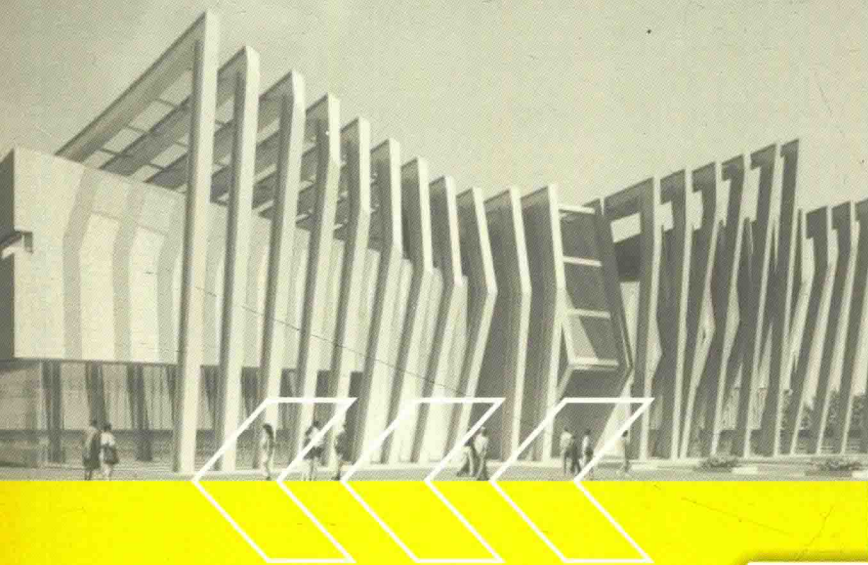




普通高等教育土建学科“十三五”规划教材

LILUN  
LIXUE



◎ 主编 苏振超

# 理论力学



华中科技大学出版社

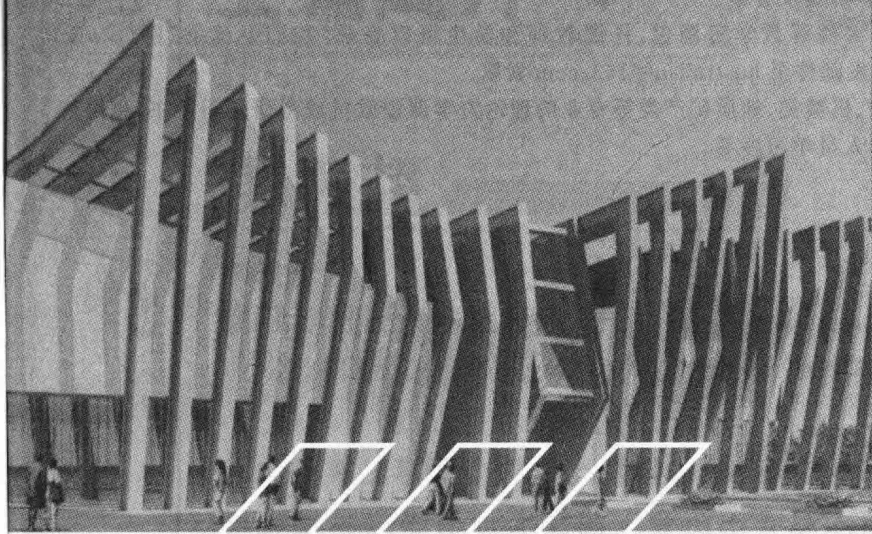
<http://www.hustp.com>



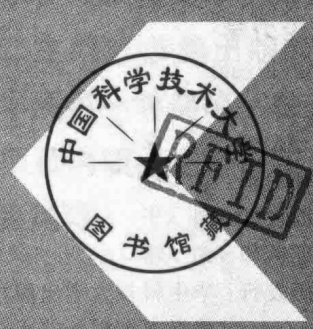
普通高等教育土建学科“十三五”规划教材

# 理论力学

# LILUN LIXUE



主 编 苏振超  
 副主编 薛艳霞 陈臻林 童小龙  
 杨友全 张春玲 李淑一  
 张巧巧



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

中国·武汉



## 内 容 简 介

本书结合作者长期从事理论力学教学与改革的经验与体会,按照教育部高等学校力学教学指导委员会制定的最新版《理论力学课程教学基本要求》(A类),形成了有一定特色的理论力学知识体系。该教材在理论力学教学内容的系统性、逻辑性、完整性以及在概念的一些概念的阐述等方面都作了新的探索 and 改革。

本书共三篇,即运动学篇、静力学篇和动力学篇。运动学篇包括运动学基础、点的合成运动、刚体的平面运动三章;静力学篇包括静力学基础及物体的受力分析、力系的简化、平衡方程及其应用、摩擦、分析静力学五章;动力学篇包括质点动力学、达朗贝尔原理、动量定理、动量矩定理、动能定理、分析动力学基础六章。书后附有关于基础知识及简单均质几何体的重心和转动惯量的两个附录和习题答案。书中包含较多的例题、思考题及习题,为控制篇幅,个别例题以二维码形式给出,并对部分习题给出其解答的二维码。另外,为了帮助读者了解学习效果,以二维码的形式给出几套模拟试题及答案。

为了方便教学,本书还配有电子课件等教学资源包,任课教师和学生可以登录“我们爱读书”网([www.ibook4us.com](http://www.ibook4us.com))免费注册并浏览,或者发邮件至 [husttujian@163.com](mailto:husttujian@163.com) 索取。

本书可用作高等学校土木水利类、机械类、地质矿产类等专业的理论力学课程教材或考研复习用书,也可供高职高专相关专业的师生及工程技术人员学习参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

理论力学/苏振超主编. —武汉:华中科技大学出版社,2018.8  
