

“十三五”江苏省高等学校重点教材



iCourse · 教材

弹性力学简明教程

第五版

徐芝纶

高等教育出版社



“十三五”江苏省高等学校重点教材（编号：2016-1-065）



iCourse · 教材

弹性力学简明教程 第五版

徐芝纶

普通高等教育“十三五”规划教材
大学教材·基础课·力学·弹性力学



高等教育出版社·北京

内容简介

本书是在第四版和第三版(普通高等教育“十五”国家级规划教材)的基础上,根据2012年教育部高等学校力学教学指导委员会力学基础课程教学指导分委员会制订的《高等学校理工科非力学专业基础课程教学基本要求》中“弹性力学教学基本要求”,以及近几年的教学实践经验修订而成的。本书前四版均被国内的工科院校广泛使用。

本书按照由浅入深的原则,安排了平面问题的理论及解答,空间问题的理论及解答和薄板弯曲理论等内容;着重介绍了弹性力学的主要近似方法,即差分法、变分法和有限单元法。

本书作为弹性力学的入门教材,注重基本理论(基本概念、基本方程和基本解法)的阐述,突出了解决弹性力学问题的思路、方法和步骤,以使学生在掌握基本理论的基础上能阅读和应用弹性力学文献,并能应用弹性力学的近似解法解决实际工程中的问题。

本书可作为高等学校工科本科有关专业的弹性力学课程教材,并可供工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

弹性力学简明教程/徐芝纶编著. --5 版. --北京:
高等教育出版社, 2018. 7

ISBN 978-7-04-049871-4

I. ①弹… II. ①徐… III. ①弹性力学-高等学校-
教材 IV. ①O343

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 112913 号

策划编辑 水 渊	责任编辑 赵湘慧	封面设计 于文燕	版式设计 马敬茹
插图绘制 于 博	责任校对 刁丽丽	责任印制 耿 轩	

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn http://www.hep.com.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	网上订购	http://www.hepmall.com.cn http://www.hepmall.com http://www.hepmall.cn
邮政编码	100120	版 次	1980 年 1 月第 1 版 2018 年 7 月第 5 版
印 刷	北京鑫海金澳胶印有限公司	印 次	2018 年 7 月第 1 次印刷
开 本	787mm×960mm 1/16	定 价	35.10 元
印 张	17		
字 数	300 千字		
购书热线	010-58581118		
咨询电话	400-810-0598		

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

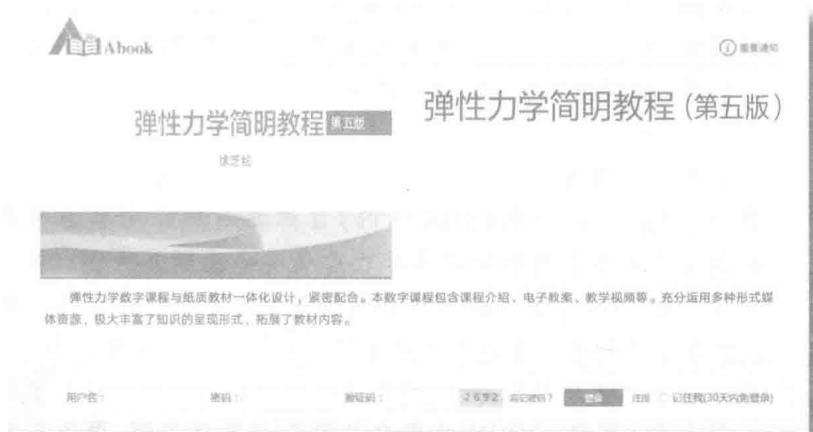
版权所有 侵权必究

物 料 号 49871-00

弹性力学 简明教程

(第五版)

- 1 计算机访问<http://abook.hep.com.cn/12203911>, 或手机扫描二维码、
下载并安装 Abook 应用。
- 2 注册并登录, 进入“我的课程”。
- 3 输入封底数字课程账号 (20位密码, 刮开涂层可见), 或通过 Abook 应
用扫描封底数字课程账号二维码, 完成课程绑定。
- 4 单击“进入课程”按钮, 开始本数字课程的学习。



