

2020

考研数学

常考题型

解题方法技巧归纳

数学一

毛纲源◎编著

- ✓ 题型分类、解法多样的复习全书
- ✓ 阐述严谨，脉络分明，深入浅出
- ✓ 反复锤炼，不断更新，长销20年

扫码▶
超值赠送



2002—2019年
真题PDF电子版



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

2020

考研数学

数学(1) 目录索引

2019 年 12 月 10 日 星期一 11:11:11

常考题型

解题方法技巧归纳

数学一

毛纲源◎编著



华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>

中国·武汉

OSOS

图书在版编目(CIP)数据

考研数学常考题型解题方法技巧归纳. 数学一/毛纲源编著. —武汉: 华中科技大学出版社, 2019.3
ISBN 978-7-5680-4886-6

I. ①考… II. ①毛… III. ①高等数学-研究生-入学考试-题解 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 024363 号

考研数学常考题型解题方法技巧归纳(数学一)

Kaoyan Shuxue Changkao Tixing Jieti Fangfa Jiqiao Guina (Shuxue Yi)

毛纲源 编著

策划编辑: 王汉江(QQ:14458270)

责任编辑: 王汉江

封面设计: 杨玉凡

责任校对: 曾 婷

责任监印: 赵 月

出版发行: 华中科技大学出版社(中国·武汉)

电话: (027)81321913

武汉市东湖新技术开发区华工科技园

邮编: 430223

录 排: 武汉市洪山区佳年华文印部

印 刷: 武汉科源印刷设计有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 41

字 数: 1074 千字

版 次: 2019 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

定 价: 88.00 元



本书若有印装质量问题, 请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线: 400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

目 录

前 言

本书是笔者在教育部制定的考研数学一考试大纲的指导下,经过多年的教学实践精心编写而成的,完整的知识体系更加符合当前考生复习备考的需求.全书共分为三篇;第1篇为高等数学,第2篇为线性代数,第3篇为概率论与数理统计.书中附录给出了与相关章节配套的经典常考题型同步测试题及参考答案.

书中重点讲述与考纲中基本概念、基本理论、基本方法有关的经典试题,内容丰富,题型广泛、全面,任何一年的真题均可在本书中找到对应的题型;同时作者还对各类重点常考题型的解题思路、方法和技巧进行归纳、总结,对容易出错的地方以“注意”的形式作了详尽的注解加以强调,讲解的方法通俗易懂,由浅入深,富于启发.这是一本广度、深度及难度均适合广大考生使用的考研辅导书.

本书有以下几个特点:

首先,本书根据考研数学大纲的要求,将历年考研数学试题按题型分类,对各类题型的解法进行了归纳总结,使考生能做到举一反三.数学试题是无限的,而题型是有限的,掌握好这些题型及其解题方法与技巧,会减少解题的盲目性,从而提高解题效率,考生的应试能力自然就得到了提高.

本书特别强调对考研数学大纲划定的基本概念、基本定理、基本方法和基本公式的正确理解.为此针对每一题型,在讲解例题前常对上述“四个基本”进行剖析,便于考生理解、记忆,避免常犯错误.

本书另一特点是总结了许多实用快捷的简便算法,这些算法新颖、独特,它们是作者多年来教学经验的总结,会大大提高考生的解题速度和准确性,使考生节省大量的解题时间.

本书还注重培养提高综合应用多个知识点解决问题的能力,对综合型题型进行了较多的分析,以期提高考生在这方面的能力.与此同时,本书注重一题多解,以期开阔考生的解题思路,使所学知识融会贯通,能灵活地解决问题.

本书的讲述方法由浅入深,适于自学,选用的例题精而易懂、全而不滥.

为使考生具有扎实的数学基础知识,也为了更好地阅读本书,特向读者推荐一套可以指导你全面、系统、深入复习考研数学的参考书,这就是本人编写的理工类数学学习指导、硕士研究生备考指南丛书:《高等数学解题方法技巧归纳》(上、下册)、《线性代数解题方法技巧归纳》、《概率论与数理统计解题方法技巧归纳》.这套丛书自出版以来一直受到全国广大读者的一致好评,长销不衰.很多已考取理工类硕士研究生的学生都受益于这套丛书.本人在撰写本书时,多处引用了这套丛书的内容和方法,如果能把这套丛书结合起来学习,必

将达到事半功倍的效果。

承蒙读者多年来对本书的厚爱,笔者很欣喜地从网络评论中看到,有人把本书誉为“研究性的考研数学辅导书”“考研数学中的大百科全书”“考研数学中的神书”。他们中有的登门拜访,有的通过出版社编辑转发电子邮件来与我联系,为本书的勘误提供了大量的信息,甚至有的对本书知识点及题型的安排提出了很多宝贵的建议,在此向他们无私的帮助表示衷心的感谢!

鉴于笔者精力和水平有限,书中错误、疏漏之处在所难免,恳请专家、读者指正!

最后,预祝考生复习顺利,圆入名校之梦!

