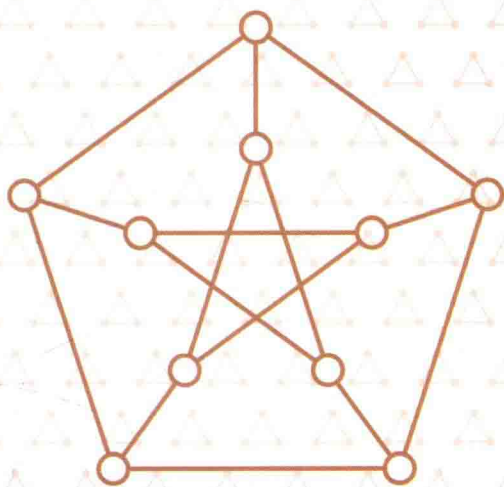


中国科学技术大学 精品教材 | “十二五”国家重点图书出版规划项目

教育部研究生工作办公室推荐研究生教学用书



徐俊明 / 编著

图论及其应用

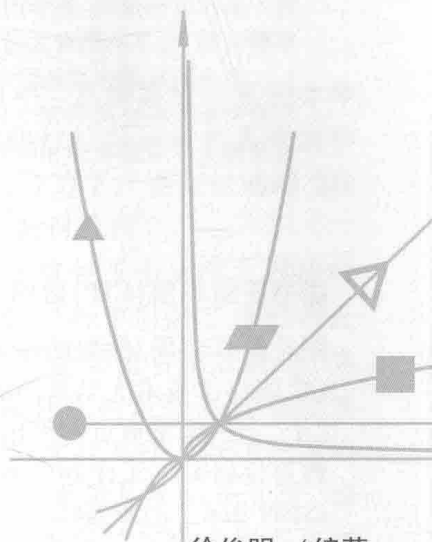
第4版

Graph Theory with Applications

中国科学技术大学出版社

 中国科学技术大学 *精品教材*

“十二五”国家重点图书出版规划项目 | 教育部研究生工作办公室推荐研究生教学用书



徐俊明 / 编著

Graph Theory Applications

图论及其应用

第4版

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书着眼于有向图,将无向图作为特例,在一定的深度和广度上系统地阐述了图论的基本概念、理论和方法以及基本应用.全书内容共分7章,包括 Euler 回与 Hamilton 圈、树与图空间、平面图、网络流与连通度、匹配与独立集、染色理论、图与群,以及图在矩阵论、组合数学、组合优化、运筹学、线性规划、电子学以及通信和计算机科学等领域的应用.每章分为理论和应用两部分,并配有大量图形,章末有小结和进一步阅读的建议.各章内容之间联系紧密,对许多著名的定理给出了最新最简单的多种证明.每节末都有大量习题,书末附有参考文献、记号和名词索引.

本书既可作为高校数学、应用数学、运筹学、计算机科学、信息科学、管理科学等专业和相关研究所研究生和高年级本科生的选修课教材,也可用作高校和研究所图论及相关专业的教师和研究人员的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

图论及其应用/徐俊明编著. —4版. —合肥:中国科学技术大学出版社,2019.3
(中国科学技术大学精品教材)

“十二五”国家重点图书出版规划项目

教育部研究生工作办公室推荐研究生教学用书

ISBN 978-7-312-04453-3

I. 图… II. 徐… III. 图论—高等学校—教材 IV. O157.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 289509 号

出版 中国科学技术大学出版社

安徽省合肥市金寨路 96 号,230026

<http://press.ustc.edu.cn>

<https://zgkxjsdxcs.tmall.com>

印刷 合肥华苑印刷包装有限公司

发行 中国科学技术大学出版社

经销 全国新华书店

开本 710 mm×1000 mm 1/16

印张 23.75

插页 2

字数 506 千

版次 1998 年 1 月第 1 版 2019 年 3 月第 4 版

印次 2019 年 3 月第 10 次印刷

印数 19501—22500 册

定价 60.00 元



编审委员会

主 任 侯建国

副主任 窦贤康 陈初升
张淑林 朱长飞

委 员 (按姓氏笔画排序)

方兆本	史济怀	古继宝	伍小平
刘 斌	刘万东	朱长飞	孙立广
汤书昆	向守平	李曙光	苏 淳
陆夕云	杨金龙	张淑林	陈发来
陈华平	陈初升	陈国良	陈晓非
周学海	胡化凯	胡友秋	俞书勤
侯建国	施蕴渝	郭光灿	郭庆祥
奚宏生	钱逸泰	徐善驾	盛六四
龚兴龙	程福臻	蒋 一	窦贤康
褚家如	滕脉坤	霍剑青	

总 序

2008年,为庆祝中国科学技术大学建校五十周年,反映建校以来的办学理念和特色,集中展示教材建设的成果,学校决定组织编写出版代表中国科学技术大学教学水平的精品教材系列.在各方的共同努力下,共组织选题281种,经过多轮严格的评审,最后确定50种入选精品教材系列.