课程绑定后一年为数字课程使用有效期。受硬件限制, 部分内容无法
在手机端显示, 请按提示通过计算机访问学习。

如有使用问题, 请发邮件至 abook@hep.com.cn。



<http://abook.hep.com.cn/12203911>

第五版前言

弹性力学是固体力学的分支学科,是研究在外来因素作用下变形体的位移、应变和应力分布规律的理论课程。弹性力学课程既是运用数学物理方法进行严格力学分析的入门课程,也是其他变形体力学课程的基础。徐芝纶院士编著的《弹性力学简明教程》是国内高等学校工科专业普遍使用的教材。至今,本教材前四版(1980年第一版、1983年第二版、2002年第三版、2013年第四版)累计印刷发行60多万册。

第五版是在高等教育出版社和“十三五”江苏省高等学校重点教材建设项目及江苏高校品牌专业建设工程资助项目(PPZY2015A019)的支持下,按照2012年教育部高等学校力学教学指导委员会力学基础课程教学指导分委员会制订的《高等学校理工科非力学专业力学基础课程教学基本要求》中“弹性力学教学基本要求”,在广泛征求国内有关高校从事弹性力学教学的教师和专家意见的基础上,经河海大学弹性力学课程组多次讨论和研究,在保持原著的体系和风格下,结合国家级精品课程、国家级精品资源共享课和MOOC(慕课)建设的成果,以及多年的课程教学实践,修订而成的。

本次修订工作的主要内容如下:

(1) 对弹性力学的基本理论(基本概念、基本方程和基本解法)进行了强调和说明,诸如将教材中涉及的“形变分量”统一修改为“应变分量”,以及对有限单元法的概念、原理和求解思路等作了进一步的阐述。

(2) 为加强学习者对弹性力学基本理论的系统性学习和掌握,在绪论中增补了“弹性力学的发展简史”,在空间问题的基本理论中增补了“解的唯一性定理”。

(3) 改写了部分章节的名称,对教材中的文句以及矩阵、向量的书写等进行了完善和修订。

(4) 为适应数字化时代对教材建设的要求,增补了课程教学的数字资源,并通过二维码将数字资源引入到教材之中。数字资源分为两部分:一部分为各章的电子教案;另一部分为部分章节(涵盖了弹性力学的平面问题和有限单元法的内容)的教学视频。供学习者学习和教师教学时参考。

本书第五版承主审人同济大学吴家龙教授提出十分宝贵的意见,特此表示

衷心的感谢。

在第五版修订过程中,得到了河海大学姜弘道教授、卓家寿教授等前辈们的关心和支持。河海大学弹性力学课程组的教师和许多院校的教师们提出了许多宝贵意见。谨此向他们一并表示深切的谢意,尤其要感谢前两版的修订者王润富教授。为确保本书的可持续发展和进一步完善,希望广大教师和学习者在使用过程中,继续向修订者提出意见。

本书第五版由河海大学邵国建执笔修订。

邵国建

2018年2月

第四版前言

弹性力学是固体力学中的一门基础学科,是解决大型、复杂工程结构分析的技术基础,因此是现代土木、水利等工程师必须掌握的基础知识。学习弹性力学的目的,是掌握弹性力学的基本理论(基本概念、基本方程和基本解法),从而可以理解弹性力学问题的已有解答,并应用于实际工程中;从而能够使用弹性力学问题中的近似解法(差分法、变分法和有限单元法),去解决实际工程中的问题。

根据 2006—2010 年教育部高等学校力学教学指导委员会力学基础课程教学指导分委员会制定的“弹性力学教学基本要求”,以及近十年的教学实践经验,我们在保持前几版《弹性力学简明教程》的体系、基本内容和风格的基础上,做了以下几方面的修订:

