

徐俊明 / 编著

图论及其应用

第4版

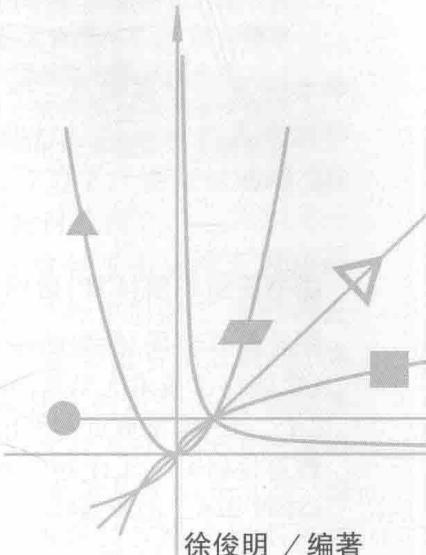
Graph Theory with Applications

中国科学技术大学出版社



中国科学技术大学 精品 教材

“十二五”国家重点图书出版规划项目 | 教育部研究生工作办公室推荐研究生教学用书



徐俊明 / 编著

Graph Theory
图论及其应用



第4版

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书着眼于有向图,将无向图作为特例,在一定的深度和广度上系统地阐述了图论的基本概念、理论和方法以及基本应用。全书内容共分7章,包括Euler回与Hamilton圈、树与图空间、平面图、网络流与连通度、匹配与独立集、染色理论、图与群,以及图在矩阵论、组合数学、组合优化、运筹学、线性规划、电子学以及通信和计算机科学等领域的应用。每章分为理论和应用两部分,并配有大量图形,章末有小结和进一步阅读的建议。各章内容之间联系紧密,对许多著名的定理给出了最新最简单的多种证明。每节末都有大量习题,书末附有参考文献、记号和名词索引。

本书既可用作高校数学、应用数学、运筹学、计算机科学、信息科学、管理科学等专业和相关研究所研究生和高年级本科生的选修课教材,也可用作高校和研究所图论及相关专业的教师和研究人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

图论及其应用/徐俊明编著。—4 版。—合肥:中国科学技术大学出版社,2019.3
(中国科学技术大学精品教材)

“十二五”国家重点图书出版规划项目

教育部研究生工作办公室推荐研究生教学用书

ISBN 978-7-312-04453-3

I. 图… II. 徐… III. 图论—高等学校—教材 IV. O157.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 289509 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,230026

<http://press.ustc.edu.cn>

<https://zgkxjsdxcbs.tmall.com>

印刷 合肥华苑印刷包装有限公司

发行 中国科学技术大学出版社

经销 全国新华书店

开本 710 mm×1000 mm 1/16

印张 23.75

插页 2

字数 506 千

版次 1998 年 1 月第 1 版 2019 年 3 月第 4 版

印次 2019 年 3 月第 10 次印刷

印数 19501—22500 册

定价 60.00 元



编审委员会

主任 侯建国

副主任 窦贤康 陈初升
张淑林 朱长飞

委员 (按姓氏笔画排序)

方兆本	史济怀	古继宝	伍小平
刘斌	刘万东	朱长飞	孙立广
汤书昆	尚守平	李曙光	苏淳
陆夕云	杨金龙	张淑林	陈发来
陈华平	陈初升	陈国良	陈晓非
周学海	胡化凯	胡友秋	俞书勤
侯建国	施蕴渝	郭光灿	郭庆祥
奚宏生	钱逸泰	徐善驾	盛六四
龚兴龙	程福臻	蒋一	窦贤康
褚家如	滕脉坤	霍剑青	

总序

2008年，为庆祝中国科学技术大学建校五十周年，反映建校以来的办学理念和特色，集中展示教材建设的成果，学校决定组织编写出版代表中国科学技术大学教学水平的精品教材系列。在各方的共同努力下，共组织选题281种，经过多轮严格的评审，最后确定50种入选精品教材系列。

五十周年校庆精品教材系列于2008年9月纪念建校五十周年之际陆续出版，共出书50种，在学生、教师、校友以及高校同行中引起了很好的反响，并整体进入国家新闻出版总署的“十一五”国家重点图书出版规划。为继续鼓励教师积极开展教学研究与教学建设，结合自己的教学与科研积累编写高水平的教材，学校决定，将精品教材出版作为常规工作，以《中国科学技术大学精品教材》系列的形式长期出版，并设立专项基金给予支持。国家新闻出版总署也将该精品教材系列继续列入“十二五”国家重点图书出版规划。

