



智能 科/学/技/术/著/作/丛/书

多目标学习算法及其应用

赵佳琦 著



科学出版社

智能科学技术著作丛书

多目标学习算法及其应用

赵佳琦 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

很多机器学习任务中有多个冲突的目标需要同时被优化，基于群搜索策略的进化算法在求解多目标优化问题领域得到了广泛的应用。多目标机器学习在近几年引起了广泛的关注，并且得到快速的发展。但是多目标机器学习在模型建立和优化学习方面仍然存在很多瓶颈问题。本书内容围绕多目标机器学习新模型探索和多目标学习算法设计展开，主要包括：多目标学习基础、基于三维凸包的进化多目标优化算法、基于三维增量凸包的进化多目标优化算法、进化多目标稀疏集成学习、多目标稀疏神经网络学习、多目标卷积神经网络及其学习算法、基于多目标学习的垃圾邮件检测，以及多目标深度卷积生成式对抗网络。

本书可作为计算机、人工智能等相关专业的研究生教材，也可作为人工智能领域科研和技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

多目标学习算法及其应用 / 赵佳琦著. —北京：科学出版社，2019.6

(智能科学技术著作丛书)

ISBN 978-7-03-061261-8

I. ①多… II. ①赵… III. ①机器学习-算法 IV. ①TP181

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第094678号

责任编辑：张海娜 赵微微 / 责任校对：郭瑞芝

责任印制：师艳茹 / 封面设计：陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

天津文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2019 年 6 月第 一 版 开本：720 × 1000 1/16

2019 年 6 月第一次印刷 印张：14

字数：279 000

定价：98.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

《智能科学技术著作丛书》编委会

名誉主编：吴文俊

主 编：涂序彦

副 主 编：钟义信 史忠植 何华灿 何新贵 李德毅 蔡自兴 孙增圻
 谭 民 韩力群 黄河燕

秘 书 长：黄河燕

编 委：(按姓氏汉语拼音排序)

蔡庆生(中国科学技术大学)

蔡自兴(中南大学)

杜军平(北京邮电大学)

韩力群(北京工商大学)

何华灿(西北工业大学)

何 清(中国科学院计算技术研究所)

何新贵(北京大学)

黄河燕(北京理工大学)

黄心汉(华中科技大学)

焦李成(西安电子科技大学)

李德毅(中央军委联合参谋部第六十一研究所)

李祖枢(重庆大学)

刘 宏(北京大学)

刘 清(南昌大学)

秦世引(北京航空航天大学)

邱玉辉(西南大学)

阮秋琦(北京交通大学)

史忠植(中国科学院计算技术研究所)

孙增圻(清华大学)

谭 民(中国科学院自动化研究所)

谭铁牛(中国科学院自动化研究所)

涂序彦(北京科技大学)

王国胤(重庆邮电学院)

王家钦(清华大学)

王万森(首都师范大学)

吴文俊(中国科学院数学与系统科学研究院)

杨义先(北京邮电大学)

于洪珍(中国矿业大学)

张琴珠(华东师范大学)

赵沁平(北京航空航天大学)

钟义信(北京邮电大学)

庄越挺(浙江大学)

《智能科学技术著作丛书》序

“智能”是“信息”的精彩结晶，“智能科学技术”是“信息科学技术”的辉煌篇章，“智能化”是“信息化”发展的新动向、新阶段。

“智能科学技术”(intelligence science & technology, IST)是关于“广义智能”的理论方法和应用技术的综合性科学技术领域，其研究对象包括：

- “自然智能”(natural intelligence, NI)，包括“人的智能”(human intelligence, HI)及其他“生物智能”(biological intelligence, BI)。
- “人工智能”(artificial intelligence, AI)，包括“机器智能”(machine intelligence, MI)与“智能机器”(intelligent machine, IM)。
- “集成智能”(integrated intelligence, II)，即“人的智能”与“机器智能”人机互补的集成智能。
- “协同智能”(cooperative intelligence, CI)，指“个体智能”相互协调共生的群体协同智能。
- “分布智能”(distributed intelligence, DI)，如广域信息网、分散大系统的分布式智能。

