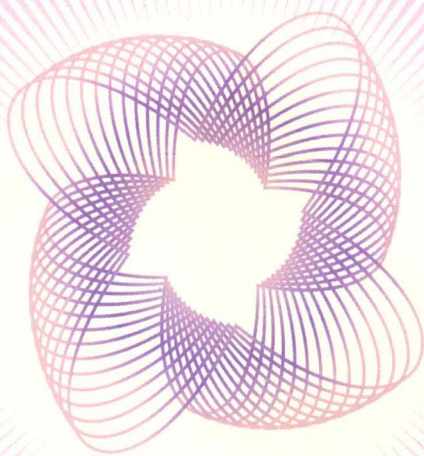


高等院校数学教师教育系列教材

总主编 李永新 曾 峥

中学数学 教育学概论

李永新 李 劲 主 编



科学出版社

高等院校数学教师教育系列教材

中学数学教育学概论

总主编	李永新	曾 峥
主 编	李永新	李 劲
副主编	侯亚林	赵明霞

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是高等院校数学教师教育系列教材的第一分册,全书包括绪论和正文八章,是关于数学教育基本理论与实践的研究概论。绪论首先综述了数学教育学的学科任务与特点、研究内容与方法、学习目的与意义。第一章介绍了中学数学课程标准的设计理念、课程目标与内容;第二章在回顾数学教育改革发展历程的基础上,就现代数学教育的文化价值观和主要的数学教育理论作了介绍;第三至五章分别就中学数学学习、逻辑基础与思维规律、课程实施原则与方法等方面进行了专题介绍;第六、七章重点就日常教学工作和基本教学技能方面的实践问题作了探讨;第八章分别就中学数学教师的基本素质、数学教育研究的过程与方法,以及数学教育论文的撰写问题进行了研究。

本书的设计定位是高等院校数学教师教育方向相关专业数学教育课程的教学用书,也可作为中学数学教师继续教育及相关教研人员的教研参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

中学数学教育学概论/李永新,李劲主编. —北京: 科学出版社,2012

高等院校数学教师教育系列教材/李永新,曾峥总主编

ISBN 978-7-03-034052-8

I. ①中… II. ①李… ②李… III. ①中学数学课-教育学-高等师范院校-教材 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 125432 号

责任编辑:胡云志 相 凌 唐保军/ 责任校对:桂伟利

责任印制:阎 磊/ 封面设计:华路天然工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 6 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2012 年 6 月第一次印刷 印张:17 1/2

字数:358 000

定价:34.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

序

近年来,“教师的专业发展”成为学界关注的一个研究课题,如教师需要什么知识、教师的知识结构是什么形态、教师的知识从何而来、教师专业发展的阶段性、学科教学知识(PCK)对教学的影响等,国内外学者对这些问题都开展了一系列研究。许多研究表明,职前训练是教师成长的必经之路,是教师专业发展的必需环节。而要进行有效的职前训练,就需要高质量的教材和恰当的训练方式。显然,教师的职前训练是师范院校的一项重要任务和常规工作。

作为未来的教师,高等师范院校的学生应当具备哪些知识,或者说,教师应当具备什么知识,不同的学者有自己的见解。舒尔曼(L. S. S. Shulman)把教师知识分为如下7类:学科内容知识、一般教学法知识、课程知识、学科教学知识、学生知识、教育环境知识和其他学科知识。格罗斯曼(P. L. Grossman)的分类方法为内容知识、学习者与学习知识、一般教学法知识、课程知识和教育环境知识。伯利纳(D. C. Berliner)的分类方法为学科专长、课堂管理专长、教学专长和诊断专长。帕特南和博克(Putnam & Borker)的分类方法为一般教学法知识、学科知识、学科教学法知识。艾尔贝兹(F. Elbaz)的分类方法为学科知识、课程知识、教学法知识、关于自我的知识。显然,作为教师必须具备学科教学知识,这一点已经成为国内外学者的共识。学科教学知识的核心是知识的学科性和知识的实践性,学科教学知识的生成源于理论,学科教学知识的发展源于实践。因此,作为数学教师来说,就应当在职前习得数学学科教学的理论知识,在职后发展数学学科教学的实践知识。