1958年学校成立之时，教员大部分来自中国科学院的各个研究所：作为各个研究所的科研人员，他们到学校后保持了教学的同时又作研究的传统。同时，根据“全院办校，所系结合”的原则，科学院各个研究所在科研第一线工作的杰出科学家也参与学校的教学，为本科生授课，将最新的科研成果融入到教学中。虽然现在外界环境和内在条件都发生了很大变化，但学校以教学为主、教学与科研相结合的方针没有变。正因为坚持了科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合的方针，并形成了优良的传统，才培养出了一批又一批高质量的人才。

学校非常重视基础课和专业基础课教学的传统，这也是她特别成功的原因之一。当今社会，科技发展突飞猛进、科技成果日新月异，没有扎实的基础知识，很难在科学技术研究中作出重大贡献。建校之初，华罗庚、吴有训、严济慈等老一辈科学家、教育家就身体力行，亲自为本科生讲授基础课。他们以渊博的学识、精湛的讲课艺术、高尚的师德，带出一批又一批杰出的年轻教员，培养了一届又一届优秀学生。入选精品教材系列的绝大部分是基础课或专业基础课的教材，其作者大多直接或间接受到过这些老一辈科学家、教育家的教诲和影响，因此在教材中也贯穿着这些先辈的教育教学理念与科学探索

精神。

改革开放之初，学校最先选派青年骨干教师赴西方国家交流、学习，他们在带回先进科学技术的同时，也把西方先进的教育理念、教学方法、教学内容等带回到中国科学技术大学，并以极大的热情进行教学实践，使“科学与技术相结合、理论与实践相结合、教学与科研相结合”的方针得到进一步深化，取得了非常好的效果，培养的学生得到全社会的认可。这些教学改革影响深远，直到今天仍然受到学生的欢迎，并辐射到其他高校。在入选的精品教材中，这种理念与尝试也都有充分的体现。

中国科学技术大学自建校以来就形成的又一传统是根据学生的特点，用创新的精神编写教材。进入我校学习的都是基础扎实、学业优秀、求知欲强、勇于探索和追求的学生，针对他们的具体情况编写教材，才能更加有利于培养他们的创新精神。教师们坚持教学与科研的结合，根据自己的科研体会，借鉴目前国外相关专业有关课程的经验，注意理论与实际应用的结合，基础知识与最新发展的结合，课堂教学与课外实践的结合，精心组织材料、认真编写教材，使学生在掌握扎实的理论基础的同时，了解最新的研究方法，掌握实际应用的技术。

入选的这些精品教材，既是教学一线教师长期教学积累的成果，也是学校教学传统的体现，反映了中国科学技术大学的教学理念、教学特色和教学改革成果。希望该精品教材系列的出版，能对我们继续探索科教紧密结合培养拔尖创新人才，进一步提高教育教学质量有所帮助，为高等教育事业作出我们的贡献。

侯建國

中国科学院院士
第三世界科学院院士

第4版前言

转眼间,《图论及其应用》出版已过 20 年,3 次修订,9 次印刷。十多年来,此书被推荐为全国研究生教学用书(2002),并列入“中国科学技术大学精品教材”(2008)、“十一五”“十二五”国家重点图书规划项目,还获得中国科学院首届教学成果(教材)二等奖(2008)、中国科学技术大学优秀教材一等奖(2009)。这些成绩和荣誉都离不开各级领导的支持与鼓励,离不开读者及同行专家的厚爱与帮助。借这次修订再版的机会,笔者对关心支持此书编写和出版的各级领导、各类评审委员会的专家、同行学者和读者致以真诚的谢意。感谢中国科学技术大学研究生院、教务处和出版社在本书编写和出版过程中所给予的支持和帮助,感谢国家自然科学基金多年来对作者研究项目的资助。

二十多年来,笔者深刻感受到图论研究在国内的普及和蓬勃发展。作为重要的数学工具和数学训练之一,图论越来越被更多科学工作者认可、接受和应用,越来越多的高等院校将图论列为相关专业本科生和研究生的必修课程。尤为可喜的是,国内图论研究队伍中年轻学者越来越多,研究水平越来越高。近几年,越来越多的学成回国的学者为国内图论研究和发展增添了活力。作为长期从事图论教学和研究的工作者来说,笔者有责任尽己所能再一次润饰、提炼、充实和完善《图论及其应用》,为国内的图论发展尽绵薄之力。这次修订基于第 3 版,在保持原版整体结构和叙述风格的基础上,主要修订工作有如下几点:

