

华东交通大学专著基金资助项目

ANSYS18.0

机械与结构有限元分析实例教程

任继文 胡国良 龙铭 编著

21个实例全视频讲解

+
练习题及答案

原理·步骤·技巧



典型机械机构

前处理/后处理操作

结构静力分析

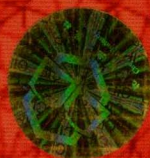
非线性分析

动力学分析

全国十佳图书出版单位



化学工业出版社



ANSYS18.0

机械与结构有限元分析实例教程

任继文 胡国良 龙铭 编著



化学工业出版社

· 北京 ·

本书以 ANSYS18.0 为例,对有限元及 ANSYS 分析的基本思想、基本步骤、应用技巧进行了详细介绍,并结合典型工程应用实例详细讲述了 ANSYS 在机械与结构工程中的应用方法。书中尽量避免烦琐的理论叙述,从实际应用出发,根据作者使用该软件的经验,结合大量实例,采用 GUI 方式对操作过程进行了讲解,为了帮助用户熟悉 ANSYS 相关操作命令,书中给出了每个例子的命令流文件,并配备了视频。

全书总共 10 章。内容包括:有限元及 ANSYS 简介、实体建模、网格划分、施加载荷及求解、通用后处理器、时间历程后处理器、结构静力分析、非线性分析、动力学分析、热分析。

本书适合 ANSYS 软件的初、中级用户以及有初步使用经验的技术人员阅读。本书可作为理工院校相关专业的高年级本科生、研究生学习 ANSYS 软件的教材,亦可作为从事结构分析等相关行业的工程技术人员使用 ANSYS 软件的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

ANSYS18.0 机械与结构有限元分析实例教程/任继文,胡国良,龙铭编著. —北京:化学工业出版社,2019.8
ISBN 978-7-122-34409-0

I. ①A… II. ①任…②胡…③龙… III. ①机械工程-有限元分析-应用软件-教材 IV. ①TH-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 082315 号

责任编辑:项 澈
责任校对:张雨彤

文字编辑:陈 喆
装帧设计:王晓宇

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)
印 装:三河市延风印装有限公司
787mm×1092mm 1/16 印张 26 $\frac{1}{4}$ 字数 604 千字 2019 年 10 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询:010-64518888

售后服务:010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

定 价: 98.00 元

版权所有 违者必究

前言

ANSYS是当前使用最广泛、功能最强大的有限元分析软件。在选择其作为有限元分析计算软件之前,首先需要了解它能做什么,接下来才是利用它来怎么做。本书根据作者多年来教学和科研的积累,结合ANSYS公司推出的新版ANSYS 18.0的最新特点编著而成,目的是帮助初学者及中级用户掌握和熟悉ANSYS 18.0的基本使用方法。

ANSYS公司成立于1970年,是目前世界上CAE行业中最大的公司之一。ANSYS 18.0软件有多种分析能力,包括简单线性静态分析和复杂非线性动态分析。它可用来求解结构、流体、电力、电磁场及碰撞等问题的解,包含了预处理、解题程序以及后处理和优化等模块,将有限元分析、计算机图形学和优化技术等相结合,已成为解决现代工程学问题必不可少的有力工具。

本书利用新版本ANSYS 18.0,结合典型机械与结构工程应用实例,对有限元及ANSYS分析的基本原理、操作步骤、应用技巧进行了详细的介绍,全书共10章,第1~6章为基础篇,第7~10章为专题篇。

① 第1章以一个简单的例子——梯形板受拉,对有限元及ANSYS分析的基本思想及步骤进行了介绍,使读者能尽快地对采用有限元方法和ANSYS 18.0软件进行有限元分析有一个基本的认知过程;

② 第2~6章分别对ANSYS有限元分析的各个过程进行了详细的讨论,包括实体建模、网格划分、施加载荷及求解、通用后处理器和时间历程后处理器,并具体结合轴承座和汽车连杆这两个实例进行详细说明,以操作为出发点,但又不单纯地局限于操作;

③ 第7章介绍了结构静力分析,包括平面问题静力分析、轴对称结构静力分析、周期对称结构静力分析及任意三维结构静力分析;

④ 第8章介绍了非线性分析,包括几何非线性分析、材料非线性分析及状态非线性分析;

⑤ 第9章介绍了动力学分析,包括模态分析、谐波响应分析、瞬态动力学分析及谱分析;

