

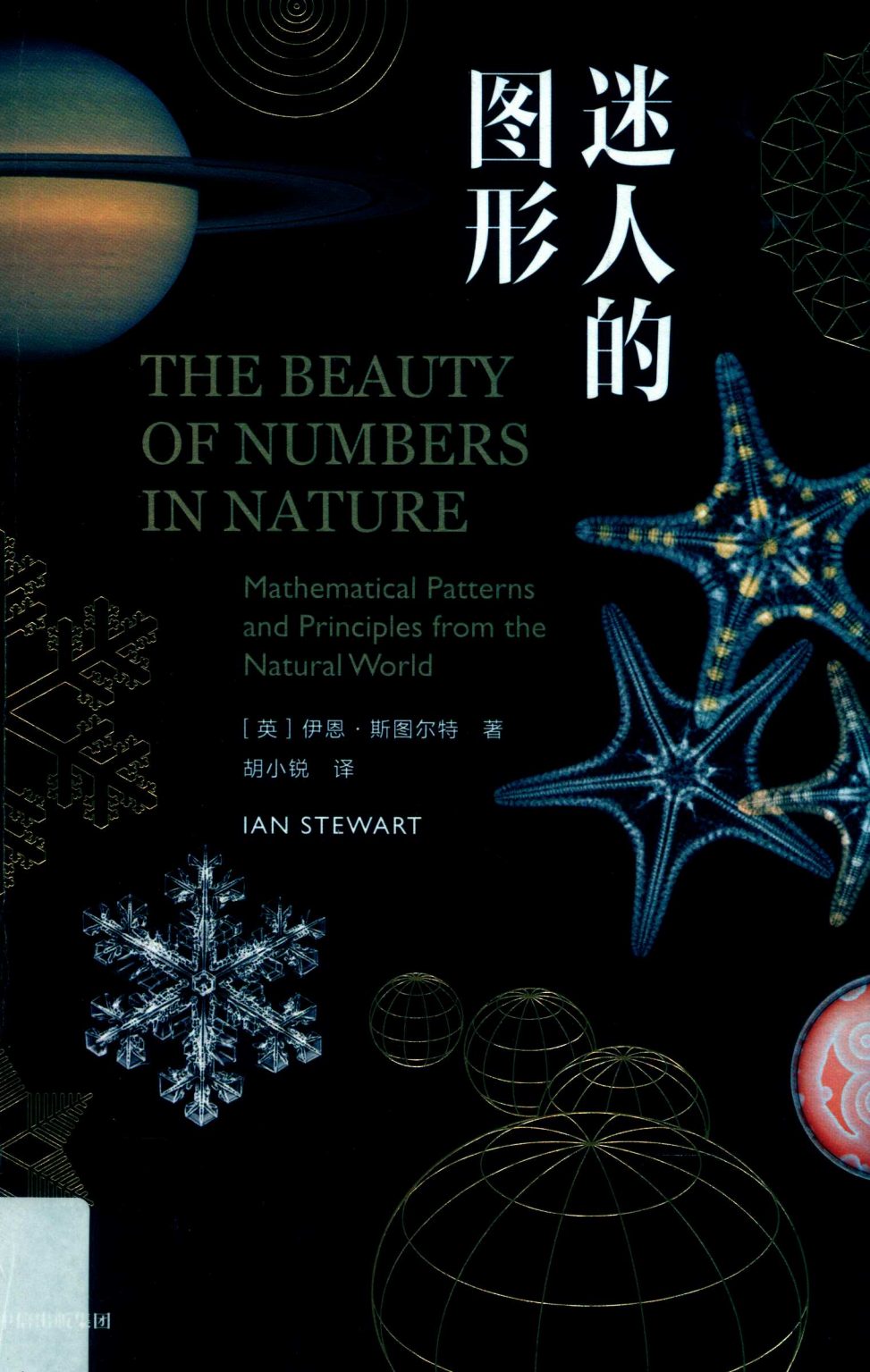
# 迷人的 图形

## THE BEAUTY OF NUMBERS IN NATURE

Mathematical Patterns  
and Principles from the  
Natural World

[英] 伊恩·斯图尔特 著  
胡小锐 译

IAN STEWART





# 图形迷人的

## THE BEAUTY OF NUMBERS IN NATURE

Mathematical Patterns  
and Principles from the  
Natural World

[英] 伊恩·斯图尔特 著  
胡小锐 译

IAN STEWART

## 图书在版编目 (CIP) 数据

迷人的图形 / (英) 伊恩·斯图尔特著; 胡小锐译

—北京: 中信出版社, 2019.4

书名原文: The Beauty of Numbers in Nature:

Mathematical Patterns and Principles from the

Natural World

ISBN 978-7-5086-9886-1

I. ①迷… II. ①伊… ②胡… III. ①图形-普及读物 IV. ①O181-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第000692号

The Beauty of Numbers in Nature by Ian Stewart

Text copyright © Joat Enterprises 2001, 2017

Design and layout copyright © The Ivy Press Limited 2001, 2017

All rights reserved.

No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording, or by any information storage-and-retrieval system, without written permission from the copyright holder.

Simplified Chinese translation copyright © 2019 by CITIC Press Corporation

All Rights Reserved.

### 迷人的图形

著者: [英] 伊恩·斯图尔特