五十周年校庆精品教材系列于2008年9月纪念建校五十周年之际陆续出版,共出书50种,在学生、教师、校友以及高校同行中引起了很好的反响,并整体进入国家新闻出版总署的“十一五”国家重点图书出版规划.为继续鼓励教师积极开展教学研究与教学建设,结合自己的教学与科研积累编写高水平的教材,学校决定,将精品教材出版作为常规工作,以《中国科学技术大学精品教材》系列的形式长期出版,并设立专项基金给予支持.国家新闻出版总署也将该精品教材系列继续列入“十二五”国家重点图书出版规划.

1958年学校成立之时,教员大部分来自中国科学院的各个研究所.作为各个研究所的科研人员,他们到学校后保持了教学的同时又作研究的传统.同时,根据“全院办校,所系结合”的原则,科学院各个研究所在科研第一线工作的杰出科学家也参与学校的教学,为本科生授课,将最新的科研成果融入到教学中.虽然现在外界环境和内在条件都发生了很大变化,但学校以教学为主、教学与科研相结合的方针没有变.正因为坚持了科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合的方针,并形成了优良的传统,才培养出了一批又一批高质量的人才.

学校非常重视基础课和专业基础课教学的传统,这也是她特别成功的原因之一.当今社会,科技发展突飞猛进,科技成果日新月异,没有扎实的基础知识,很难在科学技术研究中作出重大贡献.建校之初,华罗庚、吴有训、严济慈等老一辈科学家、教育家就身体力行,亲自为本科生讲授基础课.他们以渊博的学识、精湛的讲课艺术、高尚的师德,带出一批又一批杰出的年轻教员,培养了一届又一届优秀学生.入选精品教材系列的绝大部分是基础课或专业基础课的教材,其作者大多直接或间接受到过这些老一辈科学家、教育家的教诲和影响,因此在教材中也贯穿着这些先辈的教育教学理念与科学探索

第 4 版前言

转眼间,《图论及其应用》出版已过 20 年,3 次修订,9 次印刷. 十多年来,此书被推荐为全国研究生教学用书 (2002), 并列入“中国科学技术大学精品教材”(2008)、“十一五”“十二五”国家重点图书规划项目, 还获得中国科学院首届教学成果(教材)二等奖 (2008)、中国科学技术大学优秀教材一等奖 (2009). 这些成绩和荣誉都离不开各级领导的支持与鼓励, 离不开读者及同行专家的厚爱帮助. 借这次修订再版的机会, 笔者对关心支持此书编写和出版的各级领导、各类评审委员会的专家、同行学者和读者致以真诚的谢意. 感谢中国科学技术大学研究生院、教务处和出版社在本书编写和出版过程中所给予的支持和帮助, 感谢国家自然科学基金多年来对作者研究项目的资助.

二十多年来, 笔者深刻感受到图论研究在国内的普及和蓬勃发展. 作为重要的数学工具和数学训练之一, 图论越来越被更多科学工作者认可、接受和应用, 越来越多的高等院校将图论列为相关专业本科生和研究生的必修课程. 尤为可喜的是, 国内图论研究队伍中年轻学者越来越多, 研究水平越来越高. 近几年, 越来越多的学成回国的学者为国内图论研究和发展增添了活力. 作为长期从事图论教学和研究的工作者来说, 笔者有责任尽己所能再一次润饰、提炼、充实和完善《图论及其应用》, 为国内的图论发展尽绵薄之力. 这次修订基于第 3 版, 在保持原版整体结构和叙述风格的基础上, 主要修订工作有如下几点:

1. 进一步规范图论术语和记号. 强调图是集 V 及其二元关系 E 的数学结构 (V, E) , 它是个有序二元组. 将图的记号由“有序三元组 (V, E, ψ) ”改为“有序二元组 (V, E_ψ) ”, 其中 E_ψ 是 V 上由函数 ψ 确定的二元关系. 重图的概念并不难理解, 但陈述某些概念 (如图的同构) 有些累赘, 为初学者增加了理解上的困难. 重图只涉及边的结论, 如边连通度、匹配和边染色等. 即使回避它, 也不影响相关概念和结论的陈述. 笔者曾试图避开重图, 但难以回避. 例如, 在陈述 Euler 图的背景时, Königsberg 七桥对应的图是重图; 简单平面图的对偶图可能是重图; “中国邮路问题”的 Edmonds-Johnson 算法用到重图. 尽管如此, 这次修订将淡化重图, 主要概念和结论的陈述以简单图为主. 另外, 这次修订将进一步淡化有向图与无向图的区别, 故将术语“边割集”改为“割”(无向), “截边集”改为“有向割”(有向), “强 k 连通”改为“ k 连通”等; 将色类记号“ $\pi = (V_1, \dots, V_k)$ ”(有序集) 改为无序集“ $\pi = \{V_1, \dots, V_k\}$ ”等.