⑥ 第10章介绍了热分析,包括稳态热分析、瞬态热分析及热应力耦合分析。

本书的特点如下。

① 全面完整的知识体系。本书包罗了机械与结构常用应用分析领域,结构分析包括静力分析、动力学分析、线性分析、非线性分析;热分析包括稳态热分析、瞬态热分析及热应力耦合分析;以及其他问题分析如电磁分析、流体分析、疲劳分析和屈曲分析等。

② 深入浅出的理论阐述。本书采用理论与实践结合的方法撰写，但简化理论，尽量避免烦琐的理论叙述，注重理论在实践中的应用，通过实例使读者对复杂的理论能够深入浅出。例如开篇通过一个简单的实例——梯形板受拉，简单介绍有限元思想的思想、步骤，然后针对该实例，介绍利用 ANSYS 解题步骤，使得读者能够快速了解有限元思想在 ANSYS 软件的具体体现以及 ANSYS 软件的使用流程和方法，而不是抽象地叙述复杂的有限元理论和罗列 ANSYS 软件功能、界面等内容。

③ 循序渐进的分析讲解。本书包括基础篇和专题篇，基础篇介绍了有限元的基本原理及操作过程，适用初学者；专题篇则介绍了针对机械工程专题应用，适用于专业技术人员及科研工作人员。即可作为理工科院校相关专业的高年级本科生、研究生学习 ANSYS 软件的教材，亦可作为从事结构分析等相关行业的工程技术人员使用 ANSYS 软件的参考书，适用读者群体较广。

④ 实用典型的实例分析。本书结合作者多年来教学和科研的工作积累，采用大量工程分析实例讲解每一章知识点，每一个知识点对应一个实例，而不是简单地罗列知识点。在讲解实例时，不是空洞地讲解如何操作，而是给读者一个具体的应用场景。考虑到学习的连贯性，对实例的设计十分讲究，对于一些相关联的知识点，通过轴承座和汽车连杆两个实例贯穿 ANSYS 操作过程整个章节，使得读者在学习案例的过程中能够串联起各个相关技术，逐渐掌握利用 ANSYS 软件完整地解决工程实际问题。

⑤ 方便使用的网上资源。本书所有实例均采用 GUI 操作讲解方式，并给出命令流文件，每一章都附有练习题并给出答案，书中实例均制作成视频，扫描相应二维码即可观看。

本书由任继文（第 1 章、第 3 章、第 7 章、第 9 章、第 10 章）、胡国良（第 2 章、第 5 章、第 8 章）、龙铭（第 4 章、第 6 章）共同编著，并由任继文负责统筹规划。

编著完稿过程中还得到了杨锦雯、顾瑞恒等同学的帮助，在此表示感谢！

由于本书涉及范围广，作者学识有限，难免会有不足之处，欢迎广大读者及业内人士予以指正。

编著者

2018 年 12 月



Source Files+命令流（含习题）

目录

第1章 有限元及 ANSYS 简介 / 1

- 1.1 有限元法简介 / 1
 - 1.1.1 有限元方法的基本思想 / 1
 - 1.1.2 有限元模型的基本构成 / 2
 - 1.1.3 有限元分析的基本步骤 / 3
 - 1.1.4 有限元分析解题步骤实例——梯形板 / 3
- 1.2 ANSYS18.0 简介 / 13
 - 1.2.1 ANSYS 软件的基本功能 / 13
 - 1.2.2 ANSYS18.0 的新功能 / 14
 - 1.2.3 ANSYS18.0 的基本操作 / 17
- 1.3 ANSYS18.0 的解题步骤实例——梯形板 / 20
 - 1.3.1 分析问题 / 20
 - 1.3.2 定义参数 / 20
 - 1.3.3 创建几何模型 / 25
 - 1.3.4 划分网格 / 26
 - 1.3.5 施加载荷 / 27
 - 1.3.6 求解 / 28
 - 1.3.7 结果分析 / 29
 - 1.3.8 结果比较 / 30
- 本章小结 / 32
- 练习题 / 32

第2章 实体建模 / 33

- 2.1 ANSYS 建模基本方法 / 33
 - 2.1.1 实体建模方法 / 33
 - 2.1.2 直接生成法建模 / 35
 - 2.1.3 从 CAD 图形中导入实体模型 / 35
 - 2.1.4 三种建模方法的优缺点 / 35
- 2.2 坐标系及其操作 / 36
 - 2.2.1 总体坐标系及其操作 / 36
 - 2.2.2 局部坐标系及其操作 / 37
 - 2.2.3 显示坐标系及其操作 / 39
 - 2.2.4 节点坐标系及其操作 / 41
 - 2.2.5 单元坐标系及其操作 / 42
 - 2.2.6 结果坐标系及其操作 / 43
- 2.3 工作平面及使用 / 43

