



国家科学技术学术著作出版基金资助

N S E

10

网络科学与工程丛书

复杂网络上的博弈 及其演化动力学

Games and Evolutionary Dynamics
on Complex Networks

■ 吕金虎 谭少林 著

高等教育出版社

术学术著作出版基金资助

N S E

网 络 科 学 与 工 程 丛 书

10

复杂网络上的博弈 及其演化动力学

Games and Evolutionary Dynamics
on Complex Networks

■ 吕金虎 谭少林 著

高等教育出版社·北京

图书在版编目(CIP)数据

复杂网络上的博弈及其演化动力学 / 吕金虎, 谭少林著. -- 北京: 高等教育出版社, 2019. 4
(网络科学与工程丛书 / 陈关荣主编)
ISBN 978-7-04-051448-3

I. ①复… II. ①吕… ②谭… III. ①系统复杂性 - 研究 IV. ①N94

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 039334 号

Fuza Wangluo shang de Boyi Jiqi Yanhua Donglixue

策划编辑 刘英 责任编辑 刘英 封面设计 李卫青 版式设计 马云
插图绘制 于博 责任校对 张薇 责任印制 韩刚

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	北京汇林印务有限公司		http://www.hepmall.com
开 本	787mm×1092mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	17.75	版 次	2019 年 4 月第 1 版
字 数	310 千字	印 次	2019 年 4 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	69.00 元
咨询电话	400-810-0598		

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 51448-00

作者简介

吕金虎，北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院教授、院长，中国科学院数学与系统科学研究院研究员。IEEE Fellow，国家杰出青年科学基金获得者，国家自然科学基金创新研究群体学术带头人，国家重点研发计划首席科学家，国家万人计划领军人才，国家百千万人才工程入选者，国家有突出贡献中青年专家，中国科学院百人计划入选者，科技部中青年科技创新领军人才，享受国务院特殊津贴专家。曾获何梁何利基金科学与技术进步奖，3项国家自然科学基金二等奖(2项排名1，1项排名2)，中国工程院光华工程科技奖“青年奖”，中国科学院青年科学家奖，全国优秀博士学位论文等。主要从事协同控制理论及其应用、复杂系统与网络、大数据等研究。



谭少林，湖南大学电气与信息工程学院副教授、硕士生导师，岳麓学者。2014年获中国科学院数学与系统科学研究院系统理论专业博士学位。2016年澳大利亚RMIT大学访问学者。在IEEE Trans. Automat. Contr., SIAM J. Contr. Optim., IEEE Trans. Cybernetics等期刊发表论文多篇。当前主要研究兴趣包括演化博弈理论、复杂网络、博弈学习理论及其在分布式协同控制中的应用等。



“网络科学与工程丛书” 编审委员会

名誉主编：郭 雷院士 金芳蓉院士 李德毅院士

主 编：陈关荣

副主编：史定华 汪小帆

委 员：(按汉语拼音字母排序)

曹进德 陈增强 狄增如 段志生

方锦清 傅新楚 胡晓峰 贾 韬

来颖诚 李 翔 刘宗华 陆君安

吕金虎 吕琳媛 任 勇 汪秉宏

王青云 王文旭 谢智刚 周 涛

序

随着以互联网为代表的网络信息技术的迅速发展，人类社会已经迈入了复杂网络时代。人类的生活与生产活动越来越多地依赖于各种复杂网络系统安全可靠和有效的运行。作为一个跨学科的新兴领域，“网络科学与工程”已经逐步形成并获得了迅猛发展。现在，许多发达国家的科学界和工程界都将这个新兴领域提上了国家科技发展规划的议事日程。在中国，复杂系统包括复杂网络作为基础研究也已列入《国家中长期科学和技术发展规划纲要(2006—2020年)》。

