

高等院校“十三五”规划教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

主 编◎陈爱萍 赵培勇

副主编◎呼 娜 陈 劲

西北工业大学出版社

高等院校“十三五”规划教材

GAODENG SHUXUE

高等数学

主 编 陈爱萍 赵培勇

副主编 呼 娜 陈 劲

西北工业大学出版社

西安

【内容简介】 本书是根据教育部颁布的《高等数学课程教学基本要求》编写的。主要内容包括函数基础、极限与连续、导数与微分学、导数的应用、不定积分、定积分、常微分方程、线性代数、多元函数微分学、多元函数积分学和级数等。

本书既可作为高等专科学校、高等职业学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院和民办高校工科类各专业的教材，也可作为“专升本”及学历文凭考试的教材或参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学/陈爱萍, 赵培勇主编. —西安: 西北工业大学出版社, 2018. 4

ISBN 978-7-5612-5952-8

I. ①高… II. ①陈… ②赵… III. ①高等数学—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 087986 号

策划编辑: 季 强

责任编辑: 王 静

出版发行: 西北工业大学出版社

通信地址: 西安市友谊西路 127 号

邮编: 710072

电 话: (029) 88493844 88491757

网 址: www.nwpup.com

印 刷 者: 三河市祥达印刷包装有限公司

开 本: 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张: 18

字 数: 394 千字

版 次: 2018 年 11 月第 1 版

2018 年 11 月第 1 次印刷

定 价: 39.80 元

前 言

高等数学是高等学校相关专业的一门基础课程,对于培养学生的逻辑思维能力、分析问题和解决问题的能力,以及提高综合素质,都有很大帮助.为了适应高等教育的需要,我们以教育部制定的《高等数学课程教学基本要求》为依据,全面贯彻“以应用为目的,以必须够用为度”的原则,并结合高等学校在培养技术应用型人才方面的教学特点,编写了本书.

本书精选大量具有实际背景的例题和习题,旨在启发学生的思维,培养学生的创新意识,以及运用数学工具解决实际问题的能力.内容表述遵循深入浅出、通俗易懂、论证严谨之特点.

归纳起来,本书具有下述特色.

(1) 真正做到了淡化理论,降低教材难度,便于按照学生的实际入学文化水平组织教学.如极限概念、两个重要极限等都舍弃了严格的数学定义和理论证明,代之以直观的几何描述和表格化说明,不定积分的第一、二类换元法以解决问题的思路代替定理证明,通俗易懂.

(2) 真正体现了理论基础知识必需够用的原则.课程内容和知识点的选取紧密围绕应用这一宗旨,讲清必要的理论、原理.如大胆回避了邻域、间断点分类、罗必达法则、变上限的积分函数等,加强了微积分重要基本概念、实际背景意义和基本方法的介绍;模块篇内容的选取也能较好地满足当前高等院校主要专业的教学需要.

(3) 紧密联系实际,真正体现应用为本.概念、定义的引入都采取从特殊到一般,再回到特殊的方法;适量充足、新颖,既有大量的物理、工程上的例子,又有在经济上的应用,实用性强.

(4) 可以灵活组合课程模块,方便教学.全书前半部分的内容为一元函数微积分基本知识,适合于各专业使用;后面的章节可以根据需要组合成计算机应用数学、机电应用数学、经济应用数学等,也可以根据不同课程需要组织教学.

本书由云南工程职业学院陈爱萍、郑州财税金融职业学院赵培勇担任主编,沈阳工学院呼娜、贵州交通职业技术学院陈劲担任副主编;陈爱萍负责全书的统稿工作并编写了第1—4章的内容,赵培勇负责全书的校对工作并编写了第6、7章的内容;呼娜负责编写了第8—11章的内容;陈劲负责编写了第5章的内容.

由于水平有限,书中难免存在错误或不足之处,望专家和读者批评指正,使本书在教学实践中不断完善.