1. 进一步规范图论术语和记号。强调图是集 V 及其二元关系 E 的数学结构 (V, E) , 它是个有序二元组。将图的记号由“有序三元组 (V, E, ψ) ”改为“有序二元组 (V, E_ψ) ”, 其中 E_ψ 是 V 上由函数 ψ 确定的二元关系。重图的概念并不难理解,但陈述某些概念(如图的同构)有些累赘,为初学者增加了理解上的困难。重图只涉及边的结论,如边连通度、匹配和边染色等。即使回避它,也不影响相关概念和结论的陈述。笔者曾试图避开重图,但难以回避。例如,在陈述 Euler 图的背景时, Königsberg 七桥对应的图是重图;简单平图的对偶图可能是重图;“中国邮路问题”的 Edmonds-Johnson 算法用到重图。尽管如此,这次修订将淡化重图,主要概念和结论的陈述以简单图为主。另外,这次修订将进一步淡化有向图与无向图的区别,故将术语“边割集”改为“割”(无向),“截边集”改为“有向割”(有向),“强 k 连通”改为“ k 连通”等;将色类记号“ $\pi = (V_1, \dots, V_k)$ ”(有序集)改为无序集“ $\pi = \{V_1, \dots, V_k\}$ ”等。

2. 调整部分章节的顺序，并适当增减部分内容。将第3版的1.8节“距离和直径”提前到1.5节，因为它与1.4节“路与连通”密切相关，并将笛卡尔乘积概念和与之相关的直径结论调至这一节。强调线图在“点”和“边”概念之间的桥梁作用，添加了部分内容，如“ D 是Euler有向图 \Leftrightarrow 它的线图 $L(D)$ 是Hamilton图”，并解释涉及“点”和“边”问题差别的原因，增加对线图研究背景的了解。添加连通性、强连通性、有根树、圈向量和割向量存在性判定定理。在平图与平面图一章中，添加了平面图的Hamilton性内容；将3.2节“Kuratowski定理”改为“平面图判定准则”，添加并证明了几个判断定理；添加外平面图和小图概念以及外平面图判断定理。删去第6章的“应用”两字，把6.3节改为“面染色与四色问题”，6.4节改为“整数流与面染色”，改写了“整数流”部分，给出整数流与平图面染色关系定理的完整证明。改写了7.4节，添加网络设计原则、笛卡尔乘积图的连通度、对换生成图和图的替代乘积等内容和最新研究成果。

3. 为尊重历史和知识产权, 所述结果尽可能标出原创作者和参考文献. 重大结论 (如 Euler 无向图判定定理、矩阵-树定理和 Kuratowski 定理等) 尽可能解释历史原委. 为了方便读者查阅, 所有涉及的作者和参考文献都标在正文引用的位置上. 笔者认为, 作为教科书, 不仅要传授专业知识, 也要尊重原创、传承历史. 正是这些原创作者和继承者的不懈努力和执着探索, 才使图论概念和结果得到不断的提炼、丰富和完善, 才有图论的今天, 后继者应该永远记住他们.

4. 为了方便读者阅读和理解文中内容, 本次修订增加了一些例子和大量辅助图。重新绘制了大部分图形, 使其更加美观、规范。为了减少篇幅, 有些图形采用文图并排的形式; 所有习题、参考文献和附录中的记号和索引改为小号字。重写了“小结”与“进一步阅读的建议”, 补充了某些问题的历史背景、有趣的典故、研究进展和参考文献。

5. 本次修订的所有文字和图形均由 LaTeX 写成, 所有定理(引理)、命题、例子和公式按章、节、序编号, 图形按章和序编号, 自动生成.

6. 标“*”的章节和正文中楷体字内容，或为正文的附加材料，或具有一定的难度，初学者暂时可以不读，并不影响后继内容的阅读与学习。标“△”的章节，或为应用，或无重要理论结果，从教学的角度，可以安排自学。

感谢洪振木博士提供第3版的勘误(分别在第7次和第8次印刷时做了订正),侯新民、潘向峰、黄佳、杨超、陆由、胡夫涛、李向军、洪振木和何伟骅等博士分别审阅了全书的各个章节,敬请使用本教材的师生和读者多提宝贵意见。