“人工智能”学科自1956年诞生以来，在起伏、曲折的科学征途上不断前进、发展，从狭义人工智能走向广义人工智能，从个体人工智能到群体人工智能，从集中式人工智能到分布式人工智能，在理论方法研究和应用技术开发方面都取得了重大进展。如果说当年“人工智能”学科的诞生是生物科学技术与信息科学技术、系统科学技术的一次成功的结合，那么可以认为，现在“智能科学技术”领域的兴起是在信息化、网络化时代又一次新的多学科交融。

1981年，中国人工智能学会(Chinese Association for Artificial Intelligence, CAAI)正式成立，25年来，从艰苦创业到成长壮大，从学习跟踪到自主研发，团结我国广大学者，在“人工智能”的研究开发及应用方面取得了显著的进展，促进了“智能科学技术”的发展。在华夏文化与东方哲学影响下，我国智能科学技术的研究、开发及应用，在学术思想与科学方法上，具有综合性、整体性、协调性的特色，在理论方法研究与应用技术开发方面，取得了具有创新性、开拓性的成果。“智能化”已成为当前新技术、新产品的发展方向和显著标志。

为了适时总结、交流、宣传我国学者在“智能科学技术”领域的研究开发及应用成果，中国人工智能学会与科学出版社合作编辑出版《智能科学技术著作丛

书》。需要强调的是，这套丛书将优先出版那些有助于将科学技术转化为生产力以及对社会和国民经济建设有重大作用和应用前景的著作。

我们相信，有广大智能科学技术工作者的积极参与和大力支持，以及编委们的共同努力，《智能科学技术著作丛书》将为繁荣我国智能科学技术事业、增强自主创新能力、建设创新型国家做出应有的贡献。

祝《智能科学技术著作丛书》出版，特赋贺诗一首：

智能科技领域广
人机集成智能强
群体智能协同好
智能创新更辉煌

涂序彦

中国人工智能学会荣誉理事长

2005年12月18日

前　　言

机器学习是人工智能领域一个很重要的分支。顾名思义，机器学习是想让机器像人类一样具备学习的能力，通过模拟人类的学习行为，获取新的知识或者技能。机器学习从 20 世纪 50 年代被提出到现在已经有近 70 年的历史，取得了很多理论和实践成果，并且对人们的生产生活产生了很大的影响。网络搜索引擎(如百度、谷歌等)利用机器学习技术可以快速地帮助我们搜索到需要的信息；照相机利用机器学习技术可以快速地检测到人脸，并且根据人脸的位置和光线进行聚焦甚至自动美颜；外出旅行时可以利用百度地图或者高德地图搜索路线或者导航；等等。可以说机器学习技术已经融入到我们日常生活中的方方面面，我们每天的生活都在自觉或者不自觉地使用机器学习技术。随着经济的发展和社会的进步，数据成为越来越重要的资源。如何从数据中挖掘出有用信息是机器学习的一个重要任务，数据分类是机器学习领域中一个很重要的课题。数据分类的任务中存在很多多目标优化的问题。进化计算是受自然界生物进化过程中自然选择机制和遗传信息传递规律启发发展的一种优化算法，其在解决多目标优化问题时表现出了很好的性能。