- 2.3.1 显示和设置工作平面 / 43
- 2.3.2 定义工作平面 / 45
- 2.3.3 旋转和平移工作平面 / 46
- 2.4 自底向上建模 / 47
 - 2.4.1 定义及操作关键点 / 47
 - 2.4.2 选择、查看和删除关键点 / 49
 - 2.4.3 定义及操作线 / 50
 - 2.4.4 选择、查看和删除线 / 53
 - 2.4.5 定义及操作面 / 53
 - 2.4.6 选择、查看和删除面 / 55
 - 2.4.7 定义体 / 56
 - 2.4.8 选择、查看和删除体 / 56
- 2.5 自顶向下建模 / 57
 - 2.5.1 建立矩形面原始对象 / 58
 - 2.5.2 建立圆或环形面原始对象 / 58
 - 2.5.3 建立正多边形面原始对象 / 60
 - 2.5.4 建立长方体原始对象 / 61
 - 2.5.5 建立柱体原始对象 / 61
 - 2.5.6 建立多棱柱原始对象 / 62
 - 2.5.7 建立球体或部分球体原始对象 / 63
 - 2.5.8 建立锥体或圆台原始对象 / 63
 - 2.5.9 建立环体或部分环体原始对象 / 64
- 2.6 布尔运算 / 64
 - 2.6.1 交运算 / 65
 - 2.6.2 加运算 / 69
 - 2.6.3 减运算 / 70
 - 2.6.4 切割运算 / 71
 - 2.6.5 搭接运算 / 75
 - 2.6.6 分割运算 / 76
 - 2.6.7 黏结运算 / 77
- 2.7 模型修改 / 77
 - 2.7.1 移动图元 / 77
 - 2.7.2 复制图元 / 78
 - 2.7.3 镜像图元 / 79
 - 2.7.4 缩放图元 / 79
 - 2.7.5 转换图元坐标系 / 80
- 2.8 运用组件 / 81
 - 2.8.1 组件和部件的操作 / 81
 - 2.8.2 通过组件和部件选择实体 / 82
- 2.9 自顶向下实体建模实例 1——轴承座实体建模 / 82
- 2.10 自底向上实体建模实例 2——汽车连杆实体建模 / 88
- 本章小结 / 94
- 练习题 / 94

第3章 网格划分 / 96

- 3.1 定义单元属性 / 96
 - 3.1.1 定义单元类型 / 96
 - 3.1.2 定义实常数 / 98
 - 3.1.3 定义材料参数 / 99
 - 3.1.4 分配单元属性 / 102
- 3.2 网格划分控制 / 103
 - 3.2.1 网格划分工具 / 104
 - 3.2.2 Smart Size 网格划分控制 / 105
 - 3.2.3 尺寸控制 / 107
 - 3.2.4 单元形状控制 / 110
 - 3.2.5 网格划分器选择 / 110
- 3.3 实体模型网格划分 / 114
 - 3.3.1 关键点网格划分 / 115
 - 3.3.2 线网格划分 / 115
 - 3.3.3 面网格划分 / 115
 - 3.3.4 体网格划分 / 116
 - 3.3.5 网格修改 / 118
- 3.4 网格检查 / 120
 - 3.4.1 设置形状检查选项 / 120
 - 3.4.2 设置形状限制参数 / 121
 - 3.4.3 确定网格质量 / 121
- 3.5 直接法生成有限元模型 / 122
 - 3.5.1 节点定义 / 122
 - 3.5.2 单元定义 / 127
- 3.6 网格划分基本原则 / 131
 - 3.6.1 网格数量 / 131
 - 3.6.2 网格疏密 / 131
 - 3.6.3 单元阶次 / 133
 - 3.6.4 网格质量 / 134
- 3.7 自由网格划分实例 1——轴承座 / 134
- 3.8 映射网格划分实例 2——二维飞轮 / 136
- 3.9 扫掠网格划分实例 3——汽车连杆 / 142
- 3.10 混合网格划分实例 4——三维带孔飞轮 / 147
- 本章小结 / 153
- 练习题 / 154