第3版前言

我十分欣喜地获悉《图论及其应用》一书被选为中国科学技术大学校庆五十周年精品教材。这是各级领导、同行专家学者和广大读者对本书的厚爱，也是对我的鼓励和鞭策。借此机会，我向他们表示真诚的谢意。中国科学技术大学出版社对本书的出版极为重视，付出了大量的人力和物力，在本书的修订过程中又给予了大力的支持和具体的帮助，我向他们表示感谢。

我们也很高兴地看到，在过去的十几年里，图的理论和应用发展很快，图论的重要性越来越突显。国内许多高等院校已将图论列为计算机科学、信息科学和应用数学专业的本科生必修课程。尤为可喜的是，国内图论研究队伍中年轻学者越来越多，研究水平越来越高。作为长期从事图论研究的工作者来说，编写一本适合国内高年级本科生和低年级研究生的图论教材是自己义不容辞的责任。

借此书再版的机会，在保持原有特色和基本结构框架的原则下，在第2版的基础上对该书进行了小规模修订。具体修改的内容如下：

1. 进一步规范图论术语和记号。强调图是一个数学概念，“所谓图是指一个集且具有二元关系的数学结构”，强调几何图形、邻接矩阵和关联矩阵、图的群只是图的三种表示，其目的是利用不同的数学工具，从不同的角度进一步揭示图的结构性质和数学本质。强调图论是数学的重要分支，是本科生和研究生加强数学修养和训练的必要组成部分。

2. 适当增加一些内容。例如，第1章添加“直径”一节；在“染色理论”一章添加“整数流与面染色”理论。增加构图方法，如线图方法和笛卡尔乘积方法，介绍了线图和笛卡尔乘积图的性质。调整或增减部分习题，添加一些新的研究成果和参考文献。改每章后面的“小结”为“小结与进一步阅读的建议”，使其更有指导性和可读性。

3. 删去某些至今没有什么研究进展、只用到图论术语、没有更多理论的简单应用，如收款台的设置问题、排课表问题和储藏问题。

4. 调整了部分章节的内容。例如，将第2版的1.3节“图的顶点度”和1.4节“图的运算”合并为一节“图的顶点度与运算”；2.1节“树与林”和2.2节“支撑树与支持林”合并为一节“树与支撑树”；第7章的应用“可靠通信网络的设计”介绍的双环网络的内容改为“超级计算机系统互连网络的设计”，通过笛卡尔乘积图的性质来介绍图论在网络设计和分析中的应用。

第2版前言

我十分欣喜地获悉《图论及其应用》一书被国务院学位委员会审定批准为教育部研究生工作办公室推荐研究生教学用书. 这是各级领导、同行专家学者和广大读者对我的鼓励和鞭策. 借此机会, 我向他们表示真诚的谢意.

中国科学技术大学出版社极为重视该书的出版, 组织了大量的人力和物力对该书进行重新排版和绘图. 我借重新排版的机会, 对原版进行了小规模修订. 修订本基本上保持了原貌, 做了一些勘误, 改写了定理4.2和定理4.3的证明, 使其更为简洁. 采纳了部分读者的意见, 对个别图论记号进行了修改. 例如, 群 Γ 关于集 S 的Cayley图 $D_S(\Gamma)$ 改为 $C_\Gamma(S)$. 由于版面的需要, 第2版删去了原版中少量较容易或者较难的习题, 增加了一些最新的参考文献, 供读者进一步阅读时参考.

徐俊明

中国科学技术大学

2003年1月17日

前言

图论(graph theory)的产生和发展历经了二百多年的历史,大体上可以划分为三个阶段.

第一阶段是从1736年到19世纪中叶.这时的图论处于萌芽阶段,多数问题是围绕着游戏产生的.最有代表性的工作是著名瑞士数学家L. Euler于1736年研究的Königsberg七桥问题,他的那篇论文被公认为图论历史上第一篇论文.