编 者

2018年2月

目 录

第 1 章 函数基础	1
1.1 数的基本概述	1
1.2 数制	7
1.3 平面向量与复数	12
1.4 函数概述	17
1.5 初等函数	24
1.6 数学模型	30
第 2 章 极限与连续	39
2.1 极限的概念	39
2.2 极限的运算	45
2.3 函数的连续性	50
第 3 章 导数与微分学	56
3.1 导数概述	56
3.2 求导法则	63
3.3 导数与经济学	74
3.4 高阶导数	76
3.5 函数的微分	79
第 4 章 导数的应用	85
4.1 微分中值定理	85
4.2 洛必达法则	87
4.3 泰勒公式	92
4.4 函数的单调性	94
4.5 函数的极值与最值	95
4.6 曲线的凹凸性与渐近线	100
4.7 函数作图	103
第 5 章 不定积分	106
5.1 原函数与不定积分	106
5.2 换元积分法	112
5.3 分部积分法	118
第 6 章 定积分	121
6.1 定积分的概念与性质	121
6.2 微积分基本公式	127

6.3	定积分的换元积分法与分部积分法	131
6.4	广义积分	135
6.5	定积分的应用	139
第7章	常微分方程	149
7.1	常微分方程的基本概念	149
7.2	一阶微分方程与可降阶的高阶微分方程	152
7.3	二阶常系数线性微分方程	159
7.4	微分方程的应用	166
第8章	线性代数	172
8.1	行列式的概述	172
8.2	行列式的性质	179
8.3	矩阵的概念与运算	185
8.4	矩阵的初等行变换与矩阵的秩	197
8.5	逆矩阵	203
8.6	解线性方程组	209
第9章	多元函数微分学	219
9.1	多元函数的概念、极限与连续	219
9.2	偏导数	223
9.3	全微分	227
9.4	多元复合函数与隐函数的微分法	230
9.5	偏导数在几何上的应用	235
9.6	二元函数的极值	238
第10章	多元函数积分学	243
10.1	多元函数积分	243
10.2	重积分的应用	253
10.3	曲线积分与曲面积分	256
第11章	级数	262
11.1	数项级数概述	262
11.2	数项级数的收敛准则	265
11.3	幂级数	270
11.4	函数的幂级数展开	274
11.5	傅里叶级数	276
参考文献		281

第1章 函数基础

【本章导读】

数学是研究现实世界的数和形的一门基础学科. 高等数学是在实数集合上研究函数的性质, 因此, 本章先回顾实数的分类、绝对值及区间等基本概念, 重点讲述实数进位制内容, 介绍向量与复数的概念. 初等数学研究的主要是常量及其运算, 而高等数学所研究的主要是变量及变量之间的依赖关系, 函数正是这种依赖关系的体现. 本章将在复习中学教材中有关函数内容的基础上, 进一步研究函数的性质, 阐述数学模型的概念及建立过程.

【知识要点】

- 实数的分类和实数的绝对值
- 数制的概念
- 向量和复数的概念
- 函数的定义及其表示法
- 基本初等函数和复合函数
- 数学模型的概念及其建立过程

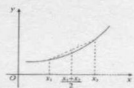
1.1 数的基本概述

1.1.1 实数的分类

随着社会的发展, 人类在逐步加深对数的认识. 正整数首先被人们所认识, 全体正整数构成的集合记为 $\{1, 2, \dots\}$. 为了使减法运算顺利进行, 数的范围扩大到了整数, 整数集 $\mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$. 为了使除法运算顺利进行, 数的范围又扩大到了有理数, 有理数集 $\mathbf{Q} = \left\{x \mid x = \frac{p}{q}; p, q \in \mathbf{Z}, q \neq 0\right\}$. 即一个数是有理数, 当且仅当它可以写成分数.

如果用十进制小数来表示有理数, 则有理数被写成有穷小数或无限循环小数. 如: $\frac{1}{2} = 0.5$, $-\frac{1}{4} = -0.25$, $\frac{4}{3} = 1.3$. 反之, 有穷小数或无限循环小数都可以化成分数.