译者: 胡小锐

出版发行: 中信出版集团股份有限公司

(北京市朝阳区惠新东街甲4号富盛大厦2座 邮编 100029)

承印者: 北京楠萍印刷有限公司

开本: 880mm × 1230mm 1/32

印张: 10.75 字数: 260千字

版次: 2019年4月第1版

印次: 2019年4月第1次印刷

京权图字: 01-2018-4679

广告经营许可证: 京朝工商广字第8087号

书号: ISBN 978-7-5086-9886-1

定价: 59.00元

版权所有·侵权必究

如有印刷、装订问题, 本公司负责调换。

服务热线: 400-600-8099

投稿邮箱: author@citicpub.com

## 前言

我6岁那年，在一个朋友那里看到了一些稀奇古怪的小五角星。朋友说，那是海百合化石碎片，是他在海滩上拾到的。随后的几个星期里，我经常跑到海滩上试图寻找五角星形状的化石，但再也没有看到。然而，我找到了一些漂亮的螺旋形菊石化石。五角星形、螺旋形……我不由得疑窦顿生：自然界为什么会有这么多图形呢？

与之不同的是，我刚刚开始接触数学时，它却给我一种寡淡无味的感觉。学习数学似乎就意味着摆弄数字。虽然代数略有不同，但也仅是用符号来代替未知数罢了。如果有人告诉我化石雅致、美妙的几何形状与数学之间有着紧密的联系，我肯定会觉得不可思议。

大多数孩子在刚开始接触数字时都有浓厚的兴趣，但他们随后就会发现计算是一种折磨，而且有的计算似乎毫无意义，因此在若干年之后，很多孩子就会逐渐丧失对数学的兴趣。我与大多数孩子都不同，因为我一直对数学感兴趣，而且随着学习的深入，我有了两个发现：第一，数字本身蕴含着无穷的魅力；第二，数学是一门博大精深的学科，数字仅是冰山一角，除此以外，它还涉及形状、概率、运动，更重要的是，它与图形有关。事实上，人们经常说数学提供了研究各种图形的系统性理论。

有的数学图形是“无形”的，例如，所有平方数的个位数都是0、1、4、5、6或9，而不可能是2、3、7或8。从某种意义上讲，这就是一种“图形”，但我们无法在笔记本上工整地把它画出来。有的图形一目了然，例如菊石化石、蜗牛、旋涡、星系全部呈现螺旋形。蜂窝是由成百上千个小六边形构成的，而形状相同的硬币紧密排列时也会形成同样有规律的结构。这种相似性令人吃惊，因为硬币是圆形，而不是六边形。冰晶中的原子也具有同样的排列结构，因此雪花通常有六条边。有的图形还是动态的，例如运动表现出来的规律性。动物的运动尽管有各种各样的表现形式，例如蛇的滑行，马的快步行走，但是归根结底都具有数学的统一性。