毛纲源

※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※

读者可在 PC 端完成注册、登录,也可以直接用手机扫码注册并登录。

一、PC 端读者操作步骤

登录网址 <http://dzdq.hustp.com>,完成注册后点击登录。输入账号密码(读者自设)后,提示登录成功。

点击“课程”→“考研数学(数学一)”,进入课程详情页,浏览“相关资源”→“文档”,点击即可选择下载历年真题。

二、手机端学员扫码操作步骤

手机扫描二维码,即可看到历年真题列表,如需下载真题,会提示登录。新用户先注册,然后再登录。登录之后,即可下载。

若遇到操作上的问题可咨询陈老师(QQ:514009164)和王老师(QQ:14458270)。

欢迎加入考研数学交流 QQ 群:149812311,275350834。

目 录

第 1 篇 高等数学

1.1 函数、极限、连续	(2)
1.1.1 求几类与复合函数有关的函数表示式	(2)
题型 1.1.1.1 已知 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$, 求 $f[\varphi(x)]$ 或 $\varphi[f(x)]$	(2)
题型 1.1.1.2 求分段点相同的两段函数的复合函数	(2)
1.1.2 函数的奇偶性	(3)
题型 1.1.2.1 判别(证明)函数的奇偶性	(3)
题型 1.1.2.2 奇、偶函数性质的应用	(4)
1.1.3 讨论函数的有界性和周期性	(5)
题型 1.1.3.1 判定有限开区间内连续函数的有界性	(5)
题型 1.1.3.2 判定无穷区间内连续函数的有界性	(5)
题型 1.1.3.3 讨论函数的周期性	(6)
1.1.4 理解极限概念	(7)
题型 1.1.4.1 正确理解极限定义中的“ $\epsilon-N$ ”“ $\epsilon-\delta$ ”“ $\epsilon-X$ ”语言的含义	(7)
题型 1.1.4.2 正确区别无穷大量与无界变量	(7)
1.1.5 求未定式极限	(8)
题型 1.1.5.1 求 $\frac{0}{0}$ 型或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型极限	(8)
题型 1.1.5.2 求 $0 \cdot \infty$ 型极限	(12)
题型 1.1.5.3 求 $\infty - \infty$ 型极限	(13)
题型 1.1.5.4 求幂指数型(0^0 型, ∞^0 型, 1^∞ 型)极限	(13)
1.1.6 求数列极限	(17)
题型 1.1.6.1 求数列通项为 n 项和的极限	(17)
题型 1.1.6.2 求由递推关系式给出的数列极限	(22)
1.1.7 求几类特殊子函数形式的函数极限	(25)
题型 1.1.7.1 求需先考察左、右极限的函数极限	(25)
题型 1.1.7.2 求含根式差的函数极限	(27)
题型 1.1.7.3 求含或可化为含指数函数差的函数极限	(27)
题型 1.1.7.4 求含 $\ln f(x)$ 的函数极限, 其中 $\lim_{x \rightarrow \square} f(x) = 1$	(28)
题型 1.1.7.5 求含有界变量因子的函数极限	(29)
1.1.8 求含变量的函数极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n, x)$	(29)
题型 1.1.8.1 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n, x)$, 其中 $\varphi(n, x)$ 为或可化为 $F(x)^{g(n)}$ 指数函数型	(29)
题型 1.1.8.2 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n, x)$, 其中 $\varphi(n, x)$ 为或可化为 $g(n)^{F(x)}$ 幂函数型	(30)
题型 1.1.8.3 求 $\lim_{t \rightarrow t_0} \varphi(t, x)$, 其中 $\varphi(t, x)$ 可化为 $g(t)^{F(x)}$ 型或 $F(x)^{g(t)}$ 型	(30)

题型 1.1.8.4	求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(n, x)$ 或 $\lim_{t \rightarrow t_0} \varphi(t, x)$, 其中 $\varphi(n, x) = F(n, x)^{g(n, x)}$ 或 $\varphi(t, x) = F(t, x)^{g(t, x)}$	(30)
1.1.9	已知一极限求其待定常数或含未知函数的另一极限	(31)
题型 1.1.9.1	由含未知函数的一些极限, 求含该函数的另一极限	(31)
题型 1.1.9.2	已知极限式的极限, 求其待定常数	(32)
1.1.10	比较和确定无穷小量的阶	(34)
题型 1.1.10.1	比较无穷小量的阶	(35)
题型 1.1.10.2	确定无穷小量为几阶无穷小量	(36)
1.1.11	讨论函数的连续性及间断点的类型	(36)
题型 1.1.11.1	判别函数的连续性	(36)
题型 1.1.11.2	讨论分段函数的连续性	(37)
题型 1.1.11.3	判别函数间断点的类型	(39)
1.1.12	连续函数性质的两点应用	(40)
题型 1.1.12.1	证明存在 $\xi \in [a, b]$, 使含 ξ 的等式成立	(41)
题型 1.1.12.2	证明方程实根的存在性	(42)
1.2	一元函数微分学	(44)
1.2.1	导数定义的四点应用	(44)
题型 1.2.1.1	判断函数在某点的可导性	(44)
题型 1.2.1.2	利用导数定义求某些函数的极限	(48)
题型 1.2.1.3	利用导数定义讨论函数性质	(50)
题型 1.2.1.4	利用导数符号及函数单调性比较函数值的大小	(50)
1.2.2	讨论分段函数的可导性及其导函数的连续性	(50)
题型 1.2.2.1	讨论分段函数的可导性	(50)
题型 1.2.2.2	讨论分段函数的导函数的连续性	(51)
题型 1.2.2.3	讨论一类特殊分段函数在其分段点的连续性、可导性及其导函数的连续性	(52)
1.2.3	讨论含绝对值函数的可导性	(52)
题型 1.2.3.1	讨论绝对值函数 $ f(x) $ 的可导性	(52)
题型 1.2.3.2	讨论函数 $f(x) = \varphi(x) g(x)$ 的可导性	(52)
1.2.4	求一元函数的导数和微分	(54)
题型 1.2.4.1	求复合函数的导数	(54)
题型 1.2.4.2	求反函数的导数	(54)
题型 1.2.4.3	求隐函数的导数	(55)
题型 1.2.4.4	求分段函数的一阶、二阶导数	(56)
题型 1.2.4.5	求幂指函数及含多个因子连乘积的函数的导数	(56)
题型 1.2.4.6	求由参数方程所确定的函数的导数	(57)
题型 1.2.4.7	求某些简单函数的高阶导数	(57)
题型 1.2.4.8	求一元函数的微分	(60)
1.2.5	利用函数的连续性、可导性确定其待定常数	(62)
题型 1.2.5.1	利用函数的连续性确定其待定常数	(62)