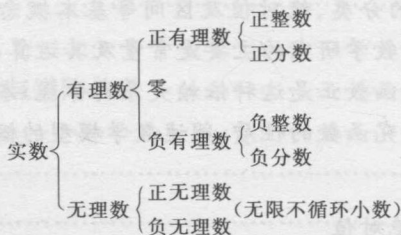
具有原点、正方向和长度单位的直线称为数轴. 任何一个有理数都恰有数轴上的一个点



与其对应. 这种与有理数对应的点称为有理点. 有理点在数轴上是处处稠密的, 即在任意的两个有理点之间, 仍有有理点. 事实上, 对于任何不相等的两个有理数 a 和 b , 都有有理数 $\frac{a+b}{2}$ 介于其间. 虽然有理点在数轴上处处稠密, 但却未充满整个数轴. 如圆周率 π , 边长为 1 的正方形的对角线长度 $\sqrt{2}$, 当它们被表示成十进制小数时, 都不是有穷的或无限循环的. 经计算 $\pi = 3.141\ 592\ 6\cdots$, $\sqrt{2} = 1.414\ 213\ 5\cdots$. 这种无限不循环小数称为无理数. 无理数在数轴上对应的点叫无理点.

有理数与无理数统称为实数. 实数集记为 $\mathbf{R}$. 本书如无特殊说明, 总是在实数集 $\mathbf{R}$ 上讨论问题. 实数的全体充满了整个数轴, 实数与数轴上的点形成了一一对应的关系. 实数系统可表示为表 1-1 的形式

表 1-1



1.1.2 实数的绝对值

实数的绝对值是数学里经常用到的概念, 回顾一下实数绝对值的定义及性质十分必要. 实数 x 的绝对值, 记为 $|x|$, 它是一个非负实数, 即

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

例如, $|3.7| = 3.7$, $|-6| = 6$, $|0| = 0$ 等.

实数 x 的绝对值 $|x|$ 的几何意义为数轴上点 x 到原点的距离.

绝对值有以下性质:

设 a, b 为任意实数, 则有

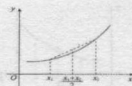
- | | |
|-------------------------------------|---|
| (1) $ a = \sqrt{a^2}$; | (2) $ a \geq 0$, 仅当 $a = 0$ 时, $ a = 0$; |
| (3) $ -a = a $; | (4) $- a \leq a \leq a $; |
| (5) $ a+b \leq a + b $; | (6) $ a - b \leq a-b $; |
| (7) $ a \cdot b = a \cdot b $; | (8) $\left \frac{b}{a} \right = \frac{ b }{ a } (a \neq 0)$. |

上述性质(1)~(4)可以由绝对值的定义直接得到. 现对性质(5)给予证明, 其余留给读者考虑.

性质(5)的证明 由性质(4), 得 $-|a| \leq a \leq |a|$, $-|b| \leq b \leq |b|$, 从而有

$$-(|a| + |b|) \leq a + b \leq |a| + |b|$$

于是 $|a+b| \leq |a| + |b|$. 故 $|a+b| \leq |a| + |b|$ 成立.



1.1.3 区间的概念

区间是高等数学中常用的实数集,包括四种有限区间和五种无限区间,它们的名称、记号和定义如下:

闭区间	$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$
开区间	$(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$
半开区间	$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}, [a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$
无限区间	$(a, +\infty) = \{x \mid a < x\}, [a, +\infty) = \{x \mid a \leq x\}$ $(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}, (-\infty, b] = \{x \mid x \leq b\}$ $(-\infty, +\infty) = \{x \mid x \in \mathbf{R}\}$

其中 a, b 为确定的实数,分别称为区间的左端点和右端点. 闭区间 $[a, b]$ 、半开区间 $[a, b)$ 及 $(a, b]$ 、开区间 (a, b) 为有限区间. 数 $b - a$ 称为这些区间的长度. 从数轴上看,这些有限区间是长度为有限的线段. 闭区间 $[a, b]$ 与开区间 (a, b) 在数轴上表示出来,分别如图 1-1(a) 和 1-1(b) 所示. 引进记号 $+\infty$ (读做正无穷大) 及 $-\infty$ (读做负无穷大),则可表示无限区间. 无限区间 $[a, +\infty)$ 与 $(-\infty, b)$ 在数轴上表示出来,分别如图 1-1(c) 和 1-1(d) 所示.