徐俊明

中国科学技术大学

2018年3月29日

第3版前言

我十分欣喜地获悉《图论及其应用》一书被选为中国科学技术大学校庆五十周年精品教材。这是各级领导、同行专家学者和广大读者对本书的厚爱，也是对我的鼓励和鞭策。借此机会，我向他们表示真诚的谢意。中国科学技术大学出版社对本书的出版极为重视，付出了大量的人力和物力，在本书的修订过程中又给予了大力的支持和具体的帮助，我向他们表示感谢。

我们也很高兴地看到，在过去的十几年里，图的理论和应用发展很快，图论的重要性越来越突显。国内许多高等院校已将图论列为计算机科学、信息科学和应用数学专业的本科生必修课程。尤为可喜的是，国内图论研究队伍中年轻学者越来越多，研究水平越来越高。作为长期从事图论研究的工作者来说，编写一本适合国内高年级本科生和低年级研究生的图论教材是自己义不容辞的责任。

借此书再版的机会，在保持原有特色和基本结构框架的原则下，在第2版的基础上对该书进行了小规模的修订。具体修改的内容如下：

1. 进一步规范图论术语和记号。强调图是一个数学概念，“所谓图是指一个集且具有二元关系的数学结构”，强调几何图形、邻接矩阵和关联矩阵、图的群只是图的三种表示，其目的是利用不同的数学工具，从不同的角度进一步揭示图的结构性质和数学本质。强调图论是数学的重要分支，是本科生和研究生加强数学修养和训练的必要组成部分。

2. 适当增加一些内容。例如，第1章添加“直径”一节；在“染色理论”一章添加“整数流与面染色”理论。增加构图方法，如线图方法和笛卡尔乘积方法，介绍了线图和笛卡尔乘积图的性质。调整或增减部分习题，添加一些新的研究成果和参考文献。改每章后面的“小结”为“小结与进一步阅读的建议”，使其更有指导性和可读性。

3. 删去某些至今没有什么研究进展、只用到图论术语、没有更多理论的简单应用，如收款台的设置问题、排课表问题和储藏问题。

4. 调整了部分章节的内容。例如，将第2版的1.3节“图的顶点度”和1.4节“图的运算”合并为一节“图的顶点度与运算”；2.1节“树与林”和2.2节“支撑树与支持林”合并为一节“树与支撑树”；第7章的应用“可靠通信网络的设计”介绍的双环网络的内容改为“超级计算机系统互连网络的设计”，通过笛卡尔乘积图的性质来介绍图论在网络设计和分析中的应用。

5. 为了便于读者查找, 将定理由第 2 版的每章统一编号改为按章、节、序编号. 例如, 定理 5.1.1 表示第 5 章 5.1 节第一个定理, 定理 5.1.2 表示第 5 章 5.1 节第二个定理, 依此类推. 如果本节只有一个定理, 就按章、节编号. 比如, 定理 1.3 就表示第 1 章 1.3 节只有一个定理. 推论的编号依赖于定理的编号, 如定理 1.7.1 有两个推论, 依次为推论 1.7.1.1 和推论 1.7.1.2.

6. 参考文献放在书末,按姓氏字母顺序排列. 例如,文中提到“O. Ore(1968)”,那么在参考文献中找到作者“Ore O”,发表在“1968”年的文献即为所找的文献. 在大多数情况下,对于熟知的作者,正文中只写姓,不写名. 例如,第一次出现作者姓名“W. Tutte”,以后只写“Tutte”. 参考文献中杂志名称的缩写参照《Mathematical Review》.

在本书的修订过程中,笔者得到了许多国内外同行的指教和帮助。美国西弗吉尼亚大学张存铨教授亲笔提供整数流与面染色的材料,并给出一些非常有益的建议。西北工业大学张胜贵教授寄来该书第1版的详细勘误表。黄佳和杨超博士用LaTeX软件画出全书所有的图,侯新民、吕敏和杨超博士分别审阅了有关章节。在此,我对这些同行表示真诚的谢意,敬请使用本教材的师生多提宝贵意见。

徐俊明

中国科学技术大学

2009年10月17日

第2版前言

我十分欣喜地获悉《图论及其应用》一书被国务院学位委员会审定批准为教育部研究生工作办公室推荐研究生教学用书。这是各级领导、同行专家学者和广大读者对我的鼓励和鞭策。借此机会，我向他们表示真诚的谢意。