普通高等教育土建学科“十三五”规划教材  
ISBN 978-7-5680-4184-3

I. ①理… II. ①苏… III. ①理论力学-高等学校-教材 IV. ①O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 200140 号

### 理论力学

Lilun Lixue

苏振超 主编

策划编辑:康 序

责任编辑:狄宝珠

封面设计:抱 子

责任监印:朱 玢

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

电话:(027)81321913

武汉市东湖新技术开发区华工科技园

邮编:430223

录 排:武汉正风天下文化发展有限公司

印 刷:武汉科源印刷设计有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:20

字 数:536千字

版 次:2018年8月第1版第1次印刷

定 价:48.00元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换  
全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务  
版权所有 侵权必究



## 主编简介 ▼



### 苏振超

副教授

厦门大学硕士研究生导师

长期从事理论力学、材料力学等基础力学课程的教学与研究工作。发表教学与研究论文20多篇，其中中文核心期刊以及国外EI期刊论文10多篇。作为第一主编，出版《理论力学》《材料力学》《工程力学》《结构力学》《建筑力学》等相关力学教材10部，第二主编或参编出版教材6部。教学研究曾获校级教学成果二等奖，校级教学质量一等奖等。曾获省级信息技术教育优秀成果二等奖。主持省级科研项目两项，主持市级科研项目及横向课题多项。参与国家自然科学基金项目两项。



# 前言

本书是华中科技大学出版社组织编写的土木工程专业系列规划教材之一。

作者结合长期从事理论力学课程教学的经验与体会,按照教育部高等学校力学教学指导委员会制定的最新版《理论力学课程教学基本要求》(A类),参照国内外理论力学及工程力学的经典教材组织编写了这本理论力学教材。该教材具有如下一些特点:

(1) 对理论力学知识体系的讲授顺序进行调整,将原来的第一篇由静力学改为运动学,这样安排主要是为了更系统地讲授静力学。例如,可以在讨论滚动摩擦时将滚子不同状态下的运动条件与摩擦力服从的规律讲清楚,并可以将分析静力学(即虚位移原理)一并在静力学篇中讨论,更有利于学生全面深入理解好静力学。