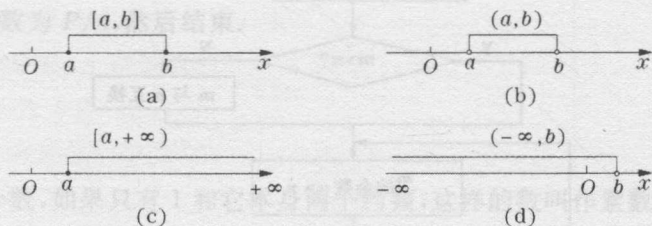


图 1-1

在计算科学中,我们常见的数又可分为整型数(Integer Number)和浮点数(Floating-point Number).

整型数如 123, -456, 0 等,而浮点数有以下两种表示形式:

- (1) 十进制小数形式,如 12.45, 0.0 等;
- (2) 指数形式,如 $1.23\text{e}4$ 或 $1.23\text{E}4$ 都代表 1.23×10^4 . 注意字母 e 或 (E) 之前必须有数字,且 e 后面的指数必须为整数.

在数的王国内,有许多有趣的数,这里作以下介绍.

① 水仙花数:所谓水仙花数是指一个 3 位数,其各位数字立方和等于该数本身. 例如, 153 是一水仙花数,因为 $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$.

② 完美数:即各因数之和为它的两倍或不计它自己时恰等于它本身. 例如, 6 是一个完美数,因为 $6 = 1 + 2 + 3$, 28 和 496 等也是完美数.

③ e 与 π : e 与 π 都是无理数:

$$\pi = 3.141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 46\cdots$$

$$e = 2.718\ 281\ 828\ 459\ 045\ 235\ 36\cdots$$

π 与 e 的一种奇妙联系:

$$\pi^4 + \pi^5 = e^6$$

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{2n-1} + \cdots$$

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!} + \cdots$$

1.1.4 最大公约数与最小公倍数

定义 1 如果数 m 能被 n ($n \neq 0$) 整除, m 就叫作 n 的倍数, n 就叫作 m 的约数(或因数). 倍数和约数是相互依存的.

几个数公有的约数,叫作这几个数的公约数,其中最大的一个,叫作这几个数的最大公约数. 古希腊数学家欧几里得提出的“辗转相除”法,求两个数的最大公约数,其流程框图如图 1-2 所示:

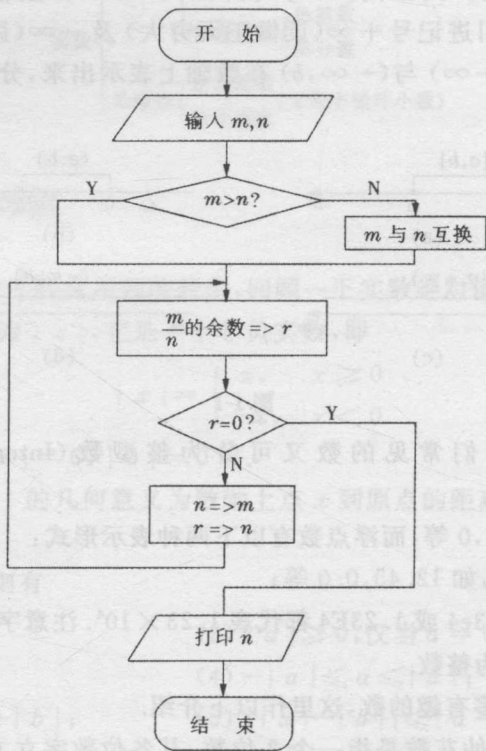
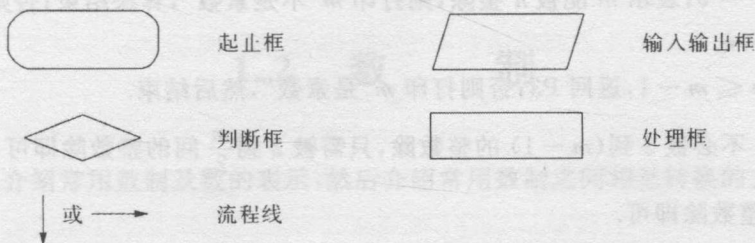
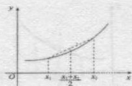


图 1-2

所谓流程图是用一些图框表示的各种操作,用图形表示算法,直观形象,易于理解.

常见框图含义见下图示:



定义 2 几个数公有的倍数,叫作这几个数的公倍数,其中最小的一个,叫作这几个数的最小公倍数,如 6 和 8 的最小公倍数为 24.