网络科学与工程重点研究自然科学技术和社会政治经济中各种复杂系统微观性态与宏观现象之间的密切联系，特别是其网络结构的形成机理与演化方式、结构模式与动态行为、运动规律与调控策略，以及多关联复杂系统在不同尺度下行为之间的相关性等。网络科学与工程融合了数学、统计物理、计算机科学及各类工程技术科学，探索采用复杂系统自组织演化发展的思想去建立全新的理论和方法，其中的网络拓扑学拓展了人们对复杂系统的认识，而网络动力学则更深入地刻画了复杂系统的本质。网络科学既是数学中经典图论和随机图论的自然延伸，也是系统科学和复杂性科学的创新发展。

为了适应这一高速发展的跨学科领域的迫切需求，中国工业与应用数学学会复杂系统与复杂网络专业委员会偕同高等教育出版社出版了这套“网络科学与工程丛书”。这套丛书将为中国广大的科研教学人员提供一个交流最新

研究成果、介绍重要学科进展和指导年轻学者的平台，以共同推动国内网络科学与工程研究的进一步发展。丛书在内容上将涵盖网络科学的各个方面，特别是网络数学与图论的基础理论，网络拓扑与建模，网络信息检索、搜索算法与数据挖掘，网络动力学（如人类行为、网络传播、同步、控制与博弈），实际网络应用（如社会网络、生物网络、战争与高科技网络、无线传感器网络、通信网络与互联网），以及时间序列网络分析（如脑科学、心电图、音乐和语言）等。

“网络科学与工程丛书”旨在出版一系列高水准的研究专著和教材，使其成为引领复杂网络基础与应用研究的信息和学术资源。我们殷切希望通过这套丛书的出版，进一步活跃网络科学与工程的研究气氛，推动该学科领域知识的普及，并为其深入发展做出贡献。

金芳蓉 (Fan Chung) 院士
美国加州大学圣迭戈分校
二〇一一年元月

前言

网络科学是 21 世纪新兴的典型交叉学科。复杂网络是网络科学的主要研究对象。它由节点以及节点之间的连边构成，节点代表系统的基本组成单元，而连边代表系统中各单元之间的交互关系。复杂网络被广泛用于刻画社会、生物、工程等系统中错综复杂的连接结构。复杂网络的研究已经渗透到数理科学、信息科学、生命科学、社会科学等多个领域，是当前科学研究中的前沿热点。

演化博弈是刻画群体决策形成和演化的一种基本范式，它是传统博弈论与生物进化论结合而形成的一种理论。演化博弈以参与群体为研究对象，通过分析群体策略在选择和突变作用下的演化过程，来解释和预测个体在交互决策情境中的博弈行为。演化博弈论摒弃了传统博弈论中的完全理性和完全信息假设，从系统的动态的角度考察个体决策到群体决策的形成机制，为博弈论和进化生物学提供了新的重要的理论工具和方法论支持。

复杂网络和演化博弈结合形成了复杂网络上的演化博弈这一新型交叉研究领域。以复杂网络刻画个体间的交互结构，以演化博弈刻画个体的决策范式，复杂网络上的演化博弈探讨生物网络、社会网络等复杂网络上群体博弈的策略演化行为。与传统的演化博弈不同，复杂网络上的演化博弈是一种自下而上的科学范式，它通过对个体的行为

规则、个体之间的交互方式和结构进行建模，来探讨群体行为的形成和演化机制。复杂网络上的演化博弈为分析和预测交互环境下群体的决策行为提供了一个新的研究框架，对其进行系统研究可以定量地理解相关集群行为的涌现和演化现象，也有助于了解社会规范、文化变迁、公共意见等形成与发展过程，为国家在社会经济等方面的政策制定提供新的参考视角。

目前，对复杂网络上演化博弈的研究可以归结为两方面：一方面是从个体出发，研究群体层面的策略选择机制，即通过对个体之间的交互关系网络和决策动力学进行建模和分析，定量研究并预测网络群体的博弈动力学行为。另一方面是从群体需求出发，研究个体层面的干预调控机制，即根据对群体策略的要求，设计个体之间的交互机制或对个体的决策动力学进行干预，使得网络群体的整体行为能够达到预期设定的要求。这些研究旨在剖析个体层次的行为规则与群体层次的涌现行为之间的复杂关系，并进一步为设计实际复杂系统的交互协议和控制方案提供启发式的思想源泉。

