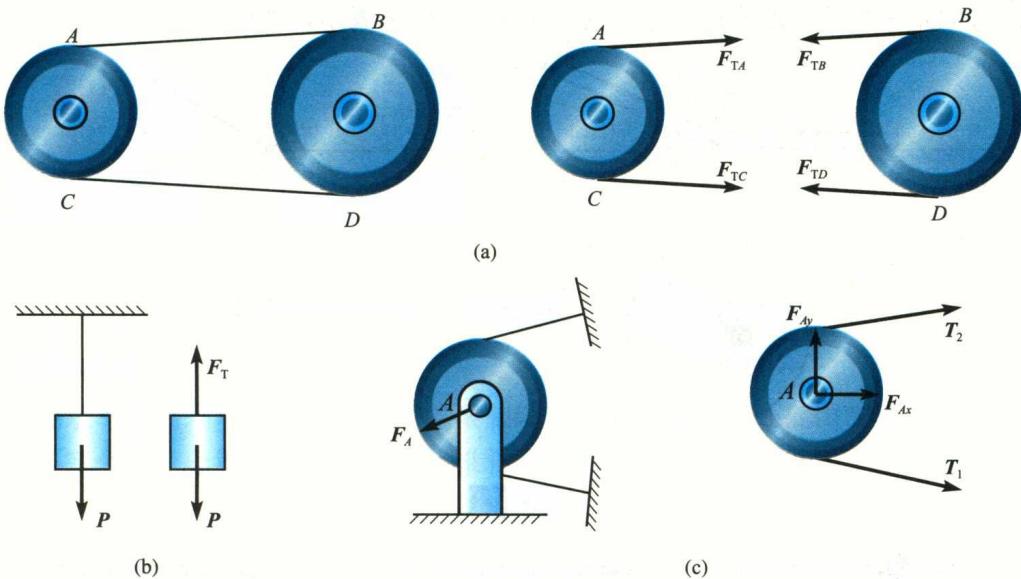


图 1-11

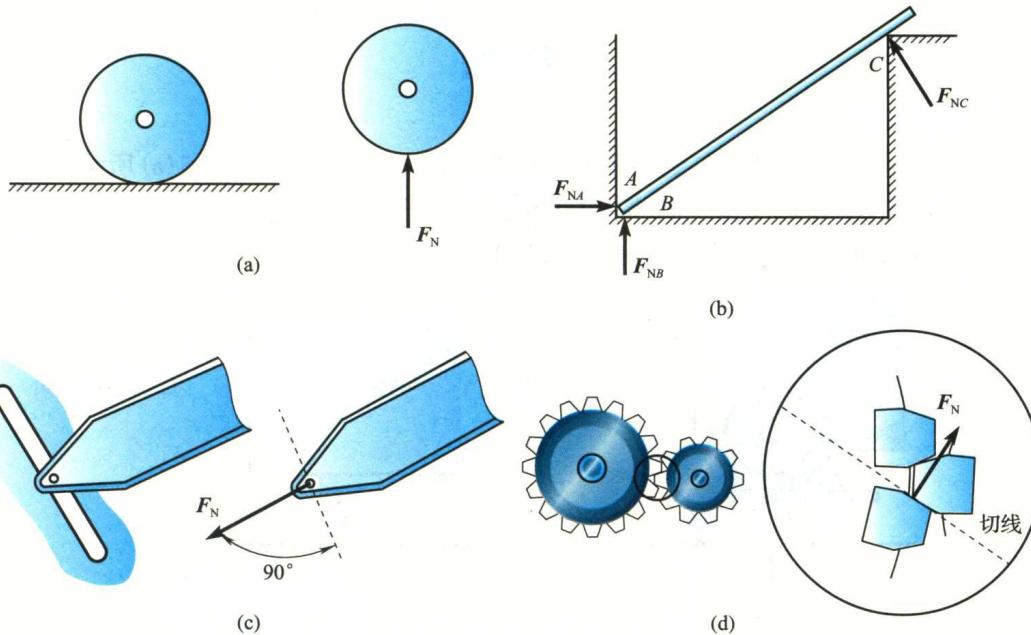


图 1-12

### 3. 光滑铰链约束

圆柱形铰链简称**圆柱铰**或**中间铰**，它用销钉将A、B两个构件连接在一起而成，如图1-13(a)所示。当忽略摩擦时，销钉只限制两构件的相对移动，不限制转动。具有这样性质的约束称为光滑铰链约束。图1-13(b)为其力学简图。销钉给予构件的约束反力 $\mathbf{F}$ 应过接触点，沿公法线方向，通过销钉的中心，见图1-13(c)。由于接触点的位置尚不能确定，故约束反 $\mathbf{F}$ 的方向不确定。一般用两个正交分量 $F_x$ 和 $F_y$ 来表示，如图1-13(d)所示。