(2) 将约束、自由度、广义坐标等概念置于教材的开端,作为统领整部教材的基本概念,既满足了运动学的需要,也满足了静力学和动力学的需要,同时对今后结构力学课程的学习打下基础。

(3) 相比传统的教学体系,本书将静力学分析静力学与矢量静力学一起安排在静力学篇,不仅仅考虑到静力学知识体系的完整性,同时也是考虑到虚位移原理的重要性以及开始学习时的困难,为学生在学习过程中深入理解该原理留有更多与教师讨论的时间,分散这一教学难点。

(4) 将动力学的达朗贝尔原理置于动力学三大定理之前。这样安排主要是考虑到达朗贝尔原理对于学生而言有一定的新鲜感,原理简单、实用性和通用性较好,又是很多专业课程或工程实际中处理动力学问题的首选方法,但能够灵活运用并不容易,也是教学中的一个重点和难点。所以将之置于动力学三大定理之前目的是给学生留出时间消化吸收。而动力学三大定理主要是通过动量、动量矩及动能等物理量,来建立作用量(力、力偶等)与运动量(速度、加速度等)之间的关系,这些内容学生已经在中学及大学物理课程中有了初步了解,深入学习的难度相对较低。达朗贝尔原理的前移有利于活跃学生的思维,使学生对动量定理和动量矩定理有更深入的认识,对各类动力学问题可以一题多解,从而提高学生解决问题的能力。

(5) 考虑到目前很多高校理论力学实际授课课时比较紧张,没有将振动基础及碰撞的内容单独成章安排,而是分别在质点动力学和动量矩定理中介绍。

(6) 将教育部高等学校力学教学指导委员会制定的理论力学课程教学基本要求(A类)专题中的部分理论内容集中在一起,作为分析动力学基础一章,这样内容紧凑,前后联系密切,便于按逻辑思维展开。

(7) 引用了作者的一些教学研究成果。例如对摩擦力、摩擦角概念的引入,复杂摩擦问题的求解,复杂虚位移之间关系的建立,无功约束的概念等。

(8) 为控制篇幅,并为读者提供更多学习材料,本书大量采用二维码技术,将习题参考答案、一些例题和习题的解答过程利用二维码的方式提供给读者,在使用时建议先独立完成,再扫码核对。

(9) 提供六套模拟试题及其解答过程,以便于读者了解自己的学习程度,供读者学习参考。

本书在编写过程中,坚持以学生为中心的理念,以有效教学、激发学生的积极思维为导向,文中引用了大量典型例题,并在正文中及例题后通过【说明】、【评注】、【思考】等环节,加强学生思维能力、以及提出和分析问题能力的培养,力求做到使学生的知识与能力协调发展,理论与实际相结合。作者相信,学生只有不断提出新的问题,才能激发学习兴趣,才能学好理论力学。

本书由厦门大学嘉庚学院苏振超主编,厦门大学嘉庚学院薛艳霞、成都理工大学陈臻林、湖南理工学院童小龙、湖北理工学院杨友全、大连海洋大学应用技术学院张春玲,湖北文理学院理工学院李淑一和张巧巧任副主编。全书由苏振超负责规划、组织并统稿。在教材编写中,作者们参考了很多国内外优秀理论力学或工程力学教材,在此向这些教材的作者们致以谢意!本书作者对所在学校的领导和同事给予的指导和帮助表示感谢。本教材引用的一些材料部分来自福建省教育科学“十三五”规划课题(重点资助)(FJJKCGZ16-152)的成果,对福建省教育厅的部分经费资助表示感谢。

为了方便教学,本书还配有电子课件等教学资源包,任课教师和学生可以登录“我们爱读书”网([www.ibook4us.com](http://www.ibook4us.com))免费注册并浏览,或者发邮件至 [husttujian@163.com](mailto:husttujian@163.com) 索取。