本书旨在给复杂网络上的博弈及其演化动力学这一热点研究课题及其相关的主要理论结果提供一个系统的自洽性的介绍。具体地，作者将结合复杂网络、博弈模型及演化动力学等三个方面给出网络上博弈及其演化动力学模型的一个系统的框架，并基于这一框架介绍这一领域所涉及的主要模型、结果及其相关应用。

本书的主要内容可以分为三大部分 10 章。

第 1 章和第 2 章为第一部分，主要介绍博弈论和演化博弈论的基本概念以及相关动力学模型。

第 1 章概述博弈论的相关基本概念，主要包括博弈的一般模型、博弈解和博弈学习动力学三方面的概要介绍。

第 2 章介绍演化博弈论的核心概念和两类主要的演化

动力学模型，即以有限群体博弈为基础的随机演化动力学以及以无限群体博弈为基础连续演化动力学模型。

第3—6章为第二部分，主要讨论复杂网络上的博弈及演化动力学模型。包括网络博弈模型的概念、复杂网络上的随机漂移过程、复杂网络上的常数选择过程以及复杂网络上的演化博弈过程等内容。

第3章介绍网络博弈模型的基本内容，包括网络博弈的定义、对交互网络博弈和群组交互网络博弈以及网络拓扑结构对于网络博弈纳什均衡的影响。对于什么是网络博弈、如何构造网络博弈模型以及网络交互结构对于个体的博弈行为有什么影响等三个基本问题进行了一个概要的回答。

第4章首先介绍网络博弈中几类典型的演化动力学模型，包括网络上的生灭过程、死生过程、选边过程以及Wright-Fisher过程等的状态更新模型；然后着重分析网络上一类特殊的演化动力学过程，即随机漂移过程。本章将讨论具有各类复杂网络结构的群体，基于随机漂移这一作用机制，在不同状态更新模型下的演化动力学行为。特别地，本章将给出复杂网络上随机漂移作用下固定概率的一般计算方法。

第5章讨论一类比网络上的随机漂移过程更广义的演化过程，即复杂网络上的常数选择过程。在本章中，首先给出描述网络上常数选择过程的数学模型，然后围绕常数选择过程中的一个核心问题，即一个或多个相对优势或劣势的新策略入侵到采取另一策略的网络群体中后，通过相互竞争，最终占据整个网络的概率大小，建立常数选择过程中局部性质与全局性质之间的关联，并分析影响复杂网络上常数选择过程中随机入侵策略固定概率的关键网络结构特征。

第6章讨论复杂网络上的演化博弈动力学。理解结构

群体中的策略选择机制是研究网络上演化博弈动力学过程的一个主要目标。本章将探讨在生灭更新规则和死生更新规则作用下，复杂网络上演化博弈动力学中的策略选择问题。对于一些简单的网络，将给出两策略群组交互网络博弈和多策略对交互网络博弈中的策略选择条件。而对于一般的复杂网络，将给出一些近似和仿真结果来说明网络结构对于策略选择的作用。此外，本章还将所得到的策略选择条件应用于探讨网络群体中合作行为的涌现问题。针对网络上的囚徒困境博弈、公共物品博弈和志愿者困境博弈，分别给出了合作被群体所偏好的条件。

第7—10章为第三部分，主要讨论复杂网络上的演化博弈这一领域几大热点主题，包括复杂网络上的合作涌现机制、符号网络上的演化博弈、行为网络上的演化博弈以及博弈学习动力学在分布式协同控制的应用等4个主题。

第7章讨论网络演化博弈研究中一类特殊而重要的议题，即复杂网络上的合作涌现机制。合作行为普遍存在于生物、经济和社会系统中，然而它却很难自然地从小种群中涌现并维持下来。我们将从个体间交互结构的类型这一角度入手，将网络上的合作演化模型分为静态网络上的博弈模型、共演化网络上的博弈模型以及实际个体组成网络的博弈实验模型等3类，对复杂网络的合作涌现研究进行一个简要的综述。