事实上,数学教学理论一直是我国高等师范院校的必修课程,1980年以来,出版了几十种以“数学教材教法”、“数学教学论”、“数学教育学”冠名的教材或论著,这些著作作为我国的师范生培养作出了积极的、重要的贡献。

由李永新教授作总主编的系列教材《中学数学教育学概论》、《中学代数研究与教学》、《中学几何研究与教学》是2007年出版的,应当属于我国数学教育理论系列书籍中比较新的一套教材。我认真阅读了李永新教授和曾峥教授寄给我的这三本书,有两点感受。

其一,目标定位明确,内容与目标有高度的一致性。这套教材以培养初中数学教师为主要目标,三本书的内容都紧紧围绕这一目标展开。《中学数学教育学概论》中的数学课程标准分析、数学教育改革介绍、数学教学原则阐述、数学教学方法

运用,都以体现初中教师的特性为内容展示的逻辑起点和目标实现的归宿。《中学代数研究与教学》与《中学几何研究与教学》以初中教师必备的数学知识为讨论对象,同时增加与数学课程改革相适应的学科内容,使教材的目标与内容统一,针对性强,普适性广。

其二,内容组织严谨,体现出结构的系统性。首先,三本书的内容体现了初中数学教学应当“达到什么目标”、应当“教什么”、应当“怎么教”和“为什么要这样教”的逻辑链关系,内容充实,结构完整。其次,内容的系统性又表现为突破了传统数学教育论著的阂界,增加了一些与现代数学教育理念相吻合的元素。例如,在《中学数学教育学概论》中,比较详细地讨论了数学教育的文化价值观,对数学教育的价值取向作出了新的定位,从而走出了只把数学教育作为科学教育来认识的范畴;将弗赖登塔尔、波利亚等数学教育家的理论作为数学教育的理论基础,冲破了早期著作中只以一般教育和心理理论作为数学教育理论基础的束缚。再次,内容的系统性还表现为视野开阔。在《中学数学教育学概论》中,用较多的篇幅介绍了国外的数学课程与数学教学改革情况,并作了比较与分析,这对于扩大学生眼界、丰富学生的知识都是有益的。在《中学代数研究与教学》与《中学几何研究与教学》两本书中,不仅以专题形式介绍各种知识类型,而且专门安排章节讨论教学方法,并用案例形式介绍代数与几何的教学设计,凸显了知识的应用性和教学的操作性。

总之,我感觉这是培养初中数学教师的一套好教材。事实上,该套教材的再版就足以说明它的价值和它所具有的生命力。

谈一点感想,权当为序,同时也借此表达对这套教材编写团队同行们的敬意。

喻 平

2012年4月于南京师范大学

序 二

作为世界上最大的发展中国家,在科教兴国战略方针的指引下,我国业已面临要加速发展基础数学教育的历史任务。这就迫切需要培育百万计的高素质中学数学教师队伍。在此种形势下,近年来国内已陆续出版了多种版本的数学教育学及教学法类著作和教材。新近最有影响的当是张奠宙、宋乃庆二位专家主编的《数学教育概论》及其后续诸教程。我很高兴看到那是一部集思广益、众志成城的作品,曾为该书写过序。

现今邀我作序的这套高等院校数学教师教育系列教材,由李永新、曾峥两位教授负责总体设计和编写,共三册,分别命名为《中学数学教育学概论》、《中学代数研究与教学》、《中学几何研究与教学》,同样也是一套通过集思广益、分工合作完成的著作。由于撰稿人大多是从事数学教育研究与教学多年的一线在职教师,他们既有教学实践经验,又充分理解新数学课程标准的理念与要求。从中不难看出这套教材有两个突出特点:一是兼顾继承与创新两个方面,既注重精选保留传统内容,又充分融入了许多普遍认可的专题内容;二是注意借鉴吸收当代数学教育学理论研究的新成果与实践探索的新经验。

据我所见,大凡任何著作、教材的作者或编者,都期望书籍出版之后能有一次或多次再版的机会,以便不断对原著作进一步的修订和补充。我想这套适用于高等院校数学教师教育方向相关专业的教材也不例外。教材面世之后,诚挚希望广大读者与使用者多提意见、建议,以期再版时进一步改进、完善和提高。

