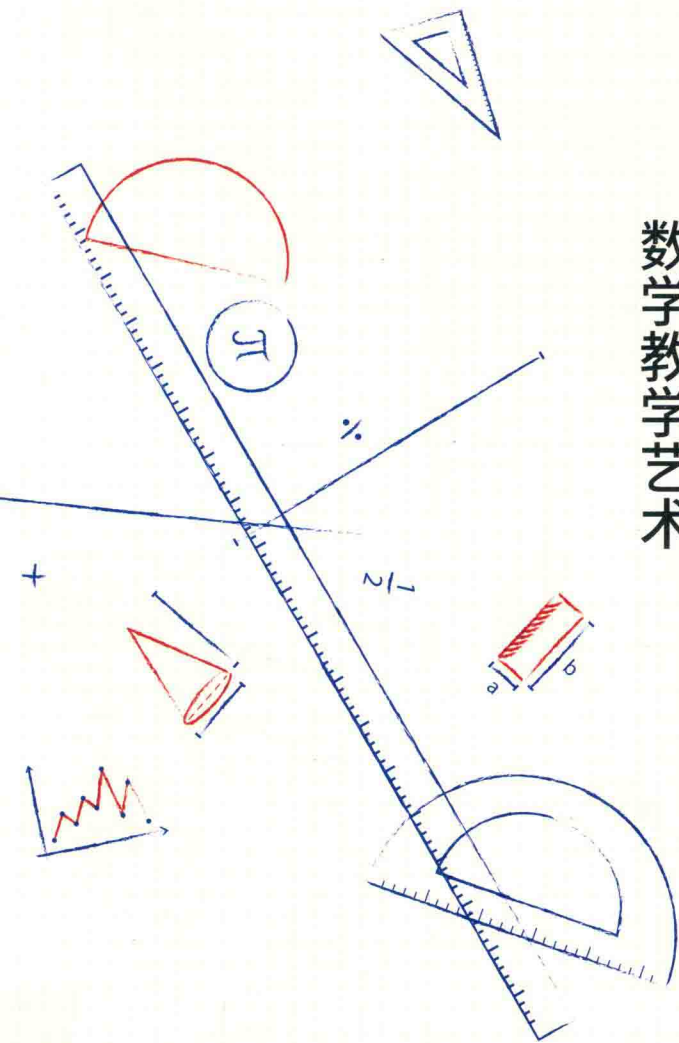




大夏书系·数学教学培训用书

我在小学 教数学

素养导向的
数学教学艺术



以课程视野
重建课堂

以核心素养
引领教学

牛献礼 著



华东师范大学出版社
全国百佳图书出版单位

我在小学 教数学

素养导向的
数学教学艺术

牛献礼 著

大夏书系

数学教学培训用书



华东师范大学出版社

中国图书出版业

图书在版编目(CIP)数据

我在小学教数学:素养导向的数学教学艺术/牛献礼著. —上海:
华东师范大学出版社, 2019

ISBN 978-7-5675-9128-8

I. ①我… II. ①牛… III. ①小学数学课—教学研究 IV. ①G623.502

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第085299号

大夏书系·数学教学培训用书

我在小学教数学

——素养导向的数学教学艺术

著 者 牛献礼
责任编辑 卢风保
封面设计 奇文云海·设计顾问

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路3663号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537
邮购电话 021-62869887 地址 上海市中山北路3663号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印 刷 者 北京密兴印刷有限公司
开 本 700×1000 16开
插 页 1
印 张 15.5
字 数 230千字
版 次 2019年8月第一版
印 次 2019年8月第一次
印 数 6100
书 号 ISBN 978-7-5675-9128-8
定 价 45.00元

出 版 人 王 焰

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话021-62865537联系)