第8章讨论符号网络上的演化博弈。符号网络是一类具有正边和负边的网络，常用于刻画社交网络和生物网络等。本章将介绍符号网络上的一类特殊的联盟博弈，并利用符号网络上的博弈动力学来优化符号网络中的结构冲突。

第9章应用复杂网络上的演化博弈动力学模型，来分析讨论社交群体中集群行为的若干典型涌现现象，包括行为群集现象、行为雪崩现象以及行为振荡现象等。

第10章将讨论博弈动力学模型在多个体系系统协同控制

中的应用。具体地，将介绍一种基于收益信息的博弈学习动力学，得到其收敛性质，并将这一博弈学习动力学应用于多个体系统同步协议的构造问题中。本章将看到许多多个体协同控制问题，可通过适当地建模转化为寻找博弈解的问题，通过相关的博弈学习动力学来得到解决方案。

复杂网络上的博弈以及演化动力学这一领域的研究发展十分迅速，大量新的成果不断涌现，本书的写作目的在于为复杂网络上的演化博弈这一领域提供一个合理的自洽的框架和脉络，以便感兴趣的读者能够有效地了解这一领域的研究内容和主要课题。

在此，我们要感谢很多在本书写作过程中给予支持和帮助的专家学者。衷心感谢郭雷院士、李未院士、怀进鹏院士、房建成院士、郑志明院士、张嗣赢院士、陈关荣教授、陆君安教授的鼓励 and 大力支持。感谢北京航空航天大学大数据科学与脑机智能高精尖创新中心、软件开发环境国家重点实验室的支持与帮助。特别感谢高等教育出版社刘英女士对本书出版的大力支持。最后，我们要感谢国家重点研发计划项目（2016YFB0800401）、国家自然科学基金项目（编号：61503130、61873088等）长期支持，感谢国家科学技术学术著作出版基金资助项目的支持。

作者

2018年7月

目录

第 1 章 博弈论简介	1
1.1 什么是博弈	2
1.1.1 博弈的表示形式	2
1.1.2 纯策略和混合策略	5
1.2 博弈解的概念	6
1.2.1 理性与公共知识	6
1.2.2 占优策略均衡	7
1.2.3 纳什均衡	8
1.3 博弈学习动力学简介	10
1.3.1 博弈学习框架	10
1.3.2 最优响应动力学	12
1.3.3 择优响应动力学	12
1.4 本章要点小结	14
参考文献	14
第 2 章 演化博弈动力学	17
2.1 群体博弈	18
2.1.1 有限群体博弈	18
2.1.2 无限群体博弈	19
2.1.3 纳什均衡与演化稳定策略	20
2.2 随机演化动力学	22
2.2.1 适应度景观	23
2.2.2 典型的更新规则	24

2.2.3	固定概率、平稳分布与策略选择	26
2.3	连续演化动力学	28
2.3.1	调整协议及平均动力学	29
2.3.2	几类典型的演化动力学	29
2.3.3	平衡点、稳定性与纳什均衡	31
2.4	本章要点小结	33
	参考文献	33
第 3 章	网络博弈	35
3.1	博弈结构、图与复杂网络	36
3.1.1	图的基本概念	36
3.1.2	典型的图和复杂网络模型	37
3.2	网络博弈模型	40
3.2.1	网络博弈的定义	40
3.2.2	对交互网络博弈	42
3.2.3	群组交互网络博弈	45
3.3	网络诱导的纳什均衡	47
3.3.1	网络诱导的纳什均衡定义	47
3.3.2	网络诱导的纳什均衡存在性	49
3.4	本章要点小结	52
	参考文献	52
第 4 章	网络上的随机漂移过程	55
4.1	网络上的演化动力学模型	56
4.1.1	网络状态集及其适应度景观	56
4.1.2	状态更新规则	56
4.1.3	演化过程的数学描述	58
4.1.4	应用例子	60
4.2	网络上的随机漂移	62
4.2.1	Wright-Fisher 过程	62
4.2.2	生灭过程	65
4.2.3	死生过程	69
4.2.4	选边过程	71
4.2.5	入侵关键节点	72