求两个正整数 m 和 n 的最小公倍数的一般算法:

P1: 输入两个数 m, n 的值.

P2: 如果 m 小于 n , 交换 m, n .

P3: $m * n \Rightarrow P$.

P4: $\frac{m}{n}$ 的余数 $\Rightarrow r$.

P5: 如果 $r = 0$, 表示最大公约数为 n , 执行 P7, 否则, 执行 P6.

P6: $n \Rightarrow m, r \Rightarrow n$, 执行 P4.

P7: 最小公倍数为 P/n , 然后结束.

1.1.5 素数

定义 3 一个数, 如果只有 1 和它本身两个约数, 这样的数叫作素数(或质数).

例如, 2, 3, 5, 7, 11 等都是素数.

例 写出 50 以内的所有素数.

古希腊数学家用筛选法找质数, 先画掉 2 的倍数, 再依次画掉 3, 5, 7 的倍数(但 2, 3, 5, 7 本身不画掉), 剩下的数都是质数.

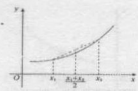
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

判断一个数 $m(m \geq 3)$ 是否为素数的方法: 将 m 作为被除数, 将 2 到 $(m-1)$ 各个整数轮流作为除数, 如果都不能被整除, 则 m 为素数, 算法可以表示如下:

P1: 输入 m 的值.

P2: $2 \Rightarrow n$ (n 作为除数).

P3: m 被 n 除, 得余数 r .



P4: 如果 $r = 0$, 表示 m 能被 n 整除, 则打印 m “不是素数”, 算法结束; 否则执行 P5.

P5: $n + 1 \Rightarrow n$.

P6: 如果 $n \leq m - 1$, 返回 P3; 否则打印 m “是素数”, 然后结束.

事实上, m 不必被 2 到 $(m-1)$ 的整数除, 只需被 2 到 $\frac{m}{2}$ 间的整数除即可, 甚至只需被 2 到 $\sqrt{m}$ 之间的整数除即可.

以上算法的流程框图如图 1-3 所示:

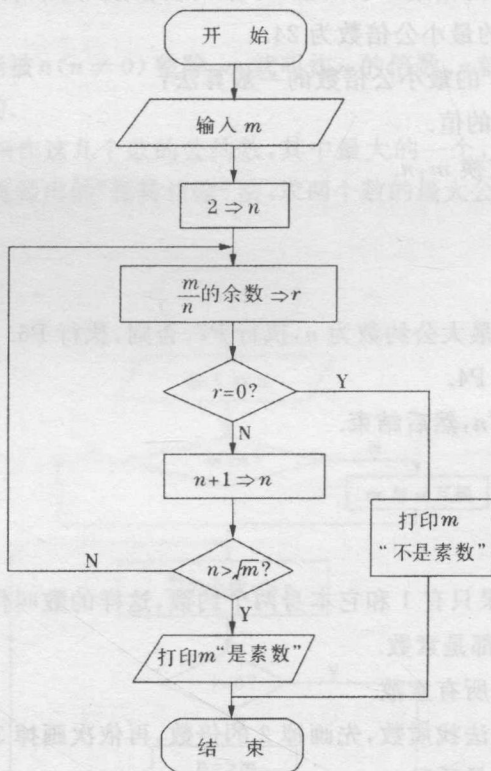


图 1-3

习 题

1. 画出求两个正整数 m, n 的最大公约数和最小公倍数的流程图.

2. 设 $m = 12, n = 8$, 根据题 1 的流程, 写出求最大公约数和最小公倍数的过程.

3. 选择题:

(1) 以下选项中正确的整型数是().

A. 12.0

B. -20

C. 1,000

D. 4 5 6

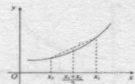
(2) 以下选项中正确的浮点数是().