这些例子都说明了一个深刻的道理：数学图形具有普遍性，不同的情境中经常会出现同一个图形。

这就是我创作本书的目的。数学（“数字”）是如何揭示我们周围世界（“自然界”）中蕴藏的秘密的？自然界的各种图形以及解释这些图形的数学原理引发了人类的审美意识（“美”）。自然界的美直接、直观，而数学的美则蕴含于逻辑结构以及深刻的数学发现之中。但由于现代计算机制图技术的发展，数学同样具备了直观表现美的能力。

对图形的数学研究可谓源远流长：古希腊人对毕达哥拉斯及其门徒奉若神明，对数字顶礼膜拜，认为数字是整个宇宙的哲学基础；1202年出版的一本书把兔子问题列入其中；一位伟大的数学家因为小提琴可以演奏美妙的乐声而感到困惑不解；一位专利局的职员发现了时间和空间有着千丝万缕的联系；一位离经叛道的数学家因为锯齿状的闪电、枝叶参差不齐的大树和绵延起伏的山脉而感到奇怪，想知道为什么大自然不喜欢球形、圆柱体这类规整的几何形状。

本书首先讨论了一个有代表性的简单问题：漫天飞舞的雪花都是对称的六角形，但每一片雪花的形状又各有不同，这是为什么呢？雪花其实就是由水结成的一小团冰，它是如何将规则性与不规则性融为一体，形成了这种奇怪的混合体的呢？在本书结尾，我将就这个问题给出一个算不上圆满的答案，并告诉大家一个事实：数学“图形”千变万化，有的甚至根本看不出是一个图形。有时候，大自然遵循的法则会呈现出某种图形，但大自然本身的表现却看不出任何规律。

本书从普普通通的雪花开始讲起，带领大家展开对数学与自然界之间的关系的广泛而深入的讨论。数字在两者之间扮演着重要的角色，六角形等规整形状的作用同样不容忽视，但除此以外，还有一个隐藏得更深的因素，那就是结构形态这个概念，尤其是对称的概念。自然界中的图形不计其数，但成因只有一个，即物理基本定律的对称性，而有的对称性（尽管不一定是所有对称性）会以图形的形式表现出来。例如，沙漠中沙丘形成的平行线与老虎身上的条纹，都产生于相同的对称性破缺过程，但前者是作用在沙子上，而后者是作用于化学色素上。

这个问题还涉及动态研究：物体是如何运动的，物体的形状、大小与位置是如何随着时间的迁移而发生变化的。借助研究动态的数学，艾萨克·牛顿发现，只要理解了一个简洁而巧妙的数学法则——万有引力定律，太阳系各大行星纷繁复杂的运动就会变得一目了然。数学告诉我们，解释自然界中各种图形的关键不在于这些图形本身，而在于产生这些图形的基本法则。混沌理论认为，有规律的法则有时会产生无规律的行为或表现。

现代科学技术全部建立在这个深刻发现的基础之上。自然界遵从

各种各样的规则，而数学可以帮助我们发现并描述这些规则。雪花之所以表现出六方对称，并在这个基础上形成了各种各样的形态，原因很简单，那就是它们需要遵从化学与动态变化法则。有人认为揭示这些规则会破坏美，并用魔术做类比：如果我们知道舞台上的魔术师是如何从帽子里变出一只兔子的，魔术就会失去它的魅力。但是，自然界的图形可不是舞台上的魔术，了解这些图形的起源，可以进一步揭示图形中蕴含的特点与关系，让我们得到更多美的感受。

# 目 录

## 前 言 III

---

### 第一部分 图形的原理

- |                 |     |
|-----------------|-----|
| 第 1 章 雪花是什么形状的? | 002 |
| 第 2 章 自然界中的图形   | 011 |
| 第 3 章 宇宙中的图形    | 033 |
- 