限于作者的水平,书中定有疏漏或错误之处,敬请读者批评指正。

作者

2018.8.1

# 目 CONTENTS

<b>绪论</b>	1
0.1 理论力学的内容和任务	1
0.2 理论力学的研究方法	2
0.3 理论力学的学习方法	3

## 第1篇 运 动 学

<b>第1章 运动学基础</b>	7
1.1 约束及约束方程	7
1.2 自由度和广义坐标	9
1.3 点的运动学	11
1.4 刚体的基本运动	19
思考题	26
习题	28
<b>第2章 点的合成运动</b>	32
2.1 绝对运动、相对运动和牵连运动	32
2.2 速度合成定理	33
2.3 加速度合成定理	38
思考题	43
习题	44
<b>第3章 刚体的平面运动</b>	48
3.1 刚体的平面运动及其运动方程	48
3.2 平面图形上各点的速度分析	50
3.3 平面图形上各点的加速度分析	55

3.4 刚体平面运动与点的合成运动综合应用	57
思考题	61
习题	63

## 第 2 篇 静 力 学

<b>第 4 章 静力学基础及物体的受力分析</b>	69
4.1 力及力系	69
4.2 刚体静力学的基本公理	72
4.3 力矩 力偶及力偶矩	74
4.4 约束及约束反力	79
4.5 物体的受力分析	83
思考题	88
习题	89
<b>第 5 章 力系的简化</b>	92
5.1 力的平移定理	92
5.2 力系的简化	93
5.3 重心和形心	103
5.4 平行分布力系的简化	105
思考题	109
习题	110
<b>第 6 章 平衡方程及其应用</b>	113
6.1 汇交力系的平衡	113
6.2 力偶系的平衡	116
6.3 一般力系的平衡	119
6.4 物体系统的平衡 静定和静不定问题	122
6.5 平面静定桁架	128
思考题	132
习题	134
<b>第 7 章 摩擦</b>	141
7.1 摩擦力与摩擦角	141
7.2 考虑摩擦时物体系统的平衡	144
7.3 滚动摩阻	152
7.4 柔性体的摩擦	155
思考题	157



习题	158
<b>第 8 章 分析静力学</b>	163
8.1 力的功	163
8.2 虚位移的概念与分析方法	168
8.3 虚位移原理	171
8.4 势力场、有势力和势能	181
8.5 势力场中物体系统的平衡条件及平衡稳定性	183
思考题	186
习题	187
<b>第 3 篇 动 力 学</b>	
<b>第 9 章 质点动力学</b>	193
9.1 牛顿运动定律	193
9.2 质点的运动微分方程	194
9.3 质点动力学的两类基本问题	195
思考题	199
习题	200
<b>第 10 章 达朗贝尔原理</b>	203
10.1 质点和质点系的达朗贝尔原理	203
10.2 转动惯量与惯性积	205
10.3 惯性力系的简化	210
10.4 达朗贝尔原理的应用	213
10.5 一般定轴转动刚体的轴承动反力	220
思考题	224
习题	225
<b>第 11 章 动量定理</b>	229
11.1 动量与冲量	229
11.2 动量定理	230
11.3 质心运动定理	234
思考题	237
习题	237
<b>第 12 章 动量矩定理</b>	240
12.1 质点及质点系的动量矩	240
12.2 动量矩定理	243

12.3	矩心为动点的动量矩定理	247
12.4	刚体的平面运动微分方程	249
12.5	碰撞问题	252
	思考题	259
	习题	259
<b>第 13 章 动能定理</b>		264
13.1	动能	264
13.2	动能定理	266
13.3	机械能守恒定律 功率方程	273
13.4	动力学普遍定理的综合应用	276
	思考题	285
	习题	286
<b>第 14 章 分析动力学基础</b>		291
14.1	动力学普遍方程	291
14.2	第二类拉格朗日方程	293
14.3	第一类拉格朗日方程	298
14.4	哈密顿正则方程	300
14.5	哈密顿原理	303
	思考题	306
	习题	306
<b>二维码</b>		309
<b>参考文献</b>		310