A. 0

B. 3.141 5

C. 0.329×10^2

D. 871



1.2 数制

本节首先介绍常用数制及数的表示,然后介绍常用数制之间相互转换的方法。

1.2.1 数制概念

数制是数的表示及计算方法,进位计数制是一种计数的方法。习惯上最常用的是十进制数法。一个任意的十进制数可以表示为

$$a_n a_{n-1} \cdots a_0, \quad b_1 b_2 \cdots b_m$$

其含义是:

$$a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \cdots + a_0 \cdot 10^0 + b_1 \cdot 10^{-1} + b_2 \cdot 10^{-2} + \cdots + b_m \cdot 10^{-m}$$

十进制数制有以下三个要点:

(1) 数码:

$$a_i (i = 0, 1, \cdots, n), \quad b_j (j = 1, 2, \cdots, m)$$

是 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 十个数码的一个。

数码的个数为基数,十进制数的基数为 10。

(2) 进位规则:逢十进一。

(3) 权: 10^k 称为每位数字的权。

十进制数用 D 来表示。

$$\begin{aligned} \text{例 1} \quad 1\,234.567 &= 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} \\ &\quad + 6 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

1.2.2 二进制数

十进制数不是唯一的数制。例如计时用的时、分、秒就是按 60 进制数计数的,一个星期有 7 天,是按 7 进制计数的,等等。计算机中为了便于存储及计算的物理实现,采用的是二进制数。

二进制数的基数为 2,即只有 2 个数码 0, 1, 遵循“逢二进一”的进位规则,各位的权为 2 的幂。

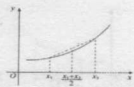
二进制数一般用 B 来表示。

$$\begin{aligned} \text{例 2} \quad (1011011)_2 &= 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= (91)_{10} \end{aligned}$$

$$\text{例 3} \quad (10.11)_2 = 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

二进制数的运算规则:

加法规则: $0+0=0$, $0+1=1$, $1+0=1$, $1+1=10$ 。



乘法规则： $0 \times 0 = 0$, $0 \times 1 = 0$, $1 \times 0 = 0$, $1 \times 1 = 1$.

4 位二进制数能表示十进制中的 $0 \sim 15$, 共 16 个数见表 1-2:

表 1-2

十 进 制 数	二 进 制 数
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

例 4 求 $(101101)_2 + (100111)_2$.

解

$$\begin{array}{r} 101101 \\ + 100111 \\ \hline 1010100 \end{array}$$

即 $(101101)_2 + (100111)_2 = (1010100)_2$

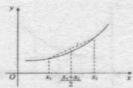
在计算机中广泛使用的是二进制, 这是因为:

(1) 二进制只使用两个不同的数码 0 和 1, 它的每一位只需用任何具有两个不同稳定状态的元件来表示, 电路设计简单, 节省设备且工作可靠.

(2) 二进制数运算简单, 由前述运算规则可知, 当进行简单的算术运算时, 只用到两个整数的和与乘积各四个法则.

1.2.3 八进制数与十六进制数

八进制数采用 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 共 8 个数码, 基数为 8, 进位规则为“逢八进一”, 各位的权为 8 的幂.



例如:

$$(245)_8 = 2 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 5 \times 8^0$$

$$(67.25)_8 = 6 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 2 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2}$$

八进制数用 O 来表示.

十六进制数采用 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, A, B, C, D, E, F$ 共 16 个数码, 其中 A, B, C, D, E, F 分别相当于十进制的 $10, 11, 12, 13, 14, 15$. 基数为 16, 进位规则为“逢十六进一”, 各位的权为 16 的幂, 例如:

$$(2BC.48)_{16} = 2 \times 16^2 + 11 \times 16^1 + 12 \times 16^0 + 4 \times 16^{-1} + 8 \times 16^{-2}$$

1.2.4 常用数制的转换

将数由一种数制转换成另一种数制称为数制间的转换. 在实际应用中, 经常需要将一种数制的数转换成另一种数制的数.

1. 二进制(八进制、十六进制)数转换为十进制数

二进制(八进制、十六进制)各位数码乘以与其对应的权之和, 即为二进制(八进制、十六进制)数对应的十进制数. 例如:

$$\begin{aligned} (10110101.10111)_2 &= 1 \times 2^7 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-3} \\ &\quad + 1 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-5} \\ &= (181.71875)_{10} \end{aligned}$$

$$(136)_8 = 1 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 6 \times 8^0 = (94)_{10}$$

$$(35A)_{16} = 3 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 10 \times 16^0 = (858)_{10}$$

2. 十进制数转换成二进制数

由于计算机采用二进制, 在使用计算机进行数据处理时, 首先必须把输入的十进制数转换成计算机使用的二进制数; 计算机在运行结束后, 再把二进制数转换为人们所习惯的十进制数输出, 这两个转换过程完全由计算机系统自动完成, 不需用户参与.