### 第二部分 图形中的数学世界

- |               |     |
|---------------|-----|
| 第 4 章 一维世界的图形 | 050 |
| 第 5 章 镜像对称    | 065 |
| 第 6 章 旋转对称    | 084 |
| 第 7 章 镶嵌图形    | 103 |
| 第 8 章 斑点与条纹   | 125 |
| 第 9 章 三维世界的图形 | 150 |
| 第 10 章 缩放与螺旋  | 175 |
| 第 11 章 时间的对称性 | 194 |





---

### 第三部分 简单图形与复杂图形

- |        |          |     |
|--------|----------|-----|
| 第 12 章 | 复杂性和突变   | 220 |
| 第 13 章 | 大自然中的分形  | 239 |
| 第 14 章 | 混沌中的秩序   | 260 |
| 第 15 章 | 自然法则的秘密  | 292 |
| 第 16 章 | 答案终于揭晓了! | 316 |

---

术语索引 329

扩展阅读 335



# 第一部分 图形的原理



## 第 1 章 雪花是什么形状的？



雪花是什么形状的？一片雪花静静地躺在我的衣袖上，在街灯的照射下微微闪着光。天空中还有一片片一碰就碎的雪花，轻轻地飘落下来。天气非常寒冷，但这正合我意，因为这样我就可以在雪花融化之前，认真地观察它们的形状了。但我的两只耳朵已经冻得有点儿麻木了。

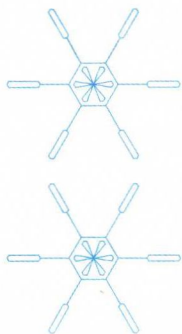
单凭肉眼也可以看出我衣袖上的这片雪花呈现出一个明显的形状，而不是毫无规律的一团。我专门买了一个放大镜，在它下面，这片雪花绽放出一种摄人心魄的美。它看起来就像用洁净的水晶制成的蕨草，更准确地说，它像是由六棵根部相连、形态一致的蕨草组成的。规律性与随意性、有序与无序、图形与无意的随性集中在这片雪花上，形成了一个奇怪的混合体。它呈现出堪称完美的六方对称，六个部分的形状一模一样，而这种形状从未出现在欧几里得几何中。这不是一种毫无规律的形状，但是你也无法在任何词典中找到这种形状的名称。

你可以找到“树枝晶体”（dendrite）这个词，但是科学家用这个词指代某一类形状，而不是某一个具体的形状。这个词来源于希腊语中表示“树”的词。树是什么形状？答案是：树形。但是，雪花不是树，不是蕨草，也不是羽毛。

雪花就是雪花，它的形状呈雪花形。

接着，又一片雪花飘落下来。这片雪花也是六方对称的形状，神奇的是，它与蕨草的形状有所区别，与第一片雪花不太一样。看起来，“雪花形”这个表达会导致一个问题。据说，任何两片雪花的形状都不会完全相同。但是，作为一名专业从事数学研究的人，我可能会认为这句话要么毫无价值，要么有些夸张。如果深入研究，自然界中任何两个事物都会有所不同。或许，你可以找到两个一模一样的电子，但我认为这种可能性也不大。如果仅考虑低倍放大镜下可以观察到的差异，考虑到地球40亿年历史中曾经飘落下来的不计其数的雪花，那么在某时某地出现两片完全相同的雪花应该是可能的吧？但是，如果计算一下可能性，你就会发现答案未必那么肯定。假设我的眼睛可以分辨100个细微特征，每片雪花可能具备也可能不具备这些特征，那么一共可以形成 $10^{30}$ 种不同的形状。可见，无论如何，我都难以在这么多片不同形状的雪花中找出完全相同的两片来。