第4章 施加载荷及求解 / 155

- 4.1 加载概述 / 155
 - 4.1.1 载荷类型 / 155
 - 4.1.2 载荷施加方式 / 156
 - 4.1.3 载荷步、子步和平衡迭代 / 157
 - 4.1.4 载荷步选项 / 158
 - 4.1.5 载荷的显示 / 159

- 4.2 载荷的定义 / 159
 - 4.2.1 自由度约束 / 159
 - 4.2.2 集中载荷 / 163
 - 4.2.3 表面载荷 / 166
 - 4.2.4 体载荷 / 174
 - 4.2.5 特殊载荷 / 176
- 4.3 求解 / 177
 - 4.3.1 选择合适的求解器 / 177
 - 4.3.2 求解多步载荷 / 179
 - 4.3.3 求解 / 181
- 4.4 综合实例 1——轴承座模型载荷施加及求解 / 182
- 4.5 综合实例 2——汽车连杆模型载荷施加及求解 / 185
- 本章小结 / 186
- 练习题 / 187

第 5 章 通用后处理器 / 188

- 5.1 通用后处理器概述 / 188
 - 5.1.1 通用后处理器处理的结果文件 / 188
 - 5.1.2 结果文件读入通用后处理器 / 189
 - 5.1.3 浏览结果数据集信息 / 190
 - 5.1.4 读取结果数据集 / 190
 - 5.1.5 设置结果输出方式与图形显示方式 / 193
- 5.2 图形显示计算结果 / 193
 - 5.2.1 绘制变形图 / 193
 - 5.2.2 绘制等值线图 / 195
 - 5.2.3 绘制矢量图 / 197
 - 5.2.4 绘制粒子轨迹图 / 198
 - 5.2.5 绘制破碎图和压碎图 / 199
- 5.3 路径操作 / 200
 - 5.3.1 定义路径 / 200
 - 5.3.2 观察沿路径的结果 / 202
 - 5.3.3 进行沿路径的数学运算 / 203
- 5.4 单元表 / 204
 - 5.4.1 创建和修改单元表 / 204
 - 5.4.2 基于单元表的数学运算 / 205
 - 5.4.3 根据单元表绘制结果图形 / 206
- 5.5 载荷组合及其运算 / 207
 - 5.5.1 创建载荷工况 / 208
 - 5.5.2 载荷工况的读写 / 208
 - 5.5.3 载荷工况数学运算 / 209
- 5.6 综合实例 1——桁架计算 / 209
- 5.7 综合实例 2——轴承座及汽车连杆后处理分析 / 215
 - 5.7.1 轴承座后处理分析 / 215
 - 5.7.2 汽车连杆后处理分析 / 216