第二阶段是从19世纪中叶到1936年.在这个时期图论问题大量出现,如四色问题(1852年)和Hamilton问题(1856年).同时出现了以图的工具去解决其他领域中一些问题的成果.最有代表性的工作是Kirchhoff(1847年)和Cayley(1857年)分别用树的概念去研究电网络方程组问题和有机化合物的分子结构问题.“图”(graph)这个词第一次出现是在1878年的英国《自然》杂志中.进入20世纪30年代,出现了一大批精彩的新理论和结果,如Menger定理(1927年)、Kuratowski定理(1930年)和Ramsey定理(1930年)等等.这些理论和结果为图论的发展奠定了基础.1936年,匈牙利数学家D. König写出了第一本图论专著《有限图与无限图的理论》.图论作为数学的一个新分支已基本形成.

1936年以后是第三阶段.在生产管理、军事、交通运输、计算机和通信网络等领域许多离散性问题的出现,大大促进了图论的发展.进入70年代以后,特别是大型电子计算机的出现,使大规模问题的求解成为可能.图的理论及其在物理、化学、运筹学、计算机科学、电子学、信息通信、社会科学及经济管理等几乎所有学科领域中各方面应用的研究都得到“爆炸性发展”.主要有以下三个原因:

1. 图论提供了一个自然的结构,由此产生的数学模型几乎适用于所有科学(自然科学和社会科学)领域,只要这个领域研究的主题是“对象”和“对象”之间的关系.

2. 图论已形成自己丰富的词汇语言,能简洁地表示出各个领域“对象—关系”结构复杂而又难懂的概念.图论思想和方法被越来越多的科学领域接受,并已发挥且将日益发挥它的重要作用.反过来,这些得益于图论的科学领域又向图论提出新的研究课题、新的概念和新的研究方法.

3. 图论提供了大量令人跃跃欲试的智力挑战性问题,小到初学者的简单习题,大到能使所有资深数学家感到棘手且悬而未决的难题.

由于图论的重要性,越来越多的大学把它作为数学、计算机科学、电子学和

李炯生教授对笔者的指导、帮助以及对编写本书始终不渝的鼓励和支持. 真诚感谢中国科学院系统科学研究所田丰教授和北方交通大学数学系刘彦佩教授对笔者的关心和指导. 非常感谢中国科学技术大学出版社、教务处和数学系对本书出版的支持. 笔者感谢中国科学技术大学历届选修此课程的同学对学习这门课程表现出的极大热忱和对讲义提出的宝贵意见.

衷心希望同行专家、各位师友和读者批评指教.

徐俊明
中国科学技术大学
1997年4月1日

目 次

总序	i
第 4 版前言	iii
第 3 版前言	v
第 2 版前言	vii
前言	ix
第 1 章 图的基本概念	1
1.1 图与图的图形表示	1
1.2 图的同构	7
1.3 图的顶点度和运算	17
1.4 路与连通	25
1.5 距离与直径	31
1.6 圈与回	40
1.7 Euler 图	47
1.8 Hamilton 图	52
1.9 图的矩阵表示	61
1.10 本原方阵的本原指数*	70
小结与进一步阅读的建议	80
第 2 章 树与图空间	83
2.1 树与支撑树	84
2.2 图的向量空间	91
2.3 支撑树的数目	102
2.4 最小连接问题	108
2.5 最短路问题	114
2.6 电网络方程 Δ	122
小结与进一步阅读的建议	124

第3章 平图与平面图	127
3.1 平图与Euler公式	128
3.2 平面图的判定准则	140
3.3 对偶图*	146
3.4 正多面体 Δ	150
3.5 印刷电路板的设计*	153
小结与进一步阅读的建议	160
第4章 网络流与连通度	162
4.1 网络流	163
4.2 Menger 定理	166
4.3 连通度	178
4.4 运输方案的设计	185
4.5 最优运输方案的设计	192
4.6 中国投递员问题	198
4.7 方化矩形的构造*	204
小结与进一步阅读的建议	209
第5章 匹配与独立集	212
5.1 匹配	213
5.2 独立集	226
5.3 人员安排问题	231
5.4 最优安排问题	237
5.5 货郎担问题	246
小结与进一步阅读的建议	251
第6章 染色理论	254
6.1 点染色	255
6.2 边染色	262
6.3 面染色与四色问题 Δ	268
6.4 整数流与面染色*	275
小结与进一步阅读的建议	285
第7章 图与群*	287
7.1 图的群表示	288
7.2 可迁图	293
7.3 群的图表示	304
7.4 超级计算机系统互连网络的设计	311

7.4.1 笛卡尔乘积.....	313
7.4.2 群论方法.....	319
7.4.3 替代乘积.....	323
小结与进一步阅读的建议.....	329
参考文献.....	331
图论常用记号.....	352
索引.....	354