中国科学技术大学出版社极为重视该书的出版，组织了大量的人力和物力对该书进行重新排版和绘图。我借重新排版的机会，对原版进行了小规模的修订。修订本基本上保持了原貌，做了一些勘误，改写了定理 4.2 和定理 4.3 的证明，使其更为简洁。采纳了部分读者的意见，对个别图论记号进行了修改。例如，群 Γ 关于集 S 的 Cayley 图 $D_S(\Gamma)$ 改为 $C_\Gamma(S)$ 。由于版面的需要，第2版删去了原版中少量较容易或者较难的习题，增加了一些最新的参考文献，供读者进一步阅读时参考。

徐俊明

中国科学技术大学

2003年1月17日

前　　言

图论(graph theory)的产生和发展历经了二百多年的历史，大体上可以划分为三个阶段。

第一阶段是从1736年到19世纪中叶。这时的图论处于萌芽阶段，多数问题是围绕着游戏产生的。最有代表性的工作是著名瑞士数学家L. Euler于1736年研究的Königsberg七桥问题，他的那篇论文被公认为图论历史上第一篇论文。

第二阶段是从19世纪中叶到1936年。在这个时期图论问题大量出现，如四色问题(1852年)和Hamilton问题(1856年)。同时出现了以图为工具去解决其他领域中一些问题的成果。最有代表性的工作是Kirchhoff(1847年)和Cayley(1857年)分别用树的概念去研究电网络方程组问题和有机化合物的分子结构问题。“图”(graph)这个词第一次出现是在1878年的英国《自然》杂志中。进入20世纪30年代，出现了一大批精彩的新理论和结果，如Menger定理(1927年)、Kuratowski定理(1930年)和Ramsey定理(1930年)等等。这些理论和结果为图论的发展奠定了基础。1936年，匈牙利数学家D. König写出了第一本图论专著《有限图与无限图的理论》。图论作为数学的一个新分支已基本形成。

1936年以后是第三阶段。在生产管理、军事、交通运输、计算机和通信网络等领域许多离散性问题的出现，大大促进了图论的发展。进入70年代以后，特别是大型电子计算机的出现，使大规模问题的求解成为可能。图的理论及其在物理、化学、运筹学、计算机科学、电子学、信息通信、社会科学及经济管理等几乎所有学科领域中各方面应用的研究都得到“爆炸性发展”。主要有以下三个原因：

1. 图论提供了一个自然的结构，由此产生的数学模型几乎适用于所有科学(自然科学和社会科学)领域，只要这个领域研究的主题是“对象”和“对象”之间的关系。

2. 图论已形成自己丰富的词汇语言，能简洁地表示出各个领域中“对象—关系”结构复杂而又难懂的概念。图论思想和方法被越来越多的科学领域接受，并已发挥且将日益发挥它的重要作用。反过来，这些得益于图论的科学领域又向图论提出新的研究课题、新的概念和新的研究方法。

3. 图论提供了大量令人跃跃欲试的智力挑战性问题，小到初学者的简单习题，大到能使所有资深数学家感到棘手且悬而未决的难题。

由于图论的重要性，越来越多的大学把它作为数学、计算机科学、电子学和

科学管理等专业本科生、研究生的必修课或选修课。笔者已为中国科学技术大学数学系和全校高年级本科生、研究生多次开设此课程。本书就是笔者在《图论及其应用》讲义的基础上修改而成的。

本书所讨论的问题都是图论及其应用中最基本的课题. 我们对这些材料的处理方式是: 着眼于有向图, 而把无向图作为有向图的特例. 这样处理并不增加难度(几年来的教学实践证明了这一点), 除避免了定义和结果的重复叙述外, 更直观而且似乎更接近图论本质和发展的趋势.

图论内容之丰富和应用之广泛, 是很难包括在一个学期使用的教材中的。本书所涉及的材料, 笔者认为是必不可少的。全书共分 7 章, 除介绍图的基本概念外, 各章节所讨论的内容几乎都是图论研究中的专题。我们对每个专题提供一些基本概念、经典结果和基本应用, 并在一定程度上予以阐述。各专题可以独立成章, 但我们将加强各专题之间的贯通联系, 进一步揭示图论的数学本质, 使之更具系统性和科学性。为了保留其独立性, 我们用楷体给出部分主要结果的独立证明。标 * 号的章节和楷体字内容, 初学者可以略去不读。

按照定义一定理一应用的叙述方式将每章分为两部分. 第一部分着重介绍概念和经典结果, 并尽可能地对这些结果给出最新最简单的证明 (对有的结果给出多种证明). 所有概念用黑体字标出, 并给出相应的英文, 为读者今后进一步阅读英文文献提供方便. 书末附有记号和名词索引, 供备查之用. 第二部分介绍以第一部分的基本理论为依据的应用, 强调解决实际问题有效方法的重要性, 并给出若干著名的有效算法, 略去那些仅利用图论术语而无理论的所谓“应用”. 我们在介绍图的理论、方法以及应用时, 注重体现图论与组合学、代数、矩阵论、群论、组合优化、运筹学、线性规划、计算机科学、电子学和管理科学等的相互渗透. 每章末附有小结与参考文献, 目的是为初学者提供进一步阅读的指南, 同时也说明所用材料的原始和间接来源. 笔者向这些论文和著作的作者表示感谢.