本章小结 / 217

练习题 / 217

第 6 章 时间历程后处理器 / 218

6.1 定义和存储变量 / 219

6.1.1 变量定义 / 219

6.1.2 变量存储 / 220

6.1.3 变量的导入 / 222

6.2 变量的操作 / 222

6.2.1 数学运算 / 222

6.2.2 变量与数组相互赋值 / 223

6.2.3 数据平滑 / 225

6.2.4 生成响应频谱 / 226

6.3 查看变量 / 227

6.3.1 图形显示 / 227

6.3.2 列表显示 / 229

6.4 动画技术 / 231

6.4.1 直接生成动画 / 231

6.4.2 通过动画帧显示动画 / 231

6.4.3 动画播放 / 233

6.5 综合实例——钢球淬火温度计算 / 233

6.5.1 问题描述 / 233

6.5.2 GUI 操作步骤 / 234

本章小结 / 240

练习题 / 240

第 7 章 结构静力分析 / 241

7.1 结构分析概述 / 241

7.1.1 结构分析定义 / 241

7.1.2 结构分析的类型 / 241

7.1.3 结构分析所使用的单元 / 242

7.1.4 材料模式界面 / 242

7.1.5 求解方法 / 243

7.2 结构静力分析 / 243

7.2.1 结构静力分析的定义 / 243

7.2.2 结构静力分析类型 / 243

7.2.3 结构静力分析的求解步骤 / 243

7.3 平面问题静力分析实例——钢支架 / 244

7.3.1 问题提出 / 245

7.3.2 建立模型 / 245

7.3.3 施加载荷 / 250

7.3.4 求解 / 250

7.3.5 查看结果 / 251

7.4 轴对称结构静力分析实例——二维飞轮 / 251

- 7.4.1 问题提出 / 251
- 7.4.2 调出模型 / 252
- 7.4.3 施加载荷 / 252
- 7.4.4 求解 / 253
- 7.4.5 查看结果 / 253
- 7.5 周期对称结构静力分析实例——三维带孔飞轮 / 258
 - 7.5.1 问题提出 / 258
 - 7.5.2 调出模型 / 259
 - 7.5.3 施加载荷 / 259
 - 7.5.4 求解 / 260
 - 7.5.5 查看结果 / 260
- 7.6 任意三维结构静力分析实例——六角扳手 / 265
 - 7.6.1 问题提出 / 265
 - 7.6.2 建立模型 / 265
 - 7.6.3 施加载荷 / 273
 - 7.6.4 求解 / 277
 - 7.6.5 查看结果 / 277
- 本章小结 / 280
- 练习题 / 280

第 8 章 非线性分析 / 282

- 8.1 非线性分析简介 / 282
 - 8.1.1 结构非线性的定义 / 282
 - 8.1.2 结构非线性的类型 / 282
 - 8.1.3 结构非线性的基本步骤 / 283
- 8.2 几何非线性分析实例——悬臂梁 / 283
 - 8.2.1 问题提出 / 283
 - 8.2.2 建立模型 / 284
 - 8.2.3 施加载荷 / 285
 - 8.2.4 求解 / 286
 - 8.2.5 查看结果 / 286
- 8.3 材料非线性分析实例——铆钉 / 288
 - 8.3.1 问题提出 / 289
 - 8.3.2 建立模型 / 289
 - 8.3.3 施加载荷 / 292
 - 8.3.4 求解 / 293
 - 8.3.5 查看结果 / 294
- 8.4 状态非线性分析实例——齿轮接触分析 / 297
 - 8.4.1 问题提出 / 297
 - 8.4.2 建立模型 / 297
 - 8.4.3 施加载荷 / 304
 - 8.4.4 求解 / 305
 - 8.4.5 查看结果 / 306
- 8.5 非线性蠕变分析实例——螺栓 / 308

- 8.5.1 问题提出 / 308
 - 8.5.2 建立模型 / 308
 - 8.5.3 施加载荷 / 311
 - 8.5.4 求解 / 312
 - 8.5.5 查看结果 / 313
- 本章小结 / 315

第9章 动力学分析 / 316

- 9.1 动力学分析概述 / 316
 - 9.1.1 动力学分析简介 / 316
 - 9.1.2 动力学分析类型 / 316
 - 9.2 模态分析 / 317
 - 9.2.1 模态分析简介 / 317
 - 9.2.2 模态分析步骤 / 317
 - 9.2.3 模态分析实例——飞机机翼 / 320
 - 9.3 谐波响应分析 / 325
 - 9.3.1 谐波响应分析简介 / 325
 - 9.3.2 谐波响应分析步骤 / 325
 - 9.3.3 谐波响应分析实例——电动机工作台系统 / 326
 - 9.4 瞬态动力分析 / 341
 - 9.4.1 瞬态动力分析简介 / 341
 - 9.4.2 瞬态动力分析步骤 / 341
 - 9.4.3 瞬态动力分析实例——电动机工作台系统 / 343
 - 9.5 谱分析 / 349
 - 9.5.1 谱分析简介 / 349
 - 9.5.2 谱分析步骤 / 350
 - 9.5.3 谱分析实例——简支梁结构 / 351
- 本章小结 / 361
- 练习题 / 361

第10章 热分析 / 362

- 10.1 热分析基础知识 / 362
 - 10.1.1 符号与单位 / 362
 - 10.1.2 传热学经典理论 / 363
 - 10.1.3 热传递方式 / 363
 - 10.1.4 热分析类型 / 363
- 10.2 稳态热分析 / 364
 - 10.2.1 稳态热分析的定义 / 364
 - 10.2.2 热分析单元 / 364
 - 10.2.3 稳态热分析基本过程 / 366
- 10.3 稳态热分析实例——潜水艇稳态温度分布计算 / 368
 - 10.3.1 问题描述 / 368
 - 10.3.2 建立模型 / 369
 - 10.3.3 施加载荷 / 371