1.2.5.2	根据函数的可导性确定其待定常数	(62)
1.2.6	利用微分中值定理的条件及其结论解题	(63)
1.2.7	利用罗尔定理证明中值等式	(65)
1.2.7.1	证明中值等式 $f'(\xi) = 0$ 或 $f''(\xi) = 0$	(65)
1.2.7.2	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $cf'(\xi) = bg'(\xi)$, 其中 c, b 为常数	(66)
1.2.7.3	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使	(66)
1.2.7.4	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(\xi)g'(\xi) + f'(\xi)g(\xi) = 0$	(67)
1.2.7.5	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi)g(\xi) - f(\xi)g'(\xi) = 0$ ($g(\xi) \neq 0$)	(68)
1.2.7.6	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi) + g'(\xi)f(\xi) = 0$	(68)
1.2.7.7	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $nf(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$ (n 为正整数)	(68)
1.2.7.8	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(\xi)/g(\xi) = f''(\xi)/g''(\xi)$, 即 $f(\xi)g''(\xi) - f''(\xi)g(\xi) = 0$	(69)
1.2.7.9	证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi) + g'(\xi)[f(\xi) - b\xi] = b$	(69)
1.2.7.10	证明与定积分有关的中值等式	(70)
1.2.8	拉格朗日中值定理的应用	(72)
1.2.8.1	证明与函数改变量(增量)有关的中值(不)等式	(72)
1.2.8.2	证明函数与其导数的关系	(72)
1.2.8.3	求解与函数差值有关的问题	(74)
1.2.8.4	证明多个中值所满足的中值等式	(74)
1.2.8.5	求中值的极限位置	(75)
1.2.9	利用柯西中值定理证明中值等式	(76)
1.2.9.1	证明两函数差值(增量)比的中值等式	(76)
1.2.9.2	证明两函数导数比的中值等式	(77)
1.2.10	泰勒定理的两点应用	(78)
1.2.10.1	证明与高阶导数有关的中值(不)等式	(78)
1.2.10.2	计算按常规方法不好求的未定式极限	(79)
1.2.11	利用导数证明不等式	(79)
1.2.11.1	证明函数不等式	(80)
1.2.11.2	证明数值不等式	(85)
1.2.12	讨论函数的性态	(85)
1.2.12.1	证明函数在区间 I 上是一个常数	(85)
1.2.12.2	证明(判别)函数的单调性	(86)
1.2.12.3	讨论函数是否取得极值	(86)
1.2.12.4	利用二阶微分方程讨论函数是否取极值, 其曲线是否有拐点	(88)
1.2.12.5	求曲线凹凸区间与拐点	(89)
1.2.12.6	求函数的单调区间、极值、最值	(91)
1.2.12.7	求曲线的渐近线	(94)
1.2.13	利用函数性态讨论方程的根	(95)
1.2.13.1	讨论不含参数的方程实根的存在性及其个数	(95)
1.2.13.2	讨论含参数的方程实根的存在性及其个数	(96)