每节末的习题是正文的补充和扩展,有些乃是图论研究中的重要结论.对于习题中引入的新定义,建议读者熟悉它,这对进一步学习有好处.习题较多,读者应尽力多做一些,特别是那些用斜体标出的习题,因为后面的讨论要用到它们.做图论习题不仅需要对概念和定理的深刻理解,而且还需要智慧和技巧,不做习题是很难学会和掌握图论的思想和方法的.即使不能全做,阅读一下这些结论也是很有用处的.较难的习题用**黑体**标出.

阅读本书只需要具备集合论和线性代数的基本知识。对于研究生和高年级本科生来讲，这些知识都已具备。

根据笔者以往的经验,作为数学系一学期的课程,每周4学时可以讲完本书的全部内容.作为非数学系的选修课程,每周3学时可以讲完前6章第一部分(部分定理的证明及2.4节、3.3节、6.3节和6.4节可以不讲)及部分应用内容(视其选修对象而定),也可以安排一些自习内容.

笔者衷心感谢上海交通大学应用数学系李乔教授和中国科学技术大学数学系

李炯生教授对笔者的指导、帮助以及对编写本书始终不渝的鼓励和支持。真诚感谢中国科学院系统科学研究所田丰教授和北方交通大学数学系刘彦佩教授对笔者的关心和指导。非常感谢中国科学技术大学出版社、教务处和数学系对本书出版的支持。笔者感谢中国科学技术大学历届选修此课程的同学们对学习这门课程表现出的极大热忱和对讲义提出的宝贵意见。

衷心希望同行专家、各位师友和读者批评指教。

徐俊明

中国科学技术大学

1997年4月1日

目 次

总序	i
第 4 版前言	iii
第 3 版前言	v
第 2 版前言	vii
前言	ix
第 1 章 图的基本概念	1
1.1 图与图的图形表示	1
1.2 图的同构	7
1.3 图的顶点度和运算	17
1.4 路与连通	25
1.5 距离与直径	31
1.6 圈与回	40
1.7 Euler 图	47
1.8 Hamilton 图	52
1.9 图的矩阵表示	61
1.10 本原方阵的本原指数*	70
小结与进一步阅读的建议	80
第 2 章 树与图空间	83
2.1 树与支撑树	84
2.2 图的向量空间	91
2.3 支撑树的数目	102
2.4 最小连接问题	108
2.5 最短路问题	114
2.6 电网络方程 Δ	122
小结与进一步阅读的建议	124

第3章 平图与平面图.....	127
3.1 平图与 Euler 公式.....	128
3.2 平面图的判定准则.....	140
3.3 对偶图 *	146
3.4 正多面体 [△]	150
3.5 印刷电路板的设计 *	153
小结与进一步阅读的建议	160
第4章 网络流与连通度.....	162
4.1 网络流	163
4.2 Menger 定理.....	166
4.3 连通度	178
4.4 运输方案的设计	185
4.5 最优运输方案的设计	192
4.6 中国投递员问题	198
4.7 方化矩形的构造 *	204
小结与进一步阅读的建议	209
第5章 匹配与独立集.....	212
5.1 匹配	213
5.2 独立集	226
5.3 人员安排问题.....	231
5.4 最优安排问题.....	237
5.5 货郎担问题.....	246
小结与进一步阅读的建议	251
第6章 染色理论.....	254
6.1 点染色	255
6.2 边染色	262
6.3 面染色与四色问题 [△]	268
6.4 整数流与面染色 *	275
小结与进一步阅读的建议	285
第7章 图与群 *	287
7.1 图的群表示	288
7.2 可迁图	293
7.3 群的图表表示	304
7.4 超级计算机系统互连网络的设计	311

7.4.1 笛卡尔乘积.....	313
7.4.2 群论方法.....	319
7.4.3 替代乘积.....	323
小结与进一步阅读的建议	329
参考文献	331
图论常用记号	352
索引	354