# 绪 论

## 0.1 理论力学的内容和任务 .....

### 一、理论力学的内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的一门学科。

机械运动是物体在空间的位置随时间的变化;是所有运动形式中最简单的一种。例如建筑物的振动、机器的运转、河水的流动、车辆的行驶等等,都是机械运动。平衡作为机械运动的一种特殊情况,也是理论力学的研究内容之一。

理论力学研究的内容是远小于光速的宏观物体的机械运动,以牛顿基本定律为基础,属于经典力学的范畴。用经典力学来解决相关问题,不仅方便,而且能够保证足够的精确性,所以经典力学仍有很大的实用意义,并且随着新问题的不断出现还在不断地发展着。

研究物体机械运动的普遍规律有两种基本方法,并以此形成了理论力学的两大体系:一是用矢量的方法研究物体机械运动的普遍规律,称为矢量力学;二是用数学分析的方法进行研究,称为分析力学。本书对这两种研究方法按照问题的性质并行介绍,希望使读者尽早接触分析力学的概念,提高读者利用分析力学的方法解决力学问题的能力。

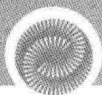
本书内容包括运动学篇、静力学篇、动力学篇三篇。

### 二、理论力学的任务

理论力学是一门理论性较强的技术基础课,学习理论力学有下述任务:

(1) 土木、机械、水利、航空、船舶等工程专业一般都会涉及机械运动的问题。有些工程实际问题可以直接应用理论力学的基本理论去解决,如土木、水利工程中的平衡问题;传动机械的运动学分析;振动问题和动反力问题等。而一些比较复杂的工程实际问题,则需要应用理论力学的理论和其他专门知识共同解决,如土木工程中结构物对动荷载的响应分析及建筑物的抗震设计、机械工程中机构的动力响应等。理论力学中虽然不讨论这些专门问题,但其思想和方法却是研究这些问题的基础。由此可见,掌握理论力学知识十分重要。

(2) 理论力学的研究对象是力学中最普遍、最基本的规律。很多工程专业的课程,如材料力学、结构动力学、振动力学、机械原理等,都要用到理论力学的知识,所以理论力学是学习一系列后续课程的基础。同时,在日常生活和生产中,理论力学的基本概念和理论也在指导着人们的实



践活动,所以理论力学的基本知识对提高公民素质也具有一定的作用。

(3) 理论力学知识是许多新兴学科的研究基础。理论力学的研究内容已渗透到很多科学领域,形成了一些新兴学科。例如:非线性动力学、机器人动力学、卫星姿态动力学等等。总之,为了探索新的科学领域,必须打下坚实的理论力学基础。

(4) 理论力学的理论来源于实践又服务于实践,既抽象又紧密结合实际,研究的问题涉及面广,而且系统性和逻辑性强。学习理论力学,对培养辩证唯物主义的分析方法,培养逻辑思维和解决问题的能力都具有重要作用。

## 0.2 理论力学的研究方法.....

### 一、工程实际问题的简化

在工程实际问题中,我们所考察的物体复杂多样,即使是同一类型的问题,其受力状况也不尽相同。为便于研究,需将工程实际问题进行简化,以得到合理的力学模型,在此基础上做进一步的分析和计算。将一个实际问题抽象为合理的力学模型并不容易,需要一定的工程经验和理论素养。一般来说,工程问题可从三方面加以简化:物体的几何尺寸、受到的约束和承受的荷载(力)。