(1) 对基本理论作了进一步的强调和说明,以使读者能够深入理解和掌握弹性力学的内容。例如关于弹性力学的研究方法、基本假定、两类平面问题,弹性力学的基本方程,以及按位移求解、按应力求解的基本方法,边界条件和圣维南原理的应用,变分解法和有限单元法等都作了进一步阐述。

(2) 为提高读者解决实际问题的能力,在本次修订中进一步突出了解题的思路、方法和步骤的阐述。

(3) 在各章后增加了内容提要,以利读者理清弹性力学的知识系统,抓住重点,巩固和加深理解所学的知识。每章后给出了习题提示,供读者解题时参考。

(4) 对全书的文句及图表作了进一步完善与修订。

修订者衷心地感谢国内许多专家教授及河海大学老师们的帮助、支持和提出的宝贵意见,特别要感谢同济大学吴家龙教授的审稿和宝贵建议。希望今后在专家教授和读者的帮助下,使本教材能继续改进、完善,以适应教学的进步与发展。

本书第四版由河海大学王润富执笔修订。

本书封面插图为锦屏拱坝的有限单元法计算网格图,由河海大学工程力学系提供。

王润富
2012 年 11 月

第三版前言

徐芝纶教授编著的《弹性力学简明教程》，具有内容精炼、深入浅出、易学易懂等特点，被许多工科院校广泛采用。第二版自1983年出版以来，已有相当长的时间了。为了适应科技的发展和贯彻新的国家标准和规范，及时反映教学实践中的经验，第三版在严格地保持原作的特点和风格下，作了少部分的修订。

本书的修订工作是在高等教育出版社的支持下进行的。河海大学弹性力学教研室曾广泛地征求国内许多院校的教授和专家的意见，并经多次讨论研究，又在高等教育出版社组织召开的座谈会上进行讨论，最后才将意见归纳并进行修订的。

修订的具体内容如下：(1) 书中的量和单位的名称、符号及书写规则按1993年发布的GB 3100~3102—1993《量和单位》系列国家标准拟定，科技名词术语按全国自然科学名词审定委员会1993年公布的《力学名词》执行。(2) 为了更便于初学者掌握弹性力学内容，对基本理论（基本概念、基本方程和基本解法）及其应用作了一些强调和说明，如关于边界条件、圣维南原理的应用、按位移求解、按应力求解、有限单元法的概念、差分法的概念、解题的思路和步骤等，都在叙述上补充了少量说明。修订者认为，这对初学者是有益的。此外，第三版中在一些重点内容和结论性的文字下面加排了波纹线。(3) 为加强实践性教学环节，习题量增加了近一倍，这样，任课教师根据教学要求，可有较大的选择余地。这些习题的计算工作量不大，但对巩固基本知识很有好处。(4) 在有限单元法中，由于多数文献是从变分原理导出公式的，因此，书中补充了从最小势能原理导出三角形单元公式的内容。此外，本书主要是使学生建立有限单元法的基本概念，故不再补充其他更多的内容。关于有限单元法程序，由于各校的计算机及使用的语言多不相同，且大都已经有了自己的程序，故也不作提供。(5) 为便于读者阅读弹性力学文献，在附录B中简单地介绍了直角坐标系中的下标记号法。

本书的修订，特别要感谢许多院校教授和专家的支持。张元直编审、姜弘道教授、卓家寿教授等都提出了许多重要意见，徐慰祖教授认真审阅了修订稿，特向他们致以深切的谢意。并希望教师和学生在今后的使用过程中，对修

订稿提出宝贵意见，以使徐芝纶教授编著的教科书得到进一步的完善。

本书第三版由河海大学王润富执笔修订。

王润富

2001年8月

第二版前言

本书的第二版,是参照 1980 年 8 月教育部审定的《高等工业学校弹性力学教学大纲(草案)》对第一版进行修订而成的。由于第一版的内容超出该大纲所规定的较多,因此,修订时主要是删繁就简,只是对个别章节中的讲解有所补充。