1.2.14	函数性态与函数图形	(96)
1.2.14.1	利用函数性态作函数图形	(96)
1.2.14.2	利用函数的图形,确定其导函数的图形	(98)
1.2.14.3	利用导函数的图形,确定原来函数的性态	(98)
1.2.15	一元函数微分学的应用	(99)
1.2.15.1	求平面曲线的切线方程和法线方程	(99)
1.2.15.2	求解与切线在坐标轴上的截距有关的问题	(100)
1.2.15.3	求解与两曲线相切的有关问题	(101)
1.2.15.4	求解与平面曲线的曲率有关的问题	(101)
1.3	一元函数积分学	(103)
1.3.1	原函数与不定积分的关系	(103)
1.3.1.1	原函数的概念及其判定	(103)
1.3.1.2	求分段函数的原函数或不定积分	(104)
1.3.1.3	利用积分运算与微分运算的互逆关系求解与原函数有关的问题	(105)
1.3.2	各类被积函数不定积分的算法	(106)
1.3.2.1	求被积函数为 $f(x)/g(x)$ 的不定积分,其中 $f(x) = g'(x)$ 或 $f'(x) = 1/g(x)$	(106)
1.3.2.2	计算被积表达式中出现或可化为 $f(\varphi(x))$ 和 $\varphi'(x)dx$ 乘积的不定积分	(106)
1.3.2.3	计算被积函数仅为一类函数或为两类不同函数乘积的不定积分	(107)
1.3.2.4	计算简单无理函数的不定积分	(109)
1.3.2.5	求 $\int \frac{1}{(ax+b)^k} f\left(\frac{1}{(ax+b)^{k-1}}\right) dx$, 其中 $k \neq 1$ 为正实数	(111)
1.3.2.6	求被积函数的分母为或可化为相差常数的两函数乘积的积分	(112)
1.3.2.7	求三角函数有理式的不定积分	(113)
1.3.2.8	求被积函数含复合对数函数或复合反三角函数为因子函数的积分	(114)
1.3.2.9	有理分式函数 $\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ ($P(x), Q(x)$ 为多项式) 的积分算法	(114)
1.3.3	利用定积分性质计算定积分	(116)
1.3.3.1	利用其几何意义计算定积分	(116)
1.3.3.2	计算对称区间上的定积分	(117)
1.3.3.3	计算周期函数的定积分	(119)
1.3.3.4	利用定积分的常用计算公式计算定积分	(121)
1.3.3.5	计算被积函数含函数导数的积分	(122)
1.3.3.6	比较和估计定积分的大小	(123)
1.3.3.7	求解含积分值为常数的函数方程	(124)
1.3.3.8	计算几类须分子区间积分的定积分	(125)
1.3.3.9	计算含参变量的定积分	(127)
1.3.3.10	计算需换元计算的定积分	(127)
1.3.3.11	求由定积分表示的变量极限	(129)
1.3.4	求解与变限积分有关的问题	(129)
1.3.4.1	计算含变限积分的极限	(130)
1.3.4.2	求变限积分的导数	(132)

(161)	题型 1.3.4.3 求变限积分的定积分	(134)
(161)	题型 1.3.4.4 讨论变限积分函数的性态	(135)
(161)	1.3.5 证明定积分等式	(136)
(161)	题型 1.3.5.1 证明定积分的变换公式	(136)
(161)	题型 1.3.5.2 证明含定积分的中值等式	(137)
(161)	1.3.6 证明定积分不等式	(138)
(161)	题型 1.3.6.1 证明积分限相等时不等式两端成为零的积分不等式	(138)
(161)	题型 1.3.6.2 证明函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的定积分满足的不等式, 其中 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上满足拉格朗日中值定理的条件, 且在区间端点处取零值	(139)
(161)	题型 1.3.6.3 证明被积函数或其主要部分高阶可导的定积分不等式	(140)
(161)	题型 1.3.6.4 在题设条件或待证结论中, 已知 $f(x)$ 的定积分表达式, 证其所满足的定积分不等式	(141)
(161)	1.3.7 计算反常积分	(141)
(161)	题型 1.3.7.1 计算无穷区间上的反常积分	(141)
(161)	题型 1.3.7.2 判别无界函数的反常积分的敛散性, 如收敛计算其值	(144)
(161)	题型 1.3.7.3 判别混合型反常积分的敛散性, 若收敛计算其值	(146)
(161)	1.3.8 定积分的应用	(147)
(161)	题型 1.3.8.1 已知曲线方程, 求其所围平面图形的面积	(147)
(161)	题型 1.3.8.2 已知曲线所围平面图形的面积(或其旋转体体积) 反求该曲线	(148)
(161)	题型 1.3.8.3 计算平面曲线的弧长	(149)
(161)	题型 1.3.8.4 计算平行截面面积已知的立体体积	(149)
(161)	题型 1.3.8.5 求旋转体体积	(150)
(161)	题型 1.3.8.6 求旋转体的侧(表)面积	(152)
(161)	题型 1.3.8.7 求解几何应用与最值问题相结合的应用题	(153)
(161)	题型 1.3.8.8 计算变力所做的功	(154)
(161)	题型 1.3.8.9 计算变速运动的位移	(155)
(161)	题型 1.3.8.10 计算液体的侧压力	(156)
(161)	题型 1.3.8.11 计算细杆对质点的引力	(156)
(161)	题型 1.3.8.12 计算函数在区间上的平均值	(157)
(161)	1.4 向量代数和空间解析几何	(158)
(161)	1.4.1 向量代数及其简单应用	(158)
(161)	题型 1.4.1.1 用坐标表达式进行向量运算	(158)
(161)	题型 1.4.1.2 计算向量的数量积、向量积、混合积	(159)
(161)	题型 1.4.1.3 利用向量运算证明(确定) 向量关系	(161)
(161)	1.4.2 求平面方程	(161)
(161)	题型 1.4.2.1 求过已知点的平面方程	(162)
(161)	题型 1.4.2.2 求过已知直线的平面方程	(163)
(161)	题型 1.4.2.3 根据平面在坐标轴上的相对位置求其方程	(163)
(161)	题型 1.4.2.4 求过两平面交线的平面方程	(164)
(161)	1.4.3 求直线方程	(165)
(161)	题型 1.4.3.1 求过已知点的直线方程	(166)
(161)	题型 1.4.3.2 求过已知点且与已知直线相交的直线方程	(166)