简化过程因为略去一些次要因素,自然存在着近似性。例如,在微小面积上的力可视为集中力,接触面很光滑或经过充分润滑时可不计摩擦等等。究竟哪些因素可以视为次要因素而略去,与研究问题的性质及其精确度有关。例如,在研究一般抛射运动时,将抛射体作为质点看待,且只计重力而不计空气阻力,得到的结果是可用的;但在研究远射程炮弹的运动时,再这样假设,炮弹可能偏离射击目标。另一方面,如将对实际存在的一些因素全部计入,看似符合实际,但结果可能使问题无法求解,或者虽能求解,但困难极大,费时费力,而工作中并不需要这样高的精确度。所以,对一个具体问题,在抽象成为力学模型时,可作哪些近似假设,可忽略哪些因素,必须深入分析,力求合理,既要满足实际要求,又必须在数学计算上方便可行。

有关工程实际问题的简化方法将在本书有关章节中进一步叙述,下面介绍由实际问题抽象而得到的质点、质点系、刚体和刚体系几种力学模型。

(1) 质点。如果一个物体的大小和形状对所讨论的问题而言可以忽略不计,而只需考虑其质量时,即可将该物体视为只有质量而没有大小的一个点,称为质点。

(2) 质点系。质点系是相互间有一定联系的有限或无限多个质点的总称。

(3) 刚体。刚体是指在任何外力作用下都不变形的物体。所以刚体中任意两个质点之间的距离始终保持不变,或者刚体可视为由无限多个质点组成的不变形的质点系。

(4) 刚体系。刚体系统是指按照一定的连接方式将单个刚体连接起来,形成的具有一定功能的物体系统。对刚体系统的分析往往以单个刚体为基础,并按确定的连接方式将刚体之间的相关力学量联系起来。

上述几种理想的力学模型,都是客观存在的实际物体的科学抽象,它们并不特指某些具体物体,而是概括了各种物体。

## 二、理论力学的研究方法

科学研究的过程,就是认识客观世界的过程,任何正确的科学研究方法,一定要符合辩证唯物主义的认识论。理论力学的研究和发展也必然遵循这个正确的认识规律。

(1) 通过观察生活和生产实践中的各种现象,进行无数次的科学实验,经过分析、综合和归纳,总结出力学最基本的概念和规律。如力和力矩的概念,加速度的概念等。

(2) 在对事物观察和实验的基础上,通过抽象建立力学模型。客观事物总是复杂多样的,当我们得到大量来自实践的资料之后,必须根据所研究的问题的性质,抓住主要的、起决定性作用的因素,略去次要、偶然的因素,深入事物的本质,了解其内部联系,这就是力学中普遍采用的抽象化方法。例如,一个物体究竟应当作为质点还是作为刚体看待,主要决定于所讨论问题的性质,而不决定于物体本身的大小和形状。即使同一个物体,在不同的问题里,随着问题性质的不同,有时应作为质点,有时则应作为刚体。例如地球半径约为 6 370 km,当研究其在绕太阳公转的轨道上的运行规律时,可以看作质点,当考察其自转时,就需看作刚体,而研究地震波的传播时,就必须将其视为变形体。

(3) 在建立力学模型的基础上,从基本定律出发,用数学演绎和逻辑推理的方法,得出正确的具有物理意义和实用价值的定理和结论,并应用它们指导实践,推动生产力的发展。

从实践到理论,再由理论回到实践,通过实践进一步补充和发展理论,然后再回到实践,如此循环往复,每一个循环都在原来的基础上提高一步。与所有的科学一样,理论力学也是沿着这条道路不断向前发展的。

### 0.3 理论力学的学习方法

在工科院校的许多专业中,理论力学是一门理论性较强的专业基础课,与工程技术的联系比较密切。但理论力学的学习有它自身的一些特点,特别是其逻辑严密,知识点多,题目变化多样,一题多解等,是构成不少同学学习理论力学的障碍。所以为了更好地学习理论力学,需掌握一定的学习方法。