首先,该大纲完全没有涉及温度应力问题和有关任一点形变状态的问题,对薄壳问题则“建议根据专业的需要情况,另设选修课程”。在第二版中,当然就删去了这三方面的内容。其次,在该大纲的说明书中,变分法和薄板的弯曲问题并没有列入“本课程的基本要求”,因此,第二版中对这两部分内容作了较多的删减。

体系和章节次序的安排,都保持或改为和该大纲一致。

在第二版中,仍然有一些章节的内容是该大纲中没有明确包括,或者虽然明确包括但是加了星号的,如全部讲授,总共约需 56 至 60 学时。如专业教学计划中配给本课程的学时只有 46 至 50,上述章节就不一定要讲授,其中包括 § 2-7, § 4-7, § 6-9, § 8-2, § 8-4 至 § 8-8, § 9-7 至 § 9-9。

某些专业教学计划只给本课程以 30 至 35 学时。对这些专业的学生,可以完全不讲授空间问题和薄板的弯曲问题,还可以不讲变分法的内容。这样,仍然可以达到该大纲中对“本课程的基本要求”。

徐芝纶
1983 年 5 月

第一版前言

本书是为高等学校水利、土建类专业编写的弹性力学教材。书中的内容系摘自编者为高等学校工科力学专业编写的《弹性力学》，以及以华东水利学院的名义编写的《弹性力学问题的有限单元法》，在内容的编排上根据水利、土建类专业的需要作了一些变动。

本书全部内容所需的教学时数，可能略多于现行有关专业教学计划中所规定的时数，各专业可根据不同情况对其中部分内容适当取舍。各章之后的习题，数量较多，可按照学生课外学时数的多少，布置其中的一部分。

本书承主审人清华大学龙驭球同志和太原工学院、浙江大学、成都科学技术大学、武汉建筑材料工业学院、北京工业大学、南京工学院、北京建筑工程学院、武汉水利电力学院、华北水利水电学院、西南交通大学参加审稿的同志提出了宝贵的意见，特此表示衷心的感谢。

姜弘道和李昭银两位同志参加了本书的编写工作。

徐芝纶

1979年11月

主要符号表

弹性力学(方括号内表示其量纲①)

坐标[L或1] 直角坐标 x, y, z ; 圆柱坐标 ρ, φ, z ; 极坐标 ρ, φ 。

体力分量 [$L^{-2}MT^{-2}$] f_x, f_y, f_z (直角坐标系); f_ρ, f_φ, f_z (圆柱坐标系); f_ρ, f_φ (极坐标系)。

面力分量 [$L^{-1}MT^{-2}$] $\bar{f}_x, \bar{f}_y, \bar{f}_z$ (直角坐标系); $\bar{f}_\rho, \bar{f}_\varphi, \bar{f}_z$ (圆柱坐标系); $\bar{f}_\rho, \bar{f}_\varphi$ (极坐标系)。

位移分量 [L] u, v, w (直角坐标系); u_ρ, u_φ, u_z (圆柱坐标系); u_ρ, u_φ (极坐标系)。

边界约束分量 [L] $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ (直角坐标系)。

方向余弦[1] l, m, n (直角坐标系)。

应力分量 [$L^{-1}MT^{-2}$] 正应力 σ , 切应力 τ ; 全应力 p ; 斜面应力分量 p_s, p_y, p_z (直角坐标系); σ_n, τ_n ; 体积应力 Θ 。

应变分量[1] 线应变 ε , 切应变 γ ; 体积应变 θ 。

势能和功 [L^2MT^{-2}] 应变能 U , 外力势能 V , 总势能 E_p ; 功 W 。

艾里应力函数 Φ [LMT^{-2}]。

弹性模量 E [$L^{-1}MT^{-2}$], 切变模量 G [$L^{-1}MT^{-2}$], 体积模量 K [$L^{-1}MT^{-2}$]。

泊松比 μ [1]。

有限单元法(平面直角坐标系,三结点三角形单元)