1.4.3.3	求与两直线相交的直线方程	(167)
1.4.3.4	求直线在平面上的投影直线方程	(168)
1.4.4	讨论直线与平面的位置关系	(168)
1.4.4.1	讨论平面间的位置关系	(168)
1.4.4.2	讨论直线与直线的位置关系	(170)
1.4.4.3	讨论直线与平面的位置关系	(171)
1.4.5	求点到平面或到直线的距离	(171)
1.4.5.1	求点到平面的距离	(172)
1.4.5.2	求点到直线的距离	(173)
1.4.6	求二次曲面方程和空间曲线在坐标面上的投影方程	(174)
1.4.6.1	求坐标面上曲线绕坐标轴旋转所得的旋转曲面方程	(174)
1.4.6.2	求空间曲线绕坐标轴旋转所得的曲面方程	(175)
1.4.6.3	求母线平行于坐标轴的柱面方程	(176)
1.4.6.4	求空间曲线在坐标面上的投影方程	(177)
1.4.7	求解空间解析几何与线性代数、微积分相结合的综合题	(177)
1.5	多元函数微分学及其应用	(180)
1.5.1	正确理解二元函数连续、可偏导及可微之间的关系	(180)
1.5.1.1	依定义判别二元函数在某点是否连续、可偏导及可微	(180)
1.5.1.2	判别二元函数连续、可偏导、可微之间的关系	(182)
1.5.2	计算多元函数的偏导数和全微分	(183)
1.5.2.1	利用隐函数存在定理确定隐函数	(183)
1.5.2.2	求抽象复合函数的偏导数	(183)
1.5.2.3	计算隐函数的导数	(186)
1.5.2.4	求对称函数的偏导数	(188)
1.5.2.5	求与方向导数和梯度有关的问题	(189)
1.5.2.6	求二元函数的全微分	(191)
1.5.3	多元函数微分学的应用	(191)
1.5.3.1	已知空间曲线的参数方程,求其切线或法平面方程	(191)
1.5.3.2	已知空间曲线为两曲面的交线,求其切线或法平面方程	(192)
1.5.3.3	已知空间曲面方程,求其切平面或法线方程	(194)
1.5.3.4	求二元函数的极值和最值	(195)
1.5.3.5	求二(多)元函数的条件极值	(198)
1.6	多元函数积分学	(200)
1.6.1	利用区域的对称性化简多元函数的积分	(200)
1.6.1.1	计算积分区域具有对称性,被积函数具有奇偶性的重积分	(200)
1.6.1.2	计算积分区域关于直线 $y = x$ 对称的二重积分	(202)
1.6.1.3	计算积分区域具有轮换对称性的三重积分	(203)
1.6.1.4	计算积分曲线(面)具有对称性的第一类曲线(面)积分	(203)
1.6.1.5	计算平面积分曲线关于 $y = x$ 对称的第一类曲线积分	(204)
1.6.1.6	计算空间积分曲线(曲面)具有轮换对称性的第一类曲线(曲面)积分	(205)
1.6.2	交换积分次序及转换二次积分	(205)
1.6.2.1	交换二次积分的积分次序	(205)

1.6.2.2	转换二次积分	(207)
1.6.3	计算二重积分	(208)
1.6.3.1	计算被积函数分区域给出的二重积分	(208)
1.6.3.2	计算圆域或部分圆域上的二重积分	(209)
1.6.4	计算三重积分	(211)
1.6.4.1	计算积分域的边界方程中含某个变量的方程只有两个的三重积分	(212)
1.6.4.2	计算积分区域为旋转体的三重积分	(212)
1.6.4.3	计算积分区域由球面或球面与锥面所围成的三重积分	(212)
1.6.4.4	计算被积函数至少缺两个变量的三重积分	(214)
1.6.4.5	计算易求出其截面区域上的二重积分的三重积分	(215)
1.6.5	计算曲线积分	(215)
1.6.5.1	计算第一类平面曲线积分	(216)
1.6.5.2	求解平面上与路径无关的第二类曲线积分有关问题	(217)
1.6.5.3	计算平面上与路径有关的第二类曲线积分	(221)
1.6.5.4	计算空间第二类曲线积分	(223)
1.6.5.5	计算积分曲线具有对称性的第二类曲线积分	(225)
1.6.6	计算曲面积分	(227)
1.6.6.1	计算第一类曲面积分	(227)
1.6.6.2	计算第二类曲面积分	(230)
1.6.6.3	计算积分曲面具有对称性的第二类曲面积分	(237)
1.6.6.4	已知第二类曲面积分的值,求被积式中的未知函数	(237)
1.6.7	多元函数积分学的应用	(238)
1.6.7.1	计算空间曲线的弧长	(238)
1.6.7.2	求曲面面积	(238)
1.6.7.3	计算立体体积	(240)
1.6.7.4	求质量、质心、形心及转动惯量	(241)
1.6.7.5	计算变力沿曲线所做的功	(245)
1.6.7.6	计算物体对质点的引力	(246)
1.6.7.7	计算向量场的散度与流量(通量)	(247)
1.6.7.8	计算向量场的旋度与环流量	(249)
1.7	级数	(251)
1.7.1	判别三类常数项级数的敛散性	(251)
1.7.1.1	判别正项级数的敛散性	(251)
1.7.1.2	判别交错级数的敛散性	(255)
1.7.1.3	判别任意项级数的敛散性	(257)
1.7.2	证明常数项级数的敛散性	(260)
1.7.2.1	证明一般项为或可化为相邻两项代数和的级数的敛散性	(260)
1.7.2.2	已知一级数收敛,证明相关级数收敛	(261)
1.7.2.3	已知一般项有极限,证明该级数的敛散性	(262)
1.7.2.4	证明(判别)一般项为(含)定积分的级数的敛散性	(262)
1.7.2.5	证明一般项用递推关系式给出的级数的敛散性	(263)
1.7.2.6	已知函数高阶可导,证明由该函数值组成的级数的敛散性	(263)