把每堂课都当作献给学生的礼物

代 序

P R E F A C E

以课程视野重建课堂

毋庸讳言，在课程改革深入推进的当下，众多一线教师不乏强烈的教学意识，但课程意识却仍然较为淡薄。所谓课程意识，指的是对课程的敏感与自觉程度。教学意识关注的重点是实现教学目标，认为实现了教学目标的教学就是有效教学；而课程意识关注的重点是前提性问题——教学目标合理吗？如果教学目标本身不合理，即使实现了教学目标也不能称作有效教学，而可能是低效或无效教学，有时甚至是负效教学！教学意识往往关注直接的教学效果，特别是考试成绩；课程意识也关注考试成绩，但它有一根底线，就是考试成绩的获得不能以牺牲学生的身心健康和全面发展为代价。总之，教学意识更多关注教学的效率问题，而课程意识更多关注教学的价值问题。

承担“立德树人”重任的一线教师尽管处于整个课程逻辑链条的最末端，但仍须具备课程视野，回到课程的逻辑起点去反思几个基本性问题：一是“为什么学”，即数学教育对人的发展的独特贡献是什么？数学教育应当坚持怎样的价值取向？二是“学什么”，即什么样的课程内容更能体现数学的教育价值，更能满足学生的发展需求？三是“如何学”，即怎样的教学才能让学生深度学习真正发生，如何让学生核心素养得以形成和发展？笔者结合自身实践与思考尝试作出如下回答，以求教于方家。

一、为什么学？

数学代表着理性。自然界的基本规律可以用数学来刻画，因此，学习数学的过程就是一个学习如何看待这个世界，理解这个世界，更好地感悟这个过程的过程。正如史宁中教授所指出的：“数学教育的终极目标是，一个人学习数学之后，即便这个人未来从事的工作和数学无关，也应当会用数学的眼光观察世界，会用数学的思维思考世界，会用数学的语言表达世界。”

数学讲究严格，一个数字错了，一个符号错了，一个小数点错了，这道题就错了。学生“获得良好的数学教育”，就自然会养成一种踏实认真、一丝不苟的精神。数学强调逻辑思维，强调“化繁为简”“统筹优化”……这些在数学学习中学会的思想方法和思维方式，能使学生在社会上处理各种事情时，善于抓住主要问题和关键，有条不紊地处理与解决有关的工作任务。学数学还有一个好处：遇到做不出来的问题，一定要想法做出来为止，而且要求做得尽善尽美，这也就无形中培养了攻坚克难的精神，养成了精益求精的习惯。可见，数学对培养学生的核心素养无疑是有巨大贡献的。这就是数学课程的价值所在，也是为什么从小学一年级起人人都要学数学、都要获得良好数学教育的主要原因。

但是，反观当下的数学教育，一些仍然相当普遍的现象值得我们深思与追问：教师在课堂教学中只讲知识，不讲精神；只讲技巧，不讲思想……如此施教，学生学到数学的精髓了吗？能对数学有真正的领悟吗？比如，学生能够背诵出“两个数相除又叫作两个数的比”就理解“比”的意义了吗？能够说出（甚至背诵出）“像 $100+2x=250$ ， $3x=2.4$ ……这样，含有未知数的等式就是方程”就算认识了方程？能够“套用归纳出的关系式、分类解决几种类型的植树问题”就实现了“植树问题”的教学价值？……这是素养导向下的数学教学吗？

如果我们培养的学生只会快速、准确地解答数学题，而从未体验过真正的“生活化”与“数学化”的过程，不知数学题目中所包含的思想和人文精神，只会机械地套用老师教给的固定方法，而不能领悟数学的思维方式，丧失了学习的主动性和思维的灵性，只会大量、重复性地“刷

题”以提高数学成绩，而不能体会到数学课程的魅力与价值，体验不到数学学习的乐趣，那么数学又怎能给他们以思维与生命的润泽？

数学的教育价值不能仅停留在数学知识与技能上，不能只是单纯地让学生记住一些概念，掌握一些解题的技巧，还要“发挥数学教育在培养人的理性思维与创新能力方面的不可替代的作用”。教师需要不断追问和落实学习内容的教育价值，思考每节课、每个教学活动的教育价值，为理解而教，为促进思维发展而教，为核心素养的形成和发展而教。在课堂教学中，要让学生体会数学概念产生的必要性，引导他们去重历或者模拟数学知识的发生、发展过程，使学生逐渐学会思维，不断提升思维品质，在知识积累的同时亲身体验到探索、创新的快乐，并从前人研究问题的背景以及相应的方法中得到启发，感受到数学丰富而巧妙的方法、简洁而深邃的思想以及数学家严谨而科学的精神，领略到数学文明发展进程中豁然开朗的顿悟以及数学本身的文化内涵。