第一,要不断培养学习兴趣。理论力学中的很多问题都来自实践,要努力看透问题的物理实质,并将实际的问题翻译成力学问题,不断增加学习力学课程的源动力。

第二,应注意理论力学的研究方法。即对每一章讨论的问题,应搞清楚问题的含义、解决问题的思路及关键环节,将章与章之间、节与节之间的知识点系统化。对于处理各种问题的方法,例如分析法、几何法、叠加法等,初学者应细心体会总结。

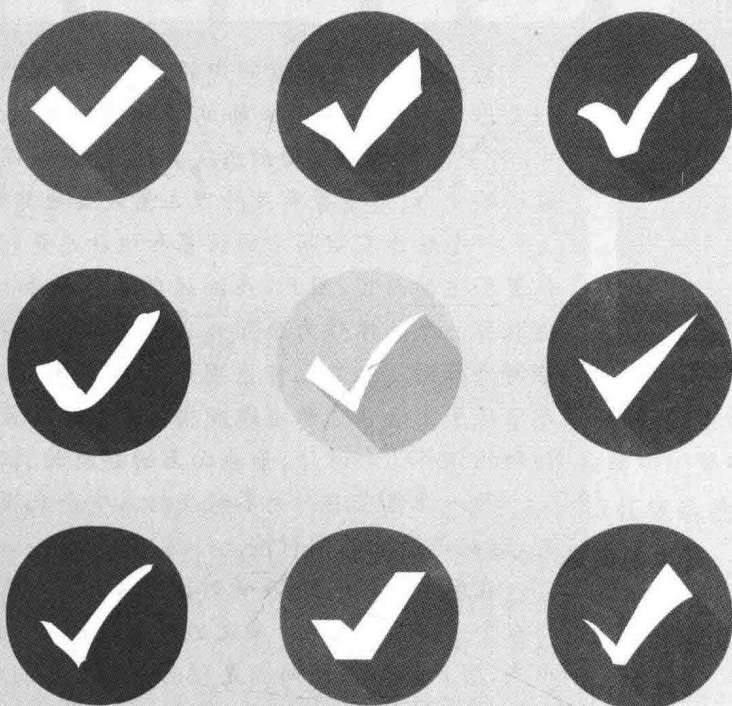
第三,对于具体的学习内容,应理解概念,记住结论,掌握方法,灵活解题。理论力学中的多数习题,应做到举一反三,触类旁通,灵活应用,一题多解,以最少的计算过程获得正确的解答,掌握各定理的适用条件及其之间的联系,培养解决问题的能力。

第四,要用系统的观点看待理论力学问题。学习理论力学,要注意系统的方法。例如,力系,物体系统等均为一个系统。一个系统应有这个系统所独有的特征及其范围。例如,一个力系有该力系的不变量;一个物体系统或一个物体的子系统,其内力和外力具有相对性;一些物理量与系统内力的无关性等等,需要在学习过程中仔细揣摩。

总之,只要学习目的明确,学习方法正确,上课认真听讲,课下及时复习,独立完成作业,坚持不懈,自强不息,就一定能学好理论力学。







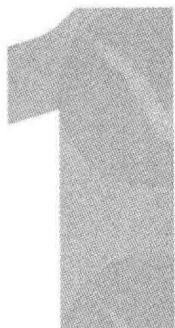
# 第1篇

Part 1  
kinematics

# 运动学

# 第 1 篇

## 运动学



运动是指物体在空间中的位置随时间的变化,运动学则是用几何学的方法来研究物体随时间的运动。在运动学中,只分析物体的运动形态及其描述方法,而不涉及影响物体运动的受力、质量等有关物理因素或其他非物理因素。

一个物体在空间中的位置和运动总是相对于别的物体的位置和运动而言,因此,在描述物体位置和运动时,必须首先选取另一个物体作为参照体或参考体,然后在参考体上建立参考坐标系。参考坐标系固连于参考体上,但可以在空间中无限延展。通常选取地球或相对于地球静止或作匀速直线运动的物体作为参考体,如地面上的建筑物、机构的支座等。