- 10.3.4 求解 / 371
- 10.3.5 查看结果 / 372
- 10.4 瞬态热分析 / 372
 - 10.4.1 瞬态热分析的定义 / 372
 - 10.4.2 瞬态热分析基本过程 / 372
- 10.5 瞬态热分析实例——浇铸过程砂箱温度变化分析 / 375
 - 10.5.1 问题描述 / 375
 - 10.5.2 建立模型 / 376
 - 10.5.3 施加载荷 / 378
 - 10.5.4 求解 / 380
 - 10.5.5 查看结果 / 381
- 10.6 热应力分析 / 381
 - 10.6.1 热应力分析的方法 / 381
 - 10.6.2 间接法进行热应力分析的步骤 / 381
 - 10.6.3 直接法进行热应力分析的步骤 / 382
- 10.7 热应力分析实例——冷却栅管热应力分布计算 / 382
 - 10.7.1 问题描述 / 382
 - 10.7.2 间接法 / 383
 - 10.7.3 直接法 / 399
- 本章小结 / 406
- 练习题 / 406

参考文献 / 408

1.1 有限元法简介

1.1.1 有限元方法的基本思想

有限元方法是广泛应用于解决结构分析、传热学、电磁学和流体力学等工程问题的数值方法。解决工程问题的一般步骤是：首先抽象出问题的物理模型。然后根据物理模型，运用物理定律建立其数学模型。数学模型是带有相关边界条件和初值条件的微分方程组，微分方程组是通过对系统或控制体应用自然定律和原理推导出来的，这些控制微分方程代表了质量、力或能量的平衡。最后根据对数学模型即微分方程组进行求解，得到所需要的结果，对结果进行评价分析。求解的方法包括解析法和数值法。解析法是精确求解的方法，由两部分组成：一般部分和特殊部分。在许多实际工程问题中，我们一般不能得到系统的精确解，这可能是由于控制微分方程组的复杂性或边界条件和初值条件的难以确定性。为解决这个问题，我们需要借助于数值方法来近似。解析解表明了系统在任何点上的精确行为，而数值解只在称为节点的离散点上近似于解析解。任何数值解析法的第一步都是离散化。这一过程将系统分为一些子区域和节点。数值解法可以分为两大类：有限差分方法和有限元法。使用有限差分方法，需要针对每一节点写微分方程，并且用差分方程代替导数。这一过程产生一组线性方程。有限差分方法对于简单问题的求解是易于理解和应用的，但是使用该方法难以解决带有复杂几何条件和复杂边界条件的问题。对于具有各向异性的物体来说更是如此。与之相比，有限元方法是使用公式方法而不是微分方法来建立系统的代数方程组。而且，这种方法假设代表每个元素的近似函数是连续的。假设元素间的边界是连续的，通过结合各单独的解产生系统的完全解。因此，从实用性和使用范围来说，有限元法是随着计算机发展而被广泛应用的一种有效的数值计算方法。

有限元法的基本思想最早出现在 20 世纪 40 年代初期。直到 1960 年，美国的克拉夫 (Clough R. W.) 在一篇论文中首次使用“有限元法”这个名词。在 20 世纪 60 年代末 70 年代初，有限元法的理论基本上成熟，并开始陆续出现商业化的有限元分析软件。

有限元法的出现与发展有着深刻的工程背景。20 世纪 40~50 年代，美国、英国等国的制造业有了大幅度的发展。随着飞机结构的逐渐变化，准确地了解飞机的静态特性和动态特性越来越显得重要，但是传统的分析设计方法不能满足这种需求，因此工程设计人员开始寻求一种更加适合分析的方法，有限元法的思想随之应运而生。

有限元法的基本思想是：将连续的结构离散成有限个单元，并在每一个单元中设定有限个节点，将连续体看成是只在节点处相联系的一组单元的集合体，同时选定场函数的节点值

作为基本未知量，并在每一单元中假设一插值函数以表示单元中场函数的分布规律，进而利用力学中的某些变分原理去建立以求解节点未知量的有限元法方程，从而将一个连续域中的无限自由度问题转化为离散域中的有限自由度问题。一经求解就可以利用解得的节点值和设定的插值函数确定单元上以至整个集合体上的场函数。

有限元离散过程中，相邻单元在同一节点上场变量同时达到连续，但未必在单元边界上任一点连续；在把载荷转化为节点载荷的过程中，只是考虑单元总体平衡，在单元内部和边界上不用保证每点都满足控制方程。

由于单元可以设计成不同的几何形状，因此可灵活地模拟和无限逼近复杂的求解域。显然，如果插值函数满足一定要求，随着单元数目的增加，解的精度会不断提高而最终收敛于问题的精确解。从理论上讲，无限增加单元数目使得数值分析解逐渐收敛于问题的精确解，但这却增加了计算机计算时间。在实际工程应用中，只要所得的数据能够满足工程需要就足够了。因此，有限元分析方法的基本策略就是在分析的精度和分析的时间上找到一个最佳平衡点。