体力列阵 $\mathbf{f} = [f_x \quad f_y]^T$ 。

面力列阵 $\bar{\mathbf{f}} = [\bar{f}_x \quad \bar{f}_y]^T$ 。

集中力列阵 $\mathbf{f}_p = [f_{p_x} \quad f_{p_y}]^T$ 。

位移函数列阵 $\mathbf{d} = [u(x, y) \quad v(x, y)]^T$ 。

单元结点位移列阵 $\boldsymbol{\delta}^e = [\boldsymbol{\delta}_i \quad \boldsymbol{\delta}_j \quad \boldsymbol{\delta}_m]^T$, $\boldsymbol{\delta}_i = [u_i \quad v_i]^T \quad (i, j, m)$ 。

单元结点力列阵 $\mathbf{F}^e = [\mathbf{F}_i \quad \mathbf{F}_j \quad \mathbf{F}_m]^T$, $\mathbf{F}_i = [F_{ix} \quad F_{iy}]^T \quad (i, j, m)$ 。

单元结点荷载列阵 $\mathbf{F}_L^e = [\mathbf{F}_{Li} \quad \mathbf{F}_{Lj} \quad \mathbf{F}_{Lm}]^T$, $\mathbf{F}_{Li} = [F_{Lix} \quad F_{Liy}]^T \quad (i, j, m)$ 。

单元位移列阵 $\mathbf{d} = N\boldsymbol{\delta}^e \quad (N \text{ 为形函数矩阵})$ 。

单元应变列阵 $\boldsymbol{\varepsilon} = B\boldsymbol{\delta}^e \quad (B \text{ 为应变矩阵})$ 。

① 量纲采用国际单位制(SI)表示,以长度(L)、质量(M)、时间(T)、电流(I)、热力学温度(Θ)、物质的量(N)、发光强度(J)为基本量。量纲一的量以符号“1”表示。

单元应力列阵 $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{S}\boldsymbol{\delta}^e$ (\mathbf{D} 为弹性矩阵, \mathbf{S} 为应力转换矩阵, $\mathbf{S} = \mathbf{DB}$)。

单元结点力列阵 $\mathbf{F}^e = \mathbf{k}\boldsymbol{\delta}^e$ (\mathbf{k} 为单元劲度矩阵, $\mathbf{k} = \int_A \mathbf{B}^T \mathbf{DB} dx dy t$)。

单元结点荷载列阵 $\mathbf{F}_L^e = \mathbf{N}^T \mathbf{f}_b t + \int_{\sigma} \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{f}} dst + \int_A \mathbf{N}^T \mathbf{f} dx dy t$ 。

结点平衡方程组 $\mathbf{K}\boldsymbol{\delta} = \mathbf{F}_L$ (\mathbf{K} 为整体劲度矩阵)。

目 录

主要符号表

第一章 绪论	(1)
§ 1-1 弹性力学的内容	(1)
§ 1-2 弹性力学中的几个基本概念	(2)
§ 1-3 弹性力学中的基本假定	(6)
§ 1-4 弹性力学的发展简史	(8)
本章内容提要	(10)
习题	(10)
第二章 平面问题的基本理论	(12)
§ 2-1 平面应力问题与平面应变问题	(12)
§ 2-2 平衡微分方程	(13)
§ 2-3 平面问题中一点的应力状态	(16)
§ 2-4 几何方程 刚体位移	(19)
§ 2-5 物理方程	(21)
§ 2-6 边界条件	(23)
§ 2-7 圣维南原理及其应用	(26)
§ 2-8 按位移求解平面问题	(29)
§ 2-9 按应力求解平面问题 相容方程	(32)
§ 2-10 常体力情况下的简化 应力函数	(34)
本章内容提要	(38)
习题	(38)
第三章 平面问题的直角坐标解答	(43)
§ 3-1 逆解法与半逆解法 多项式解答	(43)
§ 3-2 矩形梁的纯弯曲	(45)
§ 3-3 位移分量的求出	(46)
§ 3-4 简支梁受均布荷载	(49)
§ 3-5 楔形体受重力和液体压力	(54)