同大多数人一样，我从可以看懂百科全书的时候起，就对雪花的



从远处看，一望无垠的雪景给人一种宏伟壮丽的美感。但是近距离观察时，一片形状规则的雪花包含了非常重要的信息，有助于我们了解自然界的各种图形中蕴藏的美以及复杂性

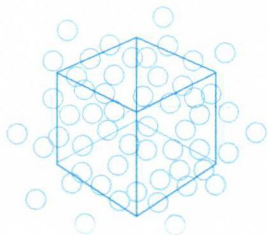
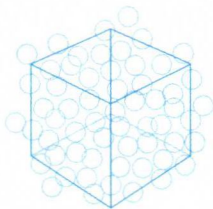
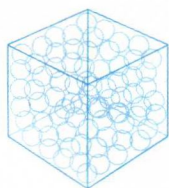
形状有所了解。但在这之前，我只是在书本上看过雪花的照片，或偶尔看过真实的雪花。这天晚上，我第一次掏出放大镜认真观察。我惊奇地发现，百科全书说得不错，这些雪花有点儿像蕨类植物的叶子，轮廓呈清晰的六角形。在数学家的眼中，它们就是典型的六角形。有的雪花是标准的六角形，六条线都是直线，因此它们具有相同的形状。我想，那句形容雪花形状千变万化的经典说辞要么是没有把这些雪花包含进去，要么本身就是一种诗意的破格。但其他雪花怕是只能算作与六角形相差几个辈分的远亲了，而这正是我要研究的对象。

雪花这样的形状到底是如何形成的呢？整个过程非常神秘。但是，站在这个寒冷彻骨的冬夜里，我清楚地知道它肯定与冰有关。雪花是由冰形成的，所以这个过程肯定与冰有关。

我用冰箱制成的冰都是方块状的。当然，我们虽然称之为方块，但实际上它们只是大致呈现出方块的形状。它们没有变成六角形，也不像羽毛状的蕨类植物的叶片。而且，这些冰都是用模具制成的。只要买到合适的模具，你可以制成满满一冰箱的泰迪熊状或六边形冰

---

并不是说把两个氢原子和一个氧原子组合到一起就可以形成水，它更像一个房间，里面挤满了正在翩翩起舞的人。在水结成冰时，所有人都停止了舞步，姿态就定格在舞步停止的那一刻



块，但这样做其实是在自欺欺人。云层上方是没有制作雪花的专用模具的。在那里，冰在没有人干预的情况下聚集到一起，呈现出了某种图形。但是，无论云层上方发生了什么，都肯定与冰有着某种关系。

## 杰克冻人

---

小时候，我的卧室窗户内侧玻璃上的杰克冻人<sup>①</sup>——因为结冰而形成的羽毛状和树叶状图案，是冰雪留给我的最早记忆之一。

我家住的是带飘窗的房子，位于联排住宅的末端。冬天，我们用煤炭取暖。到了晚上，炉火逐渐变弱，最终熄灭。空气中的水遇到冰冷的窗户就会冷凝，到了深夜还会结冰。因此，每天早晨，窗玻璃上就会布满树叶状的冰，给人一种置身卢梭<sup>②</sup>笔下超现实丛林的感觉。当然，那时候的我肯定不会有这种感觉。但是这些冰真的很好看，也令我困惑不已。

现代家庭大多采用中央供暖系统，因此我们不大可能在窗户上看到这样的冰。但是，如果在结冰的天气里将车停在户外，第二天你就可以看到车窗，甚至整个车身上都有这样的图案。看来，在不受干扰时，冰很容易形成这种树叶状的图案，而它需要的条件就是寒冷。但是，云层中没有窗户，雪花又是怎样形成的呢？而且，窗玻璃上的杰克冻人也不是六角形，而是一堆乱蓬蓬的树叶状图案。然而，我们仍