同一物体在不同的参考坐标系中会表现出不同的运动形式,这就是运动的相对性。

在运动的描述中,度量时间要涉及“瞬时”和“时间间隔”两个概念。瞬时是指某个确定的时刻,抽象为时间坐标轴上的一个点,用  $t$  表示;时间间隔是指两个瞬时之间的一段时间,是时间坐标轴上的一个区间  $[t_1, t_2]$ ,用  $\Delta t$  表示,即  $\Delta t = t_2 - t_1$ 。

在运动学中,通常把物体抽象为点和刚体。点是指不考虑物体的大小和质量,在空间占有确定位置的几何点;刚体是指物体任意两点间距离保持不变的无数点的集合。

学习运动学的目的,首先是学习静力学和动力学打好基础,因为运动分析不仅是分析静力学的基础,更是动力学分析的基础,并且还往往是问题的难点和关键所在;其次,运动学在机构的运动分析等工程实际中有其独立的作用;同时,运动学知识还将为学习机械原理、结构动力学等其他相关课程奠定必要的理论基础。

# Chapter 1

## 第 1 章 运动学基础

### 1.1 约束及约束方程 .....

当一个物体受到另一个物体的阻碍而使它的运动受到一定限制时,则说该物体受到了约束。换言之,约束就是限制物体任意运动的条件。当一个质点或质点系统中的某些质点,受到某些给定的限制条件,这些条件称为质点或质点系的约束。不受约束可以任意运动的质点系称为自由质点系,与此相反,受有约束而不能任意运动的质点系则称为非自由质点系。

确定一个质点在空间的位置需要三个独立参数,这些参数或代表长度或代表角度,统称坐标。对于由  $n$  个质点组成的自由质点系,则需要  $3n$  个独立坐标,这  $3n$  个的坐标集合称为质点系的位形。约束可以通过由坐标(位置)、坐标对时间的导数(速度)以及时间  $t$  之间的方程加以描述,这些方程称为约束方程。约束方程是约束的数字表达形式。

如果限制运动的条件是几何性质的,即约束方程不含速度分量,这种约束则称为几何约束。如果速度也受到一定条件的限制,即约束方程包含速度分量则称为运动约束,或微分约束。

此外当约束方程中都不包含时间时,这种约束称为定常约束,若约束方程中显含时间,这种约束就称为非定常约束。对于运动约束而言,方程中不仅含有时间与坐标,同时还含有坐标对时间的导数。

只限制质点系中各质点的几何位置,或虽能限制质点系中各质点的速度,但能积分成坐标的有限形式的约束称为完整约束。换言之,完整约束是用有限形式的方程而不是用微分方程来确定的。若运动约束允许作积分,它还是属于完整约束。完整约束是时刻  $t$  加在系统可能位置上的约束。约束方程总是以微分形式表示,不可能积分成有限的形式的约束称为非完整约束。非完整约束是对点的速度所施加的限制。理论力学中讨论的约束几乎都是完整约束。通常将仅受到完整约束的系统,称为完整系统,而将包含非完整约束的系统称为非完整系统。

按构成约束的形式,约束又可分为单面约束和双面约束。由不等式表示的约束方程称为单面约束。这种约束方程只能限制物体某些方向的运动,而不能限制相反方向的运动,而由等式表示的约束则称为双面约束。

按照上述有关约束的定义,对  $n$  个质点组成的系统来说,双面约束方程的一般数学形式为

$$f_j(x_1, y_1, z_1, \dots, x_n, y_n, z_n, \dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, \dots, \dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n, t) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, s \quad (1.1.1)$$

式中,  $s$  为系统中的约束数目。

【说明】 为了方便,在力学中常常在字母上方加“ $\cdot$ ”表示该量对时间  $t$  的一阶导数,例如  $\dot{x}$