很多机器学习任务中具有多个冲突的目标，这些目标需要同时优化求解。基于群搜索策略的进化优化算法在求解多目标优化问题领域得到了广泛的应用。多目标机器学习在近几年引起了广泛的关注，并且得到快速的发展。但是多目标机器学习在模型建立和优化方法设计方面仍然存在很多瓶颈问题。本书内容围绕多目标机器学习新模型探索和多目标学习算法设计展开。第 1 章介绍多目标学习的基础知识，对进化计算、最优化方法、机器学习和多目标学习进行简要介绍。第 2 章介绍基于增广检测权衡图的多目标机器学习模型，并针对这个模型的求解提出基于三维凸包的进化多目标优化算法，同时通过一系列实验证明了模型的有效性。第 3 章针对第 2 章提出算法计算复杂度高的问题，采用增量学习的策略，提出基于三维凸包的进化多目标优化算法。第 4 章针对集成学习问题中分类器冗余和计算量大的问题，提出进化多目标稀疏集成学习，该模型不仅可以降低弱分类器的个数，也能有效地降低分类器的虚警率和漏检率。第 5 章介绍多目标稀疏神经网络学习，并提出多目标稀疏神经网络参数学习模型和多目标稀疏神经网络结构修剪模型，同时采用多种进化多目标优化算法对模型进行求解。第 6 章介绍多目标卷积神经网络及其学习算法，在学习算法中介绍新的编码方法和交叉变异算子，通过多组实验证明了所提方法的有效性。第 7 章介绍多目标学习方法在垃圾

邮件检测问题中的应用，其中介绍多种多目标垃圾邮件检测模型，通过实验对比多种进化多目标学习算法。第 8 章介绍多目标学习方法在深度卷积生成式对抗网络模型中的应用。第 9 章是本书主要工作总结和展望。

本书的主要内容是作者在西安电子科技大学智能感知与图像理解教育部重点实验室、智能感知与计算国际合作联合实验室以及智能感知与计算国际联合研究中心从事博士课题研究期间以及在中国矿业大学计算机学院从事博士后研究期间的成果。

在此衷心感谢我的博士生导师西安电子科技大学焦李成教授一直以来对我科研工作的悉心教诲，以及生活上深切的关心。感谢师母刘芳教授，她对科研的严谨，对生活的乐观，对工作的热爱，让我深刻认识到“兴趣”是最好的老师。感谢中国矿业大学夏士雄教授对我博士后工作的指导和关心。

限于作者水平，书中难免存在不妥之处，敬请广大读者批评指正。

目 录

《智能科学技术著作丛书》序

前言

第1章 多目标学习基础	1
1.1 进化计算	1
1.1.1 遗传算法	2
1.1.2 进化规划	5
1.1.3 进化策略	7
1.2 最优化方法	8
1.2.1 单目标优化问题	8
1.2.2 多目标优化问题	9
1.2.3 高维多目标优化问题	10
1.3 机器学习	11
1.4 多目标学习	12
1.5 本章小结	15
参考文献	15
第2章 基于三维凸包的进化多目标优化算法	18
2.1 引言	18
2.2 相关工作	20
2.3 增广 DET 图和多目标优化问题	21
2.3.1 增广 DET 图和多目标分类器	22
2.3.2 ADCH 最大化和多目标优化	24
2.4 基于三维凸包的进化多目标优化算法描述	26
2.4.1 基于非冗余三维凸包的排序算法	27
2.4.2 基于 VAS 贡献度的选择策略	28
2.4.3 算法框架	29
2.4.4 算法计算复杂度分析	31
2.5 人工设计测试问题实验	31
2.5.1 ZEJD 问题设计	32
2.5.2 评价准则	34
2.5.3 参数设置	35
2.5.4 结果和分析	35

2.6 本章小结	46
参考文献	46
第3章 基于三维凸包的进化多目标优化快速算法	50
3.1 引言	50
3.2 相关工作	51
3.3 基于三维凸包的进化多目标优化快速算法描述	53
3.3.1 基于三维增量凸包的排序算法	53
3.3.2 基于年龄的选择策略	55
3.3.3 Δ VAS 快速计算方法	56
3.3.4 增量凸包构造算法	60
3.3.5 算法计算复杂度分析	61
3.4 实验研究	63
3.4.1 3DFCH-EMOA 和多种 EMOA 对比	63
3.4.2 3DFCH-EMOA 和 3DCH-EMOA 对比	83
3.4.3 基于年龄的选择策略和随机选择策略对比	89
3.5 本章小结	89
参考文献	90
第4章 进化多目标稀疏集成学习	93
4.1 引言	93
4.2 相关工作	95
4.3 多目标稀疏集成学习过程	96
4.3.1 稀疏集成学习	96
4.3.2 多目标集成学习	98
4.3.3 增广 DET 凸包最大化	98
4.3.4 稀疏实数编码	101
4.4 实验研究	102
4.4.1 基于 C4.5 和装袋策略的实验结果	103
4.4.2 基于 CART 和随机子空间的实验结果	115
4.4.3 多目标稀疏集成算法与五种修剪算法对比	124
4.5 本章小结	127
参考文献	127
第5章 多目标稀疏神经网络学习	131
5.1 引言	131
5.2 神经网络	132
5.3 多目标稀疏神经网络参数学习	136