---

① 杰克冻人（Jack Frost）是梦工厂动画片《守护者联盟》里的主角。——译者注

② 亨利·卢梭（Henri Rousseau, 1844—1910），法国卓有成就的伟大画家。——译者注

可以从这些树叶状的冰开始研究，这似乎是一个好主意。下面我们来看看它们到底是如何形成的。

冰可以形成各种各样的形状。即使在天上的云层中，也有针状、管状和三角形（尽管比较少见）的冰，更不用说金字塔形、子弹形和冠柱形的冰块了。此外，云层中还可以形成冰雹。竟然还有冰雹！几年前，我们曾经在明尼阿波利斯遭遇过一次冰雹。下午三四点钟的时候，天突然变得阴沉沉的，仿佛午夜提前降临了。高尔夫球大小的冰雹从天而降，在汽车上砸出了坑，吓得路人四处奔逃。冰雹的重量，再加上大风的作用，把大树连根拔起。那次冰雹发生在春天。当明尼苏达州进入漫长的冬季之后，你会发现各种形态的冰——雪堆、冰柱……明尼苏达州有很多湖，每到冬天都是一幅冰天雪地的景象。

冰是什么？冰是冻结的水。那么，水是什么？化学课本告诉我们，水分子非常简单，包含两个氢原子和一个氧原子。但是，这种简单成分具有欺骗性，因为水是最微妙、最难以理解的液体之一。水可以溶解非常多的化学物质，是生命体的一个重要组成成分。

我经常想，广袤宇宙的深处肯定有其他形式的生命。它们是由不同的物质构成的，但是从复杂程度、自组织等更深层次的特征来看，它们与地球生命有着相似之处。外星生命可能不会把遗传信息储存在DNA（脱氧核糖核酸）编码中，它们可能不是由碳构成的，可能不需要水，可能不需要星体、大气，它们甚至可能不是由物质构成的（比如，我们可以假设某种生命形式是由某颗恒星表面上纵横交错的磁旋涡构成的）。但是，在我们发现这些生命体之前（也可能除我们之外，再也没有其他生命体了），我们目前知道的生命形式都严重依赖水的特性。



在冷的表面上生成的冰晶，向各个方向延伸的速度是不一样的，因此会拥挤成一团，就像一簇簇亮晶晶的锯齿状树叶。这些冰至少有16种形状。看来，通过雪花揭示其中的秘密并不是一件容易的事



也正是出于这个原因，美国国家航空航天局对木星的卫星木卫二产生了兴趣。木卫二的表面覆盖着半英里<sup>①</sup>厚的冰层，似乎并不适宜生命的存活。但是，有确凿证据表明，木卫二的冰层下方有大量液态水，深度超过60英里。也就是说，木卫二上的水比地球表面全部海洋的储水量还要多。由于受到木星潮汐力的反复作用，木卫二星核的温度比较高，所以可以提供能量。地球最大的湖之一——沃斯托克湖，位于南极冰层下大约2英里深。我们知道沃斯托克湖水中有细菌，那么木卫二的冰层下为什么不能有细菌存在呢？

水是一种独特的化学物质，除了液态以外，它还可以变成气态（蒸汽）和固态（冰）。只有气态的水看起来比较简单。

① 1英里≈1.61千米。——编者注



## 痴迷图形的开普勒

雪花是什么形状的？可以想象，在很久以前，肯定有一位人类的远祖，即一位目光敏锐的原始人，曾经疑惑地盯着凝结在自己毛发上的白色小颗粒。我知道，雪花呈六方对称的说法已经流传了数千年。我的藏书中就有一本翻旧了的《论六角形雪花》（*On the Six-Cornered Snowflake*）。1611年，德国天文学家约翰尼斯·开普勒写完了这本书，将它作为新年礼物送给了他的资助人——瓦肯菲尔斯的约翰·马修·瓦克尔。开普勒对图形的发掘情有独钟，到了近乎痴迷的程度。他从石榴籽和行星运动中发现了数学规则，其中一些规则对今天的科研人员仍然具有启发作用。石榴籽具有三维密堆积几何体的重要特征。石榴在其果实的有限空间里塞入尽可能多的种子，高效地完成了进化的过程。同时，开普勒通过研究行星的运动，准确找到了行星轨



自然界中的图形有时是与基本物理规律暗合的。开普勒借助石榴籽的排列，理解了冰的结构特点