1.7.2.7	利用级数的收敛性,求有关数列的极限	(263)
1.7.3	幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法	(264)
1.7.4	求幂级数与数项级数的和	(266)
1.7.4.1	求 $\sum_{n=1}^{\infty} P(n)x^n$ 的和函数, $P(n)$ 为 n 的多项式	(267)
1.7.4.2	求 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{Q(n)} x^n$ 的和函数, $Q(n)$ 为 n 的多项式	(269)
1.7.4.3	求含阶乘因子的幂级数的和函数	(271)
1.7.4.4	求数项级数的和	(273)
1.7.5	将简单函数间接展开成幂级数	(276)
1.7.5.1	求反三角函数的幂级数展开式	(276)
1.7.5.2	将对数函数展成幂级数	(277)
1.7.5.3	将有理分式函数展成幂级数	(277)
1.7.5.4	将三角函数展成幂级数	(277)
1.7.5.5	利用幂级数展开式求函数的高阶导数	(278)
1.7.6	傅里叶级数	(278)
1.7.6.1	将周期函数展为傅里叶级数	(278)
1.7.6.2	求傅里叶系数	(283)
1.7.6.3	求傅里叶级数的和函数在某点的值	(284)
1.8	常微分方程	(285)
1.8.1	求解一阶线性微分方程	(285)
1.8.1.1	求解可分离变量的微分方程	(285)
1.8.1.2	求解齐次方程	(286)
1.8.1.3	求解一阶线性方程	(287)
1.8.1.4	求解几类可化为一阶线性方程的方程	(288)
1.8.1.5	求解方程 $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$	(289)
1.8.1.6	求解由变量的增量关系给出的一阶方程	(291)
1.8.1.7	求满足某种性质的一阶微分方程的特解	(291)
1.8.2	求解二阶(高阶)线性微分方程	(292)
1.8.2.1	利用线性微分方程解的结构和性质求解有关问题	(293)
1.8.2.2	求解可降阶的二阶微分方程	(294)
1.8.2.3	求解高阶常系数齐次线性方程	(295)
1.8.2.4	求解二阶常系数非齐次线性方程	(296)
1.8.2.5	变换已知的微分方程为新的形式,并求其解	(299)
1.8.2.6	求解欧拉方程	(300)
1.8.2.7	求解含变限积分的方程	(301)
1.8.2.8	求解可化为一阶线性微分方程的函数方程	(302)
1.8.3	已知特解反求其常系数线性方程	(302)
1.8.3.1	已知特解反求其齐次方程	(302)
1.8.3.2	已知特解反求其非齐次方程	(303)
1.8.4	用微分方程求解几何和物理中的简单应用题	(304)

第2篇 线性代数

2.1	计算行列式	(310)
2.1.1	计算数字型行列式	(310)
2.1.1.1	计算非零元素主要在一条或两条对角线上的行列式	(310)
2.1.1.2	计算非零元素在三条线上的行列式	(311)
2.1.1.3	计算行(列)和相等的行列式	(312)
2.1.1.4	计算范德蒙行列式	(313)
2.1.1.5	求代数余子式线性组合的值	(315)
2.1.1.6	计算 n 阶可逆矩阵的所有代数余子式的和	(315)
2.1.2	计算抽象矩阵的行列式	(316)
2.1.2.1	求由行(列)向量表示的矩阵的行列式的值	(316)
2.1.2.2	计算与伴随矩阵有关的矩阵行列式	(317)
2.1.2.3	计算含零子块的四分块矩阵的行列式	(318)
2.1.2.4	证明方阵的行列式等于零,或不等于零	(318)
2.1.3	克拉默法则的应用	(319)
2.2	矩阵	(321)
2.2.1	证明矩阵的可逆性	(321)
2.2.1.1	已知一矩阵等式,证明有关矩阵可逆,并求其逆矩阵	(321)
2.2.1.2	证明矩阵 A 可逆,且 $A^{-1} = B$	(322)
2.2.1.3	证明和(差)矩阵可逆	(323)
2.2.1.4	求矩阵的逆矩阵,该矩阵含一(些)矩阵的逆矩阵	(324)
2.2.1.5	证明方阵为不可逆矩阵	(325)
2.2.2	矩阵元素给定,求其逆矩阵的方法	(325)
2.2.3	求解与伴随矩阵有关的问题	(326)
2.2.3.1	计算与伴随矩阵有关的矩阵行列式	(327)
2.2.3.2	求与伴随矩阵有关的矩阵的逆矩阵	(328)
2.2.3.3	求与伴随矩阵有关的矩阵的秩	(328)
2.2.3.4	求伴随矩阵	(328)
2.2.4	计算 n 阶矩阵的高次幂	(329)
2.2.4.1	计算能分解为一列向量与一行向量相乘的矩阵的高次幂	(329)
2.2.4.2	计算能相似对角化的矩阵的高次幂	(330)
2.2.4.3	计算能分解为两可交换矩阵之和的矩阵的高次幂	(331)
2.2.4.4	计算其平方等于原矩阵或单位矩阵倍数的矩阵的高次幂	(331)
2.2.5	求矩阵的秩	(332)
2.2.5.1	求元素具体给定的矩阵的秩	(332)
2.2.5.2	求含抽象矩阵或含待定常数的矩阵的秩	(333)
2.2.5.3	已知矩阵的秩,求其待定常数	(336)
2.2.6	分块矩阵乘法运算的应用举例	(337)
2.2.7	求解矩阵方程	(338)