比如，笔者依托教材内容开发了“一题一课”课程，通过对一道题或一个材料的深入研究，挖掘其内在的学习资源与线索，进行适度的拓展延伸，并科学、有序地组织学生进行相关的数学探究活动，从而将这一道题（或一个材料）拓展成一节课，“小题大做”，让其承载更多的教育价值。举例来说，笔者将北师大版小学数学教材四年级上册“角的度量”单元中的一道习题（利用一副三角尺你能画出哪些不同度数的角），开发成了一节“探秘三角板”的数学活动课。全课以“利用一副三角尺你能画出哪些不同度数的角”这一启发性问题为引领，引导学生自主探究画角、合作交流汇总，教师在关键处点拨——“把这些角从小到大排成一行，你有什么发现”，引导学生发现角度之间的规律——每个角度都是 15° 的倍数、相邻两个角的度数总是相差 15° ，但有一个例外—— 150° 和 180° 之间却相差 30° 。教师进一步引导——“看到这样的结果，你有什么想说的吗”，启发学生提出“可能我们漏掉了一个 165° 的角”的猜想。接着，验证猜想之后再引导学生回顾 165° 角的发现过程，归纳出“推理—猜想—验证”的思维方法，让学生增长了智慧。然后，又把学生的视野从数学课堂引向广袤的课外世界，“海王星的发现”和“数学史上的著名猜想”的介绍让学生

看到上述数学思维方式在人类文明史上的应用价值，感受到数学思考的力量，让学生长了见识！

二、学什么？

当下，课程创新方兴未艾，数学绘本、数学魔术、数学步道、数学实验、数学游戏等各种课程内容形态不断涌现。笔者认为，上述“跨界”的创新内容只是数学课程的有益补充，更一般且有效的创新课程应当源自教材内的基础内容。数学的魅力在于“冰冷的外表”下蕴藏着“火热的思考”，体现在它的神奇和美妙上，人们从中能够得到智与美的满足。同时，核心素养的培育须依靠学生经由日常的课程教学长期习得，逐渐积淀，日积月累而成，因此，数学基础内容的课堂教学应当是核心素养培育的主渠道，深入挖掘基础内容的教育价值，“点亮”常态课堂更具现实意义。毕竟，日常的教学时间是有限的，把“时髦”的“跨界”内容过多地引入课堂，必然会把原来一些应该好好学习的偏基础的数学内容给淡化甚至给挤掉了，必然会影响学生对数学内容的理解、掌握和热爱，这是不合算的。

教材是教师教学最重要的文本和依据，教师对教材的解读直接影响自己的教学行为，进一步影响学生的学习，并最终决定了学生在课堂上“实际体验到的课程”（古德莱德语）。因此，研究“学什么”首要的就是研读教材，弄清楚学科知识本身的结构体系，把握数学本质、融入数学思想、突出数学思考，让数学课堂焕发出应有的魅力，让学生感受数学的神奇和美妙，让学生体验数学思考的乐趣。比如，设计“冰雹猜想”的自主阅读单，让学生在富有启发性的问题驱动下进行整数加法练习；提出“你能用‘可能性’的知识来评价一下‘守株待兔’里的人和事儿吗”的问题，让学生体会数学知识在生活中的应用；设计“1亿张纸有多厚”的活动，让学生以小推大、以局部推算整体，直观感受“1亿有多大”；设置“用一副三角板能画出哪些不同度数的角”的探究性任务，组织学生寻找角度中的规律，并以此作出有价值的推测；让学生调查2016年和2017年北京空气质量数据，再用统计表和统计图整理数据，并对数据进行对比分析，以现实性任务驱动学生进行实践性学习……凡此种种，课程内容还是以前的内