### 4. 固定铰支座

将构件与支座连接，支座固定于支承面上，称为固定铰支座，如图1-14(a)所示。图1-14(b)是它的力学简图。这种支座的特点是构件只能绕销钉的中心线转动而不能移动。约

束反力的方向是未知的，通常用两个正交分量  $F_x$  和  $F_y$  来表示，如图 1-14(c) 所示。

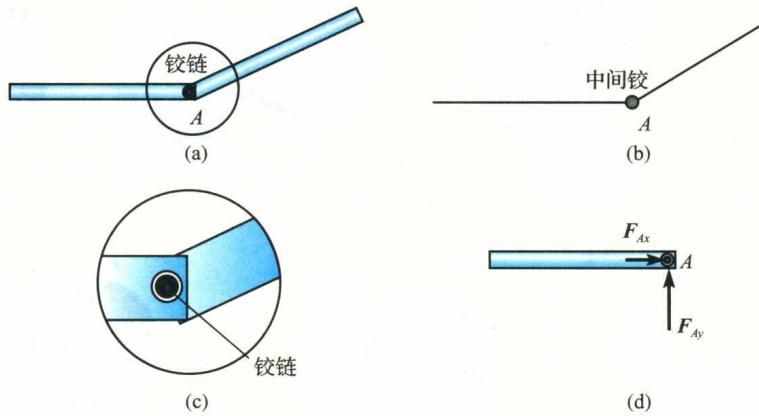


图 1-13

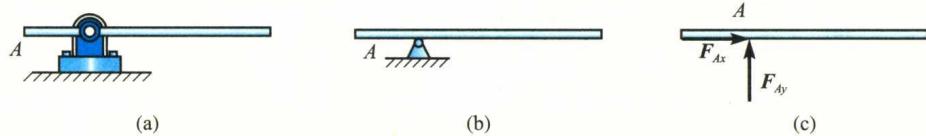


图 1-14

## 5. 可动铰支座

如果铰支座通过滚柱放置在支承面上，则称为可动铰支座，如图 1-15(a) 所示。图 1-15(b)、(c) 是它的力学简图。这种支座的特点是只能限制构件沿垂直于支承面方向的移动。约束反力的方向应垂直于支承面并通过销钉中心，如图 1-15(d) 所示。

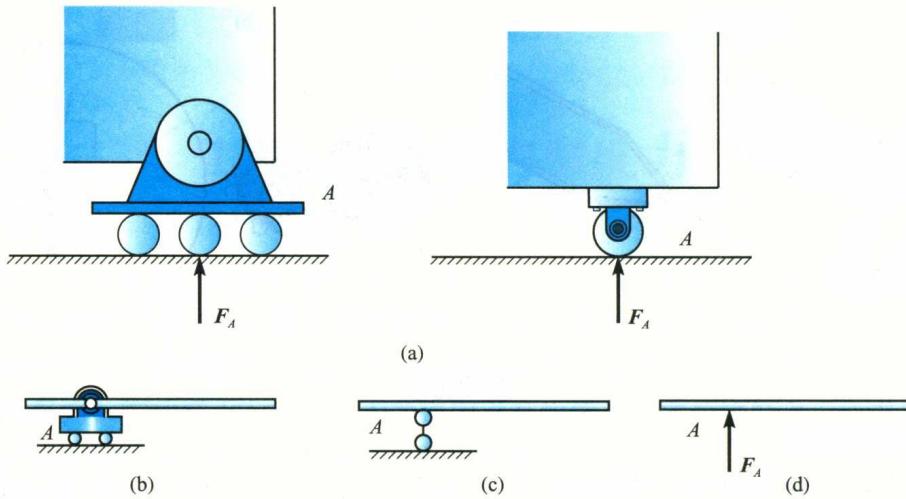


图 1-15

## 6. 径向轴承

径向轴承又称向心轴承，如图 1-16(a) 所示，图 1-16(b) 为其力学简图。轴可以在孔内任意转动，也可沿孔的中心线移动，但轴承阻碍轴沿径向移动。约束反力作用线垂直于轴线并通过轴心，方向未知，通常用两个正交分量  $F_x$  和  $F_y$  来表示，如图 1-16(c) 所示。