5.3.1 UCI 数据集	137
5.3.2 对比算法.....	137
5.3.3 参数设置.....	137
5.3.4 结果和分析	138
5.4 多目标稀疏神经网络结构修剪	142
5.4.1 UCI 数据集	143
5.4.2 对比算法.....	144
5.4.3 参数设置.....	144
5.4.4 结果和分析	144
5.5 本章小结	146
参考文献	146
第 6 章 多目标卷积神经网络及其学习算法	147
6.1 引言	147
6.2 相关工作	149
6.2.1 卷积神经网络	149
6.2.2 双档案高维多目标进化算法	152
6.3 高维多目标卷积神经网络模型	153
6.3.1 多类别 DET 超平面	153
6.3.2 MaO-CNN 模型描述	155
6.3.3 MaO-CNN 模型学习算法	156
6.4 实验研究	159
6.4.1 数据集描述	159
6.4.2 实验对比算法	161
6.4.3 评价准则	161
6.4.4 参数设置	161
6.4.5 结果和分析	162
6.5 本章小结	166
参考文献	167
第 7 章 基于多目标学习的垃圾邮件检测	169
7.1 引言	169
7.2 多目标垃圾邮件检测模型	171
7.2.1 问题定义	171
7.2.2 进化算法在邮件检测问题中的应用	172
7.2.3 多目标优化算法进展	173
7.2.4 垃圾邮件检测数据集	175
7.3 实验研究	176

7.3.1 多目标邮件检测模型	176
7.3.2 实验参数设置	177
7.4 实验研究	178
7.4.1 结果和分析	179
7.4.2 多目标垃圾邮件检测系统部署	184
7.5 本章小结	185
参考文献	185
第 8 章 多目标深度卷积生成式对抗网络	187
8.1 引言	187
8.2 相关工作	188
8.2.1 生成式对抗网络	188
8.2.2 深度卷积生成式对抗网络	189
8.3 多目标深度卷积生成式对抗网络模型	190
8.3.1 模型设计	190
8.3.2 群搜索策略	191
8.3.3 基于 Pareto 占优的选择策略	192
8.3.4 交叉算子设计	193
8.3.5 MO-DCGAN 学习框架	194
8.4 实验研究	195
8.4.1 参数设置	195
8.4.2 结果和分析	196
8.5 本章小结	205
参考文献	206
第 9 章 总结和展望	208
9.1 本书主要工作总结	208
9.2 工作展望	210

第1章 多目标学习基础

1.1 进化计算

自地球上诞生生命以来，生物经历了漫长的进化历程，从简单、低级的生物逐渐发展为复杂、高级的物种。达尔文的自然选择学说为生物进化提供了理论依据，也是人们广泛认可的学说。达尔文认为，在自然环境里，生物为了生存，相互之间存在着斗争关系，适应环境的物种能生存下来，不适应环境的物种会被淘汰，这就是自然选择的规律。以上所述，就是我们常听到的“物竞天择，适者生存”，现代基因学的诞生，为此提供了重要的证据。