十进制数转换成二进制数的规则:

整数: 除 2 取余,

小数: 乘 2 取整.

对整数而言, 将十进制整数除以 2, 得到第一个余数, 此余数为二进制数的最低位的值; 再将商除以 2, 又得到一个余数, 以此类推, 直到商为零为止, 最后得到余数为二进制数的最高位.

例 5 将十进制数 45 转换成二进制数.

解 其过程为

	余数	
2 45	1	↑ 低位
2 22	0	
2 11	1	
2 5	1	
2 2	0	
2 1	1	↑ 高位

于是得到: $(45)_{10} = (101101)_2$.

对小数而言,将十进制小数乘以 2 后,将每次得到的积的整数取出排列,先得到的整数是高位,后得到的整数是低位,就得到相应的二进制小数.

例 6 将十进制小数 0.625 转换为二进制小数.

解 其过程为

0.625	整数	
$\times 2$		
<u>1</u> .250	1	↑ 高位
$\times 2$		
<u>0</u> .500	0	
$\times 2$		
<u>1</u> .000	1	↓ 低位

故 $(0.625)_{10} = (0.101)_2$.

在将十进制数转换为二进制数时,只需要将十进制数的整数部分和小数部分分别转换为二进制整数和二进制小数,再将两部分合并即可.

例如,将十进制数 45.625 转换为二进制数.

由例 5 和例 6 知: $(45.625)_{10} = (101101.101)_2$.

3. 二进制数与八进制数之间的相互转换

(1) 由于八进制数的基数是 8,它是二进制数的基数 2 的 3 次幂,即 $2^3 = 8$,所以一位八进制数相当于 3 位二进制数,这样,在将二进制数转换为八进制数时,由小数点开始,整数部分向左,小数部分向右,每 3 位分成一组,不够 3 位的补零,分别换成对应的八进制数.

例 7 将下列二进制数转换为八进制数.

(1) $(110010001.101)_2$;

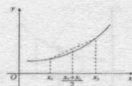
(2) $(11001.01)_2$.

解 (1) 110 010 001 . 101

↑ ↑ ↑ ↑

6 2 1 . 5

即 $(11010001.101)_2 = (621.5)_8$.



(2) 011 001 . 010

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 3 & 1 & 2 \end{array}$$
即 $(11001.01)_2 = (31.2)_8$.

(2) 八进制数转换为二进制数:将每位八进制数用3位二进制数表示即可.

例8 将下面八进制数转换为二进制数: $(456.23)_8$.

解

4	5	6	.	2	3
↑	↑	↑		↑	↑
100	101	110	.	010	011

即 $(456.23)_8 = (100101110.010011)_2$

4. 二进制数与十六进制数之间的相互转换

由于十六进制数的基数16是二进制的基数2的4次幂,即 $2^4 = 16$,所以一位十六进制数相当于四位二进制数.

(1) 二进制数转换为十六进制数:将二进制数由小数点开始,整数部分向左,小数部分向右,每四位分成一组,不够四位的补零,每组二进制数对应一位十六进制数.

例9 将下列二进制数转换为十六进制数: $(111000101101.010)_2$.

解

1110	0010	1101	.	0100
↑	↑	↑		↑
E	2	D	.	4

即 $(111000101101.010)_2 = (E2D.4)_{16}$

(2) 十六进制数转换为二进制数:将每位十六进制数用四位二进制数表示即可.

例10 将下列十六进制数转换为二进制数: $(ABCD.EF)_{16}$.

解

A	B	C	D	.	E	F
↑	↑	↑	↑		↑	↑
1010	1011	1100	1101	.	1110	1111

习 题

1. 选择题:

(1) 下列()可能是八进制数.

A. 10101101 B. 123A C. 1016702 D. 0002

(2) 下列各种进制的数据中最小的数是().

A. $(101001)_2$ B. $(53)_8$ C. $(2B)_{16}$ D. $(44)_{10}$