4.3	动态网络上的随机漂移	76
4.3.1	动态网络上的随机漂移模型	76
4.3.2	动态网络上中性策略的固定概率	79
4.4	本章要点小结	82
	参考文献	83
第5章	网络上的常数选择过程	87
5.1	网络上常数选择过程的数学模型	88
5.2	网络上常数选择的一般性质	91
5.2.1	等价随机过程与相关数学概念	92
5.2.2	局部性质与全局性质	93
5.2.3	示例: 死生过程	100
5.3	网络结构对于常数选择的放缩作用	106
5.3.1	网络结构对于选择的调节作用	106
5.3.2	节点温度与网络的热异质度	108
5.3.3	选择调节器的结构特征	111
5.3.4	构造选择调节器	119
5.4	本章要点小结	122
	参考文献	123
第6章	网络上的演化博弈动力学	127
6.1	网络上的演化博弈动力学模型	128
6.1.1	网络演化博弈动力学的框架	128
6.1.2	策略选择	129
6.2	两策略群组交互博弈中的策略选择	130
6.2.1	两策略群组交互博弈模型	130
6.2.2	完全图	131
6.2.3	环状图	133
6.2.4	星状图	136
6.2.5	示例	139
6.2.6	一般两策略群组交互网络博弈中的策略选择	140
6.3	两策略对交互网络博弈中的策略选择	142
6.4	多策略对交互博弈中的策略选择	146
6.5	本章要点小结	148

参考文献	148
第 7 章 复杂网络上的合作涌现机制	151
7.1 合作困境及其博弈模型	152
7.1.1 合作困境的几类博弈模型	152
7.1.2 合作涌现机制	155
7.2 静态网络上的合作涌现	155
7.2.1 空间格子网络的合作团簇	156
7.2.2 一般网络上合作涌现的条件	157
7.3 共演化网络中合作的涌现	160
7.3.1 基于邻域继承机制的共演化模型	160
7.3.2 基于邻域继承机制的合作行为涌现现象	162
7.3.3 不同情境下的合作行为的涌现	163
7.3.4 合作的涌现机制分析	166
7.4 合作涌现机制的实证研究	169
7.5 本章要点小结	171
参考文献	172
第 8 章 符号网络上的演化博弈	177
8.1 符号网络及其结构冲突	178
8.1.1 符号网络的概念	178
8.1.2 结构平衡	178
8.1.3 结构冲突	179
8.2 符号网络上的联盟博弈及其动力学模型	181
8.2.1 符号网络上的联盟博弈及其动力学	181
8.2.2 演化动力学的参数选择	183
8.2.3 基于网络博弈动力学求解符号网络中 结构冲突数目的算法	186
8.3 不同符号网络中的结构冲突优化	188
8.3.1 无向无权符号网络	188

8.3.2 无向加权符号网络	191
8.3.3 有向符号网络	193
8.4 本章要点小结	194
参考文献	195
第 9 章 行为网络上的演化博弈动力学	199
9.1 引言	200
9.2 行为网络上的演化动力学模型	201
9.2.1 行为网络的基本概念	201
9.2.2 复制-突变动力学	203
9.2.3 选择-漂移动力学的构造	205
9.2.4 突变网络	207
9.3 行为聚集和行为雪崩的涌现	208
9.3.1 从聚集到雪崩	209
9.3.2 动力学分岔	212
9.4 最优行为的涌现	214
9.4.1 适应度景观的相变	215
9.4.2 时变选择-突变机制	218
9.5 非对称性导致的行为振荡	221
9.6 本章要点小结	223
参考文献	224
第 10 章 连续势博弈中的学习动力学及其 在分布式协同控制中的应用	227
10.1 引言	228
10.2 连续势博弈及其学习动力学的基本概念	229
10.2.1 连续势博弈	229
10.2.2 重复博弈及其学习动力学	231
10.3 梯度学习	233
10.4 基于收益信息的博弈学习动力学	235
10.4.1 试探性移动	235
10.4.2 学习算法	237
10.4.3 收敛性分析	239
10.4.4 程序终止准则	242