1.1.2 有限元模型的基本构成

有限元模型是真实系统经网格划分离散化后的数学模型，它是由一些简单形状的单元组成，单元之间通过节点连接，并承受一定载荷和边界条件的数学模型。图 1-1 所示为人字梯模型，图(a)为实际系统——人字梯的几何模型，它是连续的；而图(b)为有限元模型，它是由其几何模型经过网格划分离散化后得到的有限元模型。

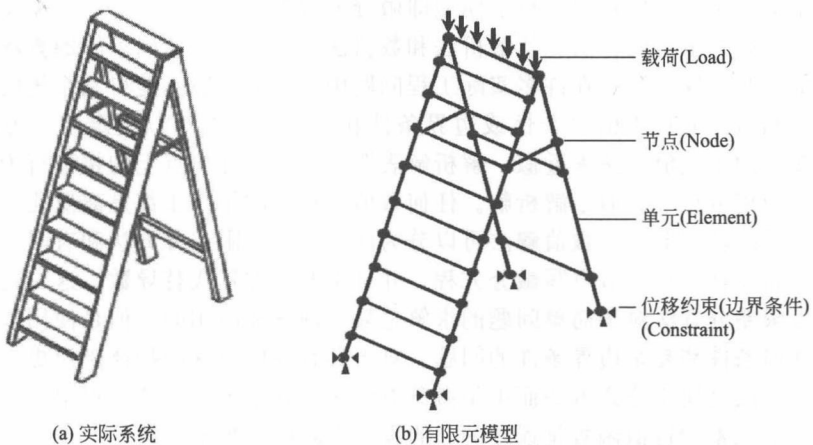


图 1-1 实际系统与有限元模型

(1) 单元 (Element)

单元是由几何模型经网格划分得到的每一个小块，它是组成有限元模型的基础，由节点与节点相连而成，具有真实模型的物理意义。常用的有限单元有 Link 单元、Beam 单元、Plane 单元、Solid 单元和 Shell 单元等类型。常见的单元形状包括点单元、线单元、面单元（三角形和四边形）、体单元（四面体和六面体）。通过合理选择这些单元类型，可以模拟和分析绝大多数的工程问题。

(2) 节点 (Node)

节点是有限元模型的一个点的坐标位置，是构成有限元系数的基本对象，具有一定物理意义的自由度且它们之间存在相互物理作用。

(3) 自由度 (Degree of Freedom, DOF)

节点具有自由度, 表示工程系统受到外力后的反应结果。不同学科方向的有限元模型应选择不同的单元, 不同单元的节点具有的自由度含义也不同, 如表 1-1 所示, 结构分析单元节点的自由度为位移, 热分析单元节点自由度为温度, 电磁分析单元节点的自由度为电位和磁位, 流体分析单元的自由度为流体压力等, 即使是同一学科方向, 如结构分析, 由于有限元模型不同, 选择不同的单元, 其自由度也略微不同, 如二维单元节点只有 UX 、 UY 两个方向平动位移的自由度, 三维单元节点具有 UX 、 UY 、 UZ 三个方向平动位移的自由度, 如果模型承受弯矩, 选择的单元节点除了具有 UX 、 UY 、 UZ 三个方向平动位移的自由度外, 还必须具有 $ROTX$ 、 $ROTY$ 、 $ROTZ$ 转动位移自由度, 如图 1-2 所示。