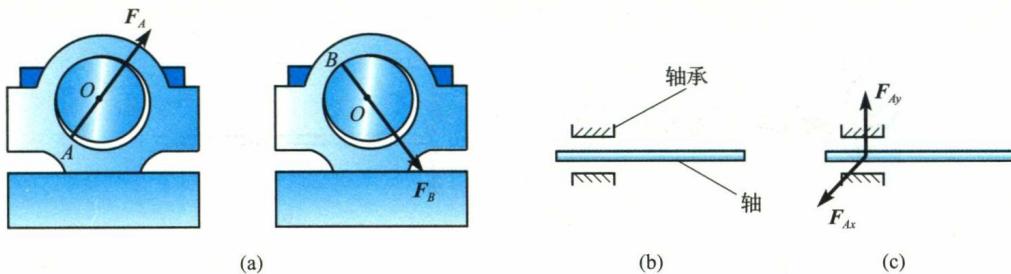


图 1-16

## 7. 止推轴承

止推轴承与径向轴承不同，它除了能限制轴的径向位移外，还能限制轴向位移。因此，约束反力有三个正交分量  $F_x$ 、 $F_y$ 、 $F_z$ 。止推轴承的简图及其约束力如图 1-17 所示。

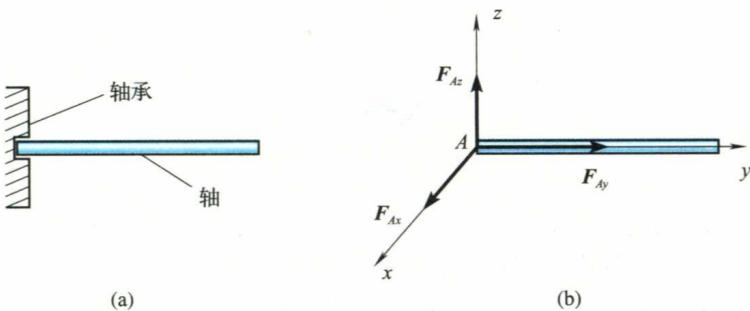


图 1-17

## 8. 球铰

通过圆球和球壳将两个构件连接在一起的约束称为球铰，如图 1-18(a)所示。它使构件的球心不能有任何移动，但构件可绕球心任意转动。若忽略摩擦，其约束反力应是通过接触点与球心，但方向未知，可用三个正交分力  $F_x$ 、 $F_y$ 、 $F_z$  表示。其简图及约束反力如图 1-18(b) 所示。

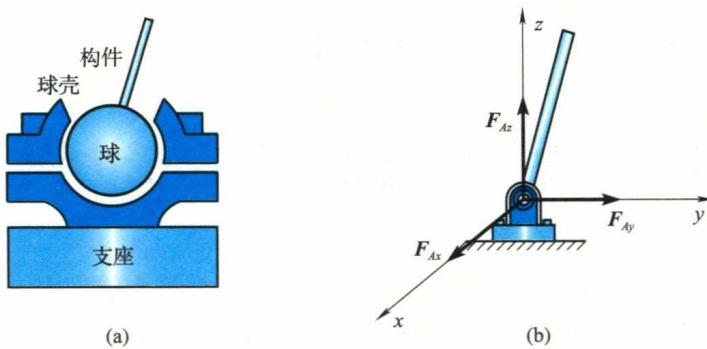


图 1-18

## 9. 固定端

约束把物体牢牢地固定，使其不能产生任何相对运动，这种约束称为固定端，如图 1-19(a) 所示，其力学简图如图 1-19(b) 所示。固定端既限制物体任意方向的移动，又限制转动，因此约束反力有六个分量：限制移动的反力  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$ 、 $F_{Az}$ ，限制转动的反力偶  $M_{Ax}$ 、 $M_{Ay}$ 、 $M_{Az}$ ，如图 1-19(c) 所示。如果是平面力系，力的作用线位于同一平面内，固定端处的约束反力有三