题型 2.2.7.1	求解含单位矩阵加项的矩阵方程	(338)
题型 2.2.7.2	求解只含一个未知矩阵的矩阵方程	(340)
题型 2.2.7.3	求解含多个未知矩阵的矩阵方程	(340)
题型 2.2.7.4	已知一矩阵方程,求方程中某矩阵的行列式	(342)
2.2.8	初等变换与初等矩阵的关系的应用	(343)
题型 2.2.8.1	用初等矩阵表示相应的初等变换	(343)
题型 2.2.8.2	利用初等矩阵的逆矩阵的性质计算矩阵	(344)
2.3	向量	(345)
2.3.1	判别向量组线性相关与线性无关	(345)
题型 2.3.1.1	用线性相关性定义做选择题、填空题	(345)
题型 2.3.1.2	判别分量已知的向量组的线性相关性	(346)
题型 2.3.1.3	证明几类向量组的线性相关性	(347)
题型 2.3.1.4	已知向量组的线性相关性,求其待定常数	(352)
2.3.2	判定向量能否由向量组线性表示	(353)
题型 2.3.2.1	判定分量已知的向量能否由向量组线性表示	(353)
题型 2.3.2.2	判断一抽象向量能否由向量组线性表示	(354)
题型 2.3.2.3	判别一向量组能否由另一向量组线性表示	(355)
2.3.3	两向量组等价的判别方法及常用证法	(356)
2.3.4	向量组的秩与极大线性无关组	(359)
题型 2.3.4.1	求分量给出的向量组的秩及其极大线性无关组	(360)
题型 2.3.4.2	将向量用极大线性无关组线性表示	(361)
题型 2.3.4.3	证明抽象向量组的秩有关问题	(361)
题型 2.3.4.4	证某向量组为一极大无关组	(363)
2.3.5	向量空间	(364)
题型 2.3.5.1	求解空间的基、标准正交基(规范正交基)	(364)
题型 2.3.5.2	求过渡矩阵	(366)
题型 2.3.5.3	求向量在某组基下的坐标	(367)
2.4	线性方程组	(371)
2.4.1	判定线性方程组解的情况	(371)
题型 2.4.1.1	判定齐次线性方程组解的情况	(371)
题型 2.4.1.2	判定非齐次线性方程组解的情况	(373)
2.4.2	由其解反求方程组或其参数	(375)
题型 2.4.2.1	已知 $AX = 0$ 的解的情况,反求 A 中参数	(375)
题型 2.4.2.2	已知 $AX = b$ 的解的情况,反求方程组中参数	(376)
题型 2.4.2.3	已知其基础解系,求该方程组的系数矩阵	(377)
2.4.3	证明一组向量为基础解系	(378)
2.4.4	基础解系和特解的简便求法	(379)
2.4.5	求解含参数的线性方程组	(380)
题型 2.4.5.1	求解方程个数与未知数个数相等的含参数的线性方程组	(381)
题型 2.4.5.2	求解方程个数与未知数个数不等的含参数的线性方程组	(381)
题型 2.4.5.3	求解参数仅出现在常数项的线性方程组	(382)
题型 2.4.5.4	求含参数的方程组满足一定条件的通解	(383)