容，只是载体换了模样，不同的载体所彰显出的数学课程魅力也大相径庭。

另外，对于当前大热的“课程整合”也须冷静看待，择善而从。课程整合绝非一件易事，不能只是形式上的简单组合，更不能随意“去学科化”或“泛学科化”。一方面，各门课程都有其独特的育人功能，任何课程整合都要以各学科内在教育价值的开发为前提；各门课程内容都有其自身的发生、发展逻辑，课程整合需要立足课程目标，基于学科特点，向学生展现学科本身的魅力，将核心素养的培养这一总体性教育目标很好地落实于学科课程之中。另一方面，也不能画地为牢，搞“学科主义”，以“学科价值”遮蔽“育人价值”，而应当以整体性教育目标为指导积极地进行学科融合。“着力点是打破那些已经固定的不同学科之间界线分明的边界，穿越那些近乎僵化的学科与知识界限，使课程内容更加丰富多彩。”（谢维和语）为此，教师要结合实际，因地制宜，创造更能满足学生发展需求的多元的课程内容、多样化的课堂形态和教学方式，真正实现“为素养而教，用学科育人”。

当我们视野打开，会发现有很多的路径，但我们始终要提醒自己：不能因为走得太远，而忘记为什么而出发。

三、怎么学？

研究与实践均表明，学生核心素养的形成和发展，在本质上，不是靠教师“教”出来的，而是靠学生“悟”出来的，“是学生通过自己的独立思考，以及和他人的讨论与反思，日积月累，逐渐养成的一种思维习惯”（史宁中语）。不能单纯依赖记忆与模仿，而是需要依赖学生深度参与其中，在解决一系列问题的过程中形成理解与感悟。

为此，我们的数学课程与教学探索，应当遵循如下价值逻辑：

1. 转变课堂结构，以学定教，先学后教

所谓“以学定教”，就是依据学情确定教学的起点、方法和策略。这里的学情包括学生的知识、能力基础，学生的身心特征和内在需要等学习主体的基本情况。而“定教”，就是确定教学的起点不能过低或过高，在恰当的起点上选择最优的教学方法，围绕着学生的学习展开教学。

所谓“先学后教”，就是充分信任学生，鼓励学生大胆尝试、自主探索，让自学、质疑、争辩、补充、修正等充盈其间，教师在关键处点拨、引导，在指导学法、深化思维、提升学习力上下功夫。

例如，教学“长方形的面积”，教师给学生提供长4cm、宽2cm，长5cm、宽3cm，长8cm、宽6cm，长30cm、宽20cm的四个长方形，引导学生借助手中的8个边长1cm的小正方形去探索长方形的面积公式。教师循序渐进地引导学生经历了如下的探究过程：第一个长方形，直接摆就可以得到面积，体会面积的本质是若干个面积单位之和。面积单位是小正方形，长方形的大小就是看它包含多少个小正方形。第二个长方形，如果摆满的话，手中的小正方形不够，这是一次思维的跳跃，学生需要想到只沿着长方形的长和宽摆，这就实现了从形象到抽象的提升，部分学生可能还会依赖具体的操作，但一些学生可能会利用表象进行思考了。最后呈现的两个长方形，用小正方形摆太麻烦了，促使学生在抽象层面进行思考，长是多少就是一行摆多少个，宽是多少就是摆这样的几行，从而经历推理的过程，“创造”出长方形面积的计算公式。上述“具体操作—表象操作—抽象概括”的数学化的探究过程，引导学生逐步深刻地理解了长方形面积公式的本质意义，发展了学生的数学思维，增强了空间观念。

“以学定教，先学后教”的关键在于能够把握知识本质并准确为学生的学情“把脉”，正本清源，删繁就简，实施真正促进学生素养发展的针对性教学。

2. 重建教学关系，学为中心，相机诱导

有效的教学活动是学生学与教师教的统一。一方面，上课是以实现每一个学生的“学习”为目的的，核心素养培养的过程也侧重学生的自主探究和自我体验，更多地依靠学生自身在实践中的摸索、积累和体悟。因此，教师要从“以教师讲授为主”转向“以学生学习活动为主”来组织教学，为学生提供充分的“悟”的时间与空间。另一方面，学生高质量的学习也离不开教师的组织、引导与点拨，尤其是数学教学有其特殊性——学生在数学上的发展主要依赖于后天的学习，并表现为教师指导下的不断“优化”，有些东西光靠学生“自悟”，达不到应有的高度。教师只有通过