生物要在复杂的自然环境中生存下来，需要不停地进行生存斗争。生存斗争包括生物与自然环境之间的斗争、不同种群之间的竞争以及相同物种之间的竞争几个方面。在生存斗争过程中，具有有利变异的个体容易存活下来，并且把这种变异遗传给下一代；具有不利变异的个体容易被淘汰，产生后代的机会也会变少。因此，对环境适应性强的个体在生存斗争中容易获胜，对环境适应性差的个体容易被淘汰，达尔文把这个过程称为自然选择。达尔文的自然选择学说认为，遗传和变异(mutation)是决定生物进化的主要因素。遗传是指子代继承了父代的特性，并且在性状上表现相似的现象。变异是指子代的个体在性状上跟父代个体存在差异的现象。遗传能让生物的特性传递给后代，从而保持了物种的性状。变异能够让生物的性状根据环境改变，从而产生新的物种。在生物与自然环境相互作用的过程中，遗传和变异是相辅相成的，一个生物在遗传的过程中为了更好地适应环境会发生些许变异，一个物种发生的变异也会遗传给下一代。

根据现在遗传学和细胞学的研究可知，染色体(chromosome)是遗传物质的主要载体，它主要由脱氧核糖核酸(DNA)和蛋白质组成，其中脱氧核糖核酸是主要的遗传物质。脱氧核糖核酸主要由基因(gene)构成，基因存储着遗传信息，可以被复制和突变，是遗传效应的片段。生物体通过对基因的复制(reproduction)和交叉(crossover，基因分离、基因自由组合和基因连锁互换)的操作使生物的性状得到选择和控制。同时，通过基因重组、基因突变以及染色体在结构和数量上的变异产生多种变异。生物的遗传特性，使得生物界的物种能够保持相对的稳定；生物的变异特性，使得新的物种产生，推动了生物的发展和进化。

生物在自然界中的进化是一个不断循环迭代的过程，在这一过程中，生物种群不断地发展和完善，从而更好地适应环境，因此生物进化是一种优化过程。在

计算机技术迅速发展的时代，计算机不仅可以模拟进化过程，还可以通过模拟生物进化的行为创立新的优化方法，并用于处理复杂的工程问题^[1]。

基于达尔文自然选择学说的进化算法(evolutionary algorithm, EA)利用自然界中生物的进化过程，遵循适者生存的原则，模拟生物染色体的交叉和变异机制，主要用于解决工程和科学中的复杂优化问题。进化算法主要包括遗传算法(genetic algorithm, GA)、进化规划(evolutionary programming, EP)、进化策略(evolutionary strategy, ES)等。群体搜索策略和种群中个体之间的信息交换是进化算法的两大特点^[2]。进化算法相对于其他优化算法的优越性表现在：第一，进化算法在搜索过程中不容易陷入局部极值点，在有噪声的情况下，即使所采用的适应度函数是不连续的，进化算法也能以很大的概率找到全局最优解；第二，由于进化算法是基于群搜索的策略，它们固有的并行性，使其非常适合于分布式的并行计算；第三，进化算法实现起来非常灵活，可以很容易介入已有的模型中，并且易于同其他技术融合。

1.1.1 遗传算法

遗传算法由美国科学家 Holland^[3]首次提出，它是一类借鉴生物界的“适者生存，优胜劣汰”的进化规律演化而来的随机搜索方法。遗传算法处理优化问题的特点是不要求对函数进行连续性和求导的限制，可以直接对目标函数或者结构对象进行操作。遗传算法采用随机概率搜索的寻优方法，能自动在解空间获取搜索和优化方向，自适应地调整搜索方向。遗传算法采用种群搜索的方式寻优，具有内在的并行性和很好的全局寻优能力。遗传算法的这些特点已被广泛地应用于组合优化^[4]、机器学习^[5]、信号处理^[6]、自适应控制^[7]等领域。