题型 2.4.5.5 求解有无穷多解的矩阵方程	(384)
2.4.6 求抽象线性方程组的通解	(385)
题型 2.4.6.1 A 没有具体给出,求 $AX = 0$ 的通解	(385)
题型 2.4.6.2 已知 $AX = b$ 的特解,求其通解	(386)
题型 2.4.6.3 利用线性方程组的向量形式求(证明)其解	(388)
2.4.7 求两线性方程组的非零公共解	(389)
题型 2.4.7.1 求两齐次线性方程组的非零公共解	(389)
题型 2.4.7.2 证明两齐次线性方程组有非零公共解	(392)
题型 2.4.7.3 讨论两方程组同解的有关问题	(392)
2.5 矩阵的特征值、特征向量	(394)
2.5.1 求矩阵的特征值、特征向量	(394)
题型 2.5.1.1 求元素给出的矩阵的特征值、特征向量	(394)
题型 2.5.1.2 证明(求)抽象矩阵的特征值、特征向量	(396)
2.5.2 由特征值和(或)特征向量反求其矩阵	(398)
题型 2.5.2.1 由特征值和(或)特征向量反求矩阵的待定常数	(398)
题型 2.5.2.2 已知特征值、特征向量,反求其矩阵	(399)
题型 2.5.2.3 计算 $A^m \beta$,其中 β 为列向量, A 为方阵	(401)
2.5.3 求相关联矩阵的特征值、特征向量	(401)
2.5.4 判别同阶方阵是否相似	(403)
题型 2.5.4.1 判别或证明方阵是否可对角化	(403)
题型 2.5.4.2 判别或证明两同阶方阵是否相似	(406)
2.5.5 相似矩阵性质的简单应用	(407)
2.5.6 与两矩阵相似有关的计算	(408)
题型 2.5.6.1 矩阵 A 可相似对角化,求 A 中待定常数及可逆矩阵 P ,使 $P^{-1}AP = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, 其中 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 为 A 的特征值	(408)
题型 2.5.6.2 A 为实对称矩阵,求 A 中待定常数及正交矩阵 Q ,使 $Q^{-1}AQ = Q^T AQ = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, 其中 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 为 A 的特征值	(409)
题型 2.5.6.3 A 为实对称矩阵,求与其相似的对角矩阵 A	(410)
题型 2.5.6.4 已知矩阵 A 和可逆矩阵 P 满足一等式,求矩阵 B ,使 $P^{-1}AP = B$	(410)
2.6 二次型	(412)
2.6.1 化二次型为标准形	(412)
题型 2.6.1.1 化二次型为标准形	(412)
题型 2.6.1.2 已知二次型为标准形,确定该二次型	(421)
2.6.2 判别或证明实二次型(实对称矩阵)的正定性	(422)
题型 2.6.2.1 判别或证明具体二次型(或实对称矩阵)的正定性	(423)
题型 2.6.2.2 判别或证明抽象的二次型(或实对称矩阵)的正定性	(425)
题型 2.6.2.3 确定参数的取值范围使二次型或其矩阵正定	(427)
题型 2.6.2.4 证明与正定矩阵相关联的矩阵的正定性	(428)
2.6.3 合同矩阵	(428)
题型 2.6.3.1 判别两实对称矩阵合同	(428)
题型 2.6.3.2 讨论矩阵等价、相似及合同的关系	(430)

第 3 篇 概率论与数理统计

3.1 随机事件和概率	(433)
3.1.1 随机事件间的关系及运算	(433)
题型 3.1.1.1 描绘随机试验的样本空间	(433)
题型 3.1.1.2 用式子表示事件关系及其运算	(433)
题型 3.1.1.3 利用事件运算的性质或图示法简化事件算式	(434)
题型 3.1.1.4 求满足一定条件的事件关系	(434)
3.1.2 直接计算随机事件的概率	(435)
题型 3.1.2.1 计算古典型概率	(435)
题型 3.1.2.2 计算几何型概率	(436)
题型 3.1.2.3 计算伯努利概型中事件的概率	(438)
3.1.3 间接计算随机事件的概率	(439)
题型 3.1.3.1 计算和、差、积事件的概率	(439)
题型 3.1.3.2 求与包含关系有关的事件的概率	(441)
题型 3.1.3.3 计算与互斥事件有关的事件的概率	(442)
题型 3.1.3.4 求与条件概率有关的事件的概率	(442)
题型 3.1.3.5 求与他事件有关的单个事件的概率	(443)
题型 3.1.3.6 判别或证明事件概率不等式	(443)
3.1.4 几个计算概率公式的实际应用	(444)
题型 3.1.4.1 用加法公式求解实际应用题	(444)
题型 3.1.4.2 用条件概率与概率的乘法公式求解实际应用题	(445)
题型 3.1.4.3 用全概公式和逆概(贝叶斯)公式求解实际应用题	(445)
题型 3.1.4.4 利用抽签原理计算事件概率	(449)
3.1.5 判别事件的独立性	(450)
题型 3.1.5.1 判别(证明)两事件相互独立	(450)
题型 3.1.5.2 判别(证明) $n(n > 2)$ 个事件相互独立	(451)
3.2 一维随机变量及其分布	(453)
3.2.1 分布列、概率密度及分布函数性质的应用	(453)
题型 3.2.1.1 判别分布列、概率密度及分布函数	(454)
题型 3.2.1.2 利用分布的性质,确定待定常数或所满足的条件	(456)
题型 3.2.1.3 求随机变量落在某点或某区间上的概率	(456)
3.2.2 求分布列(概率分布)、概率密度及分布函数	(458)
题型 3.2.2.1 求概率分布(分布律)及其分布函数	(458)
题型 3.2.2.2 求连续型或混合型随机变量的分布函数或其取值	(460)
题型 3.2.2.3 求概率密度	(462)
3.2.3 利用常见分布计算有关事件的概率	(463)
题型 3.2.3.1 利用二项分布计算伯努利概型中事件的概率	(463)
题型 3.2.3.2 利用超几何分布计算事件的概率	(465)
题型 3.2.3.3 利用几何分布计算事件的概率	(466)