表 1-1 节点自由度含义

学科方向	自由度
结构	位移
热	温度
电	电位
流体	压力
磁	磁位

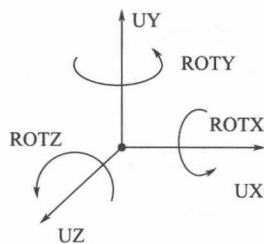


图 1-2 结构分析节点自由度

1.1.3 有限元分析的基本步骤

采用有限元法分析问题的过程包括预处理阶段、求解阶段和后处理阶段, 如图 1-3 所示。其基本步骤如下。

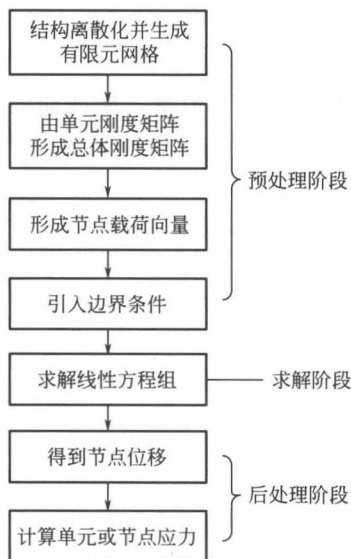


图 1-3 有限元求解过程

(1) 预处理阶段

① 建立求解域并将其离散化为有限单元, 即将连续体问题分解成节点和单元等个体问题。

② 选择合适的形函数, 即选择一个用单元节点解描述整个单元解的连续函数。

③ 对每个单元建立单元刚度矩阵。

④ 按照一定节点编码顺序, 将各个单元刚度矩阵叠加以构造结构整体刚度矩阵。

⑤ 施加边界条件、初始条件和载荷。

(2) 求解阶段

写出以节点自由度 (DOF) 为未知量的结构整体刚度方程, 求解后得到节点上的自由度值。

(3) 后处理阶段

根据节点的值和形函数, 得到其他的物理量, 如应力、支座反力等。

1.1.4 有限元分析解题步骤实例——梯形板

1.1.4.1 提出问题

如图 1-4 所示, 梯形板一端固定, 另一端承受负载 P 。板的上边宽度为 w_1 , 板的下边

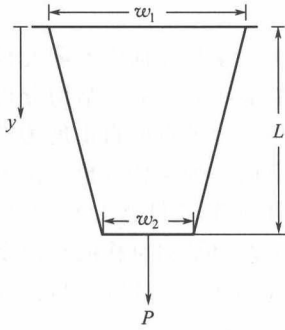


图 1-4 轴向负载下的梯形板示意图

宽度为 w_2 ，板的厚度为 t ，长度为 L 。板的弹性模量用 E 表示。求当板承受负载 P 时，沿板长度的不同点的变形位移及应力。在以下分析中，我们假设应用的负载比板的重量要大得多，因此忽略板的重量。

1.1.4.2 预处理阶段

(1) 将问题域离散成有限的单元

我们首先将问题分解成节点和单元。为了强调有限元分析中的基本步骤，我们将保持问题的简单性。因此我们将用五个节点和四个单元模型代表梯形板，如图 1-5 所示。然而，需要说明的是，使用更多的节点和单元能增加结果的精确度，这个任务留给读者作为练习来完成（请参阅本章末尾的练习题 1）。梯形板的模型中有四个独立的分段，每个分段均有一个统一的横截面。每个单元的横截面面积，由定义单元节点处横截面的平均面积表示。

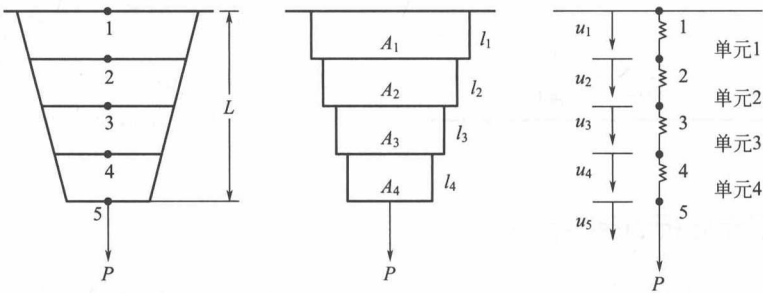


图 1-5 将梯形板分解为单元和节点

(2) 假设近似单元的近似解

为了研究典型单元的行为，考虑一个带有统一横截面 A 的实体的变形量，横截面的长度为 l ，承受的外力为 F ，如图 1-6 所示。

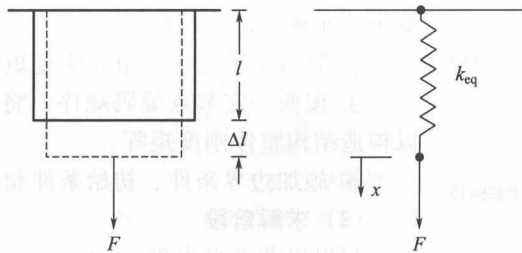


图 1-6 承受外力为 F 的统一横截面的实体

实体的平均应力由以下方程给出：

$$\sigma = \frac{F}{A} \tag{1-1}$$

实体的平均应变定义为实体每单位原始长度 l 上承受的长度变化 Δl ：

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \tag{1-2}$$

在变形区域内，应力和应变与胡克（HOOKE）定律相关，方程为：

$$\sigma = E\epsilon \tag{1-3}$$