遗传算法是从代表问题可行解的一个种群(population)开始的，这个种群则由一定数目的个体(individual)，即染色体组成，每个个体由基因编码组成。染色体，即多个基因的集合，是遗传物质的主要载体，它决定了个体形状的外部表现。因此，在算法的开始需要实现从表现型到基因型的映射，即编码工作。由于仿照基因编码的工作很复杂，需要进行简化处理，我们常用二进制编码和实数编码方式对问题编码。初代种群产生之后，按照适者生存和优胜劣汰的原理，逐代(generation)演化产生出越来越好的可行解，在每一代，根据问题域中个体的适应度(fitness)大小选择个体，并采用遗传算子(genetic operator)进行组合交叉和变异操作产生出代表新的解集的种群。这个过程像自然进化一样，会让种群的后代比前代更加适应环境，末代种群中的最优个体经过解码(decoding)，可以作为问题近似最优解。因为遗传算法没有采用梯度信息，所以往往找不到最优解。

遗传算法的流程图如图 1.1 所示，遗传算法的过程如下所述。

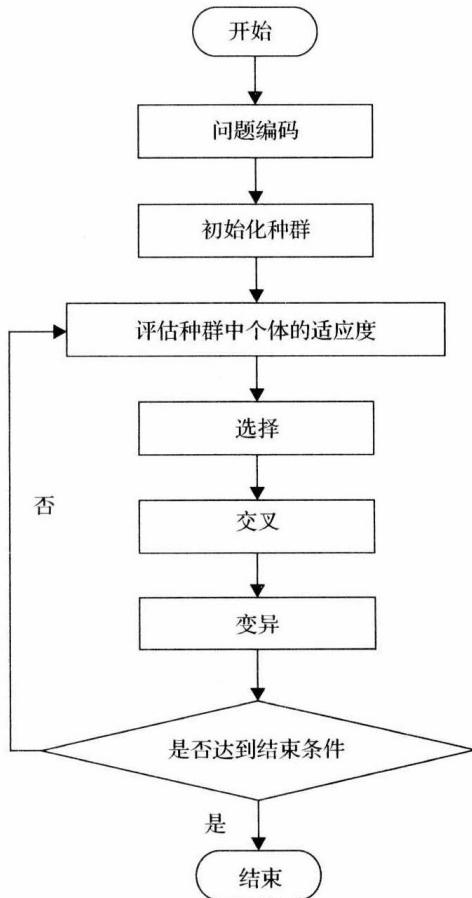


图 1.1 遗传算法流程图

1. 问题编码

编码是设计遗传算法的一个关键步骤，也是应用遗传算法首要解决的问题。编码方式影响交叉算子、变异算子的运算方法，很大程度上决定遗传进化的效率。结合所要求解问题的特点，对问题的解进行编码，常采用的编码方式包括二进制编码、浮点编码和符号编码等^[8,9]。

二进制编码只采用 0 和 1 两种“碱基”，一个位能表示两种状态，将它们串成一条链形成染色体。1-0-1-1-1-0-1-1-0 是一个长度为 10 的二进制编码。二进制编码简单直观，但存在着连续函数离散化时的映射误差，对于连续函数的优化问题局部搜索能力较差。为了提高连续函数优化问题的精度，常采用浮点编码法。浮点编码中个体的每个基因值用某一范围内的一个浮点数来表示，如 3.6-1.2-3.1-2.2-7.1-7.6。在采用交叉算子、变异算子运算后得到新个体的基因值也要在这个区间限制的范围内。在处理非函数优化问题时，可以采用符号编码法，符号编码是指个体中的基因值取自一个无数值含义的符号集，如 {B-I-D-L-C}。

2. 初始化种群

设置进化代数计数器 $t=0$, 设置最大迭代次数为 T_{\max} , 随机生成 M 个个体作为初始化种群 $P(0)$ 。

3. 评估种群中个体的适应度

根据所求解问题的适应度函数计算种群 $P(t)$ 中每个个体的适应度, 适应度的大小直接反映个体的性能。

适应度函数主要通过个体特征评估个体性能, 以判断个体的适应度。适应度函数也称评价函数, 是根据目标函数确定的用于区分群体中个体好坏的标准。通常情况下, 适应度函数是非负的, 而目标函数可能有正有负, 因此需要在目标函数与适应度函数之间进行变换。