与学生的互动对话、点拨引导，才能真正促进学生思维（包括方法等）的优化。

教学中，应注重创设合适的教学情境，提出合适的问题，启发学生独立思考或与他人进行有价值的讨论，整堂课的核心问题要少而精，提的问题不能太小，教学环节不能太细。教师不能代替学生探究，代替学生分析，要提供充分的时间让学生去独立探究与分析。教师少说话，学生多活动，让学生经历知识创建过程中的思考与发现，体验知识形成过程中的曲折与智慧，在探索与体验中形成对知识的理解与感悟，进而形成和发展数学核心素养。

比如，学习“复式统计表”。课始，笔者创设了“统计全班同学的家里分别有几个小孩”的教学情境。现场调查，整理成如下两个统计表：

数量	一孩	二孩	三孩
男生	12	5	1

数量	一孩	二孩	三孩
女生	8	3	1

师：如果想了解全班同学家里分别有几个小孩，又该怎样整理数据呢？

生：可以把男生和女生的数据放在一起。

生：可以把两张表合并成一张表。

师：怎么合并呢？请你在练习本上试着制作这张统计表。

学生独立思考，尝试列出统计表，然后全班交流。

出示一学生的作品：

数量	一孩	二孩	三孩	合计
男生	12	5	1	18
女生	8	3	1	12

师：在这张统计表中，“合计”算出的是什么？

生：“合计”算出的是全班男生和女生的人数。

出示另一学生的作品：

数量	一孩	二孩	三孩
男生	12	5	1
女生	8	3	1
合计	20	8	3

师：这张统计表也有“合计”，“合计”算出的又是什么呢？

生：“合计”算出的分别是一孩、二孩和三孩的总数。

师：你觉得哪张统计表更便于了解全班同学家里分别有几个小孩呢？为什么？

生：我认为第二张统计表更便于了解，因为它合计出的分别是一孩、二孩、三孩的总数，而第一张表合计出的是男、女生人数，跟问题没多大关系。

其他同学都表示赞同。

师：那么，对于第二张统计表，你们还有什么修改建议吗？

生：我觉得表格左上角的那个空格可以分成两部分，一个表示数量，另一个表示性别。（在黑板上画出下图）



师：大家觉得这个建议好不好？表格左上角的那个空格叫作“表头”（板书：表头），把它分成两部分后，横着对应的就是“孩子的数量”，竖着对应的就是“学生的性别”。还有别的建议吗？

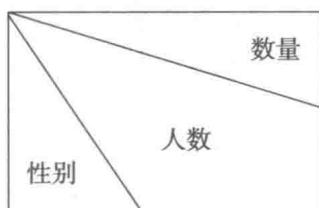
学生都摇头表示没有了。

师：从表头看，只表示横向和竖向两栏，可是，表格里还有这么多表

示“人数”的数据，能在“表头”里表示出来吗？

生：可以再增加一个“人数”，可是分成三部分该怎么画呢？

生：（自告奋勇）我会画。



全班同学对该生报以掌声！

师：大家对这张统计表还有什么好建议？

生：我觉得要给统计表添上一个名称，要不然别人不知道你统计的是什么。

生：我认为还要添上“日期”，要不然到了明年、后年，数据可能会有变化。

师：这些都是非常好的建议！现在我们一起把统计表制作完整。

师生一起重新制作统计表：

五（1）班同学家庭孩子数量统计表

2015年12月

性别 \ 数量 人数 / 人	一孩	二孩	三孩
	男生	12	5
女生	8	3	1
合计	20	8	3

怎样让学生经历复式统计表的产生过程，从而对统计表的更有更深刻的体验呢？上述教学中，从两张单式统计表入手，创设问题情境——

“如果想了解全班同学家里分别有几个小孩，又该怎样整理数据呢”，激发学生的认知兴趣和探索愿望。接着，放手让学生自主尝试制作复式统计表，并把之后的交流重点放在新知——“表头”的表示方式上。最终，在师生的深度对话过程中，学生的思维不断得以优化，复式统计表也不断得以修订、完善。整节课，学生始终处于积极参与的状态之中，数学思维逐渐深入，创新火花不断迸发。