本章内容提要	(57)
习题	(58)
第四章 平面问题的极坐标解答	(62)
§ 4-1 极坐标中的平衡微分方程	(62)
§ 4-2 极坐标中的几何方程和物理方程	(64)
§ 4-3 极坐标中的应力函数与相容方程	(67)
§ 4-4 应力分量的坐标变换式	(69)
§ 4-5 轴对称应力及相应的位移	(70)
§ 4-6 圆环或圆筒受均布压力	(73)
§ 4-7 压力隧道	(75)
§ 4-8 圆孔的孔口应力集中	(78)
§ 4-9 半平面体在边界上受集中力	(83)
§ 4-10 半平面体在边界上受分布力	(87)
本章内容提要	(90)
习题	(90)
第五章 平面问题的差分法和变分法	(95)
§ 5-1 差分公式的推导	(95)
§ 5-2 应力函数的差分解	(97)
§ 5-3 应力函数差分解的实例	(102)
§ 5-4 弹性体的应变能和外力势能	(105)
§ 5-5 位移变分方程	(108)
§ 5-6 位移变分法	(110)
§ 5-7 位移变分法的例题	(112)
本章内容提要	(115)
习题	(115)
第六章 平面问题的有限单元法	(119)
§ 6-1 基本量及基本方程的矩阵表示	(119)
§ 6-2 有限单元法的概念	(121)
§ 6-3 单元的位移模式与解答的收敛性	(124)
§ 6-4 单元的应变列阵和应力列阵	(128)
§ 6-5 单元的结点力列阵与劲度矩阵	(130)
§ 6-6 单元的结点荷载列阵	(133)
§ 6-7 结构的整体分析 结点平衡方程组	(135)

§ 6-8 解题的具体步骤 单元的划分	(143)
§ 6-9 计算成果的整理	(147)
§ 6-10 计算实例	(150)
§ 6-11 应用变分原理导出有限单元法基本方程	(154)
本章内容提要	(156)
习题	(157)
第七章 空间问题的基本理论	(161)
§ 7-1 平衡微分方程	(161)
§ 7-2 物体内任一点的应力状态	(163)
§ 7-3 主应力 最大与最小的应力	(164)
§ 7-4 几何方程 物理方程	(167)
§ 7-5 轴对称问题的基本方程	(169)
§ 7-6 解的唯一性定理	(173)
本章内容提要	(175)
习题	(176)
第八章 空间问题的解答	(178)
§ 8-1 按位移求解空间问题	(178)
§ 8-2 半空间体受重力和均布压力	(180)
§ 8-3 半空间体在边界上受法向集中力	(181)
§ 8-4 按应力求解空间问题	(185)
§ 8-5 等截面直杆的扭转	(188)
§ 8-6 扭转问题的薄膜比拟	(191)
§ 8-7 椭圆截面杆的扭转	(193)
§ 8-8 矩形截面杆的扭转	(196)
本章内容提要	(198)
习题	(199)
第九章 薄板弯曲问题	(202)
§ 9-1 有关概念及计算假定	(202)
§ 9-2 弹性曲面的微分方程	(204)
§ 9-3 薄板横截面上的内力	(207)
§ 9-4 边界条件 扭矩的等效剪力	(211)
§ 9-5 四边简支矩形薄板的重三角级数解	(214)
§ 9-6 两对边简支矩形薄板的单三角级数解	(217)

§ 9-7 矩形薄板的差分解	(220)
§ 9-8 圆形薄板的弯曲	(222)
§ 9-9 圆形薄板的轴对称弯曲	(225)
本章内容提要	(227)
习题	(228)
附录 A 变分法简介	(232)
附录 B 直角坐标系中的下标记号法	(236)
内容索引	(239)
外国人名译名对照表	(242)
Synopsis	(243)
Contents	(244)
作者简介	(248)