4. 新种群产生

通过采用选择运算、交叉运算和变异运算产生新的种群 $P(t+1)$ 。选择运算的目的是把性能表现较好的个体直接遗传到下一代或者提供给交叉运算和变异运算用于产生新的个体。交叉算子通过交换两个不同个体之间的基因产生新的个体。变异算子通过对个体基因变动产生新的个体。

选择运算用来确定如何从父代种群中按照某种方法选取个体, 以便遗传到下一代群体。选择运算用来确定交叉个体或者变异个体, 以及被选个体将产生多少个子代个体。常见的选择算子包括如下几种:

(1) 轮盘赌选择方法是一种放回式随机采样方法, 每个个体进入下一代的概率等于它的适应度值与整个种群中个体适应度之和的比例。

(2) 最佳保留选择方法是首先采用轮盘赌选择方法执行选择操作, 然后将选中的个体中适应度高的个体复制到下一代的种群中。

(3) 随机竞争选择方法是每次先按照轮盘赌选择方法选出一对个体, 然后选中适应度高的个体, 重复上述过程直到选满。

(4) 最佳保留策略是种群中适应度最高的个体不参与交叉计算和变异计算, 用它取代当代种群中经过交叉、变异操作产生的适应度最低的个体。

交叉运算是对两个相互配对的染色体按照某种方式相互交换其部分基因, 从而形成两个新的个体。常见的交叉算子包括如下几种:

(1) 单点交叉是在个体编码串中随机设置一个交叉点, 在该点交换两个配对个体的部分染色体。

(2) 两点(多点)交叉是先在个体编码中随机设置两个(多个)交叉点, 然后进行

部分基因互换。

(3) 均匀交叉是两个配对个体的每个基因都以相同的交叉概率进行交换，从而形成两个新个体。

(4) 算术交叉是对于两个浮点编码的个体，通过线性组合产生两个新个体。

变异运算是将个体染色体中的某些基因位上的基因用其他基因值来替换，从而形成新的个体。常用的变异算子包括如下几种：

(1) 基本位变异是对个体编码串中以变异概率随机指定的某一位或某几位基因位上的基因做变异运算。

(2) 均匀变异是用符合某一范围内均匀分布的随机数，以某一较小的概率来替换个体编码串中基因位上的原有基因。

(3) 边界变异是针对最优点位于或接近于可行解的边界时的一类问题，随机取基因位上的两个对应边界基因值之一去替代原有基因。

(4) 非均匀变异是对每个基因座都以相同的概率进行变异运算，即对原有的基因做一随机扰动，以扰动后的结果作为变异后的新基因值。

(5) 高斯近似变异是进行变异操作时用均值为 μ 、方差为 σ 的正态分布的随机数来替换原有的基因。

5. 终止条件判断

判断算法是否已经达到最大迭代次数 T_{\max} 或者种群是否已经收敛。如果 $t > T_{\max}$ 或者种群不再更新，则停止迭代，直接输出算法结果，否则算法继续迭代。

1.1.2 进化规划

进化规划是由美国学者 Fogel 等^[10]在 1966 年为求解有限状态机的预测问题提出的一种有限状态机进化模型。这些机器的状态通过在对应的有界、离散的集合进行随机变异更新。20 世纪 90 年代，Fogel^[11]对进化规划进一步拓展，使它可以处理实数空间的优化问题。通过把正态分布的变异算子引入进化规划中，让它应用到很多实际问题中，成为一种优化搜索工具。进化规划和遗传算法类似，可用于解决目标函数或者复杂的非线性实数连续优化问题。进化规划和遗传算法在原理上相似，但是在具体实现方面存在着差异。主要的区别体现在进化规划仅通过变异操作实现种群中个体的更新，不采用交叉算子。

进化规划流程如图 1.2 所示，算法过程如下所述。

1. 问题编码

根据问题的特点设计合适的编码方式表示所求解问题的可行解。