3. 改变教学意义，素养导向，数学育人

不管是教什么学科的老师，归根结底都是教学生的！要坚持素养导向，根据学习目标和学生实际，选择一条让学生经历更多事物、看到更多风景、获得更多发展的路，从而由学科教学走向学科教育。

教学不应停留于孤立的“知识点”的学习，要让学生清楚数学知识的来龙去脉：是从哪儿来的？又可以到哪儿去？很多知识后面都隐含着丰富的文化因素，有很多故事。结合这些生动的故事来讲数学，学生对数学的感觉就会不一样。要引导学生知道，生活和工作中有这么多问题都需要用数学来解决，数学很有用，从而让学生真正走进数学、了解数学、领悟数学，激发学生学习数学的持续的积极性。

教学不应停留于单纯知识（包括数学基础知识和基本技能）的学习，而应多关注知识内涵的掌握及知识的实践应用，由知识向思维过渡，由具体知识引向背后的数学思想和方法，帮助学生逐步学会思维，不断提升学生的思维品质，包括由“理性思维”逐步走向“理性精神”，让知识成为素养，变成智慧。

不应停留于单一的课堂形态和学习方式，一成不变只会生出无趣来，而应将直接教学与合作、探究式学习相结合，通过多样化的课堂形态和丰富、灵活的学习方式来展现学习本身的魅力，比如问题引领下的探索性学习、自学基础上的分享式学习、基于主题研究的实践性学习等等。数学课应该总是因为“不同”而让学生心生期待。

目 录

C O N T E N T S

001 代序 以课程视野重建课堂

第一章 | 学为中心，点亮常态课堂

002 引 言 回归“两个吃透”的常识

009 案例 1 教不越位，学要到位

——“小数的初步认识”教学案例与思考

018 案例 2 精确分化，突破难点

——“乘法分配律”教学案例与思考

024 案例 3 为迁移而教

——“三位数乘两位数”教学案例与反思

032 案例 4 选择更合适的“脚手架”

——“小数乘整数”教学案例与反思

038 案例 5 把握本质，深入浅出

——“认识厘米”教学案例与思考

043 案例 6 从“疑惑处”展开教学

——“真分数与假分数”教学案例与反思

048 案例 7 任务驱动，变教为学

——“正比例”教学案例与反思

056 案例 8 分析概念结构，促进有效建构

——“认识周长”教学案例与反思

第二章 | 素养导向，引发深度学习

- 064 引言 素养导向下的深度学习
- 073 案例1 让素养在知识建构中生长
——“路程、时间与速度”教学案例与思考
- 078 案例2 在活动中突出数学思考
——“公倍数和最小公倍数”教学案例与思考
- 082 案例3 正本清源，回归本质
——“比的认识”教学案例与思考
- 089 案例4 在问题解决中感悟模型
——“工程问题”教学案例与反思
- 094 案例5 比“公式”更重要的是什么？
——“长方体的体积”教学案例与反思
- 103 案例6 从研究学生入手
——“体积与容积”教学案例与反思
- 108 案例7 “理”不在说，而在于悟
——“折线统计图”教学实践与反思
- 115 案例8 围绕重点做文章
——“打电话”教学案例与思考

第三章 | 一题一课，放大教育价值

- 124 引言 由一道题拓展成一堂课
- 128 案例1 月历表中的奥秘
——“制作月历表”的拓展教学与思考
- 136 案例2 探秘三角板
——“用一副三角尺画角”的拓展教学与思考
- 141 案例3 学会“聪明地算”
——“两位数乘11”的拓展教学与思考
- 147 案例4 有趣的“对称算式”
——“两位数乘两位数的练习”的拓展教学与思考
- 151 案例5 以疑促思，以思蕴学
——“长方形周长与面积的关系”教学案例与思考
- 157 案例6 润“数”有形，踏“学”无痕
——“和的奇偶性”的拓展教学与思考
- 165 案例7 沟通联系，突出思想
——“鸡兔同笼”教学案例与思考
- 173 案例8 课内导学，课外研学
——“正方体的展开图”教学案例与思考