徐利治

2007年6月12日于广州寓所

前 言

中学数学教育学概论、中学代数研究与教学、中学几何研究与教学是高等院校数学教师教育方向相关专业必修的专业基础课程,其研究对象为中学数学教育教学,直接担负着向学生传授数学教育教学理论、训练专业技能和培养数学教育研究能力的任务。

改革开放以来,我国教育事业和经济、科技、文化一样有了举世瞩目的长足发展,教育体制、观念、思想、内容、模式等都发生了巨大而深刻的变革。特别是基础教育中新的国家数学课程标准的全面实施,要求数学教师教育相关专业的课程改革必须与基础教育改革相适应。对此,教育行政部门和数学教育专家高度重视,积极行动。但以初中数学教育师资为主要培养目标的高等院校仍一直为缺少可用、适用的数学教育系列教材所困扰,成为现阶段影响本专业教育质量水平的关键制约因素。

科学出版社谋师生所盼,行现实需求,组织工作在全国六省十多所高等院校教学一线的老师精心编著的这套面向高等院校数学教师教育相关专业的数学教育系列教材,在结构体系和内容编排上多有创新,既注意保留采纳已有同类教材的成功经典体例,又注意吸收借鉴国内外中学数学教育教学研究的最新优秀成果。在精简、调整、提高的基础上,新增了一系列大家倍感必要的新内容,力图反映目前中学数学教育教学的各个侧面,密切联系我国基础教育数学课程改革发展的实际需要,着眼新世纪高素质中学数学教师的培养。三册教材的命名注意体现继承与创新的规划理念。《中学数学教育学概论》分册既注重数学教育教学理论的系统阐述,又紧密结合新数学课程标准的理念要求,数学教师素质和技能方面的内容占有很大比重。《中学代数研究与教学》、《中学几何研究与教学》两分册在系统研究初等数学内容、体系、方法的同时,增加了统计与概率、投影与视图、向量法、典型解题方法和应用举例等内容,最后按新课程标准要求就初中阶段各部分内容的教学分析与设计问题作了专题研究。整套教材定位明确、选材讲究、内容丰富、结构严谨、叙述通俗简明,具有较强的科学性、理论性、实用性和可操作性,较好地反映了数学教育研究的最新成果和新世纪中学数学教育教学改革发展的需要。

全套教材由李永新、曾峥负责总体设计并拟定编写纲目,经各位编委反复讨论后分工编写。全部内容经总主编汇总、取舍、修改、统编后,再由各分册主编

审核定稿。本册《中学数学教育学概论》的具体编写分工为：河西学院李劲——绪论、第一章、第二章；黄淮学院侯亚林——第三章；平顶山学院李永新——第四章；平顶山学院赵明霞——第六章、第七章；韶关学院曾峥——第五章、第八章。

本套教材在编写出版过程中得到了科学出版社、全国高师数学教育研究会以及各编委所在院校的大力支持。先后请教并得到过徐利治、喻平、章士藻等先生的指导和具体帮助，徐利治、喻平先生亲自阅稿作序，在此深表谢意。另外，我们在编写过程中，还学习、参阅、引用了许多优秀数学教育研究文献资料，在此，对相关文献资料的作者也一并表示由衷的感谢。

由于编者水平有限，加之有些观点可能尚处于探讨之中，缺点、不足在所难免，敬请专家、读者指正，以便作进一步修订完善。

编 者

2012年4月于郑州

目 录

序一	
序二	
前言	
绪论	1
思考与练习题	15
第一章 中学数学课程标准	16
第一节 中学数学课程设计与改革简述	16
第二节 中学数学课程标准的基本理念	26
第三节 中学数学课程目标	32
第四节 中学数学课程内容	43
附录 《标准1》与《标准1（2011年版）》若干要点比较分析	57
思考与练习题一	62
第二章 中学数学教育的改革与发展	64
第一节 数学教育现代化进程回顾	64
第二节 现代数学教育的文化价值观	79
第三节 主要数学教育理论概述	93
第四节 数学史与数学教育	116
思考与练习题二	123
第三章 中学数学学习概论	124
第一节 数学学习的基本认识	124
第二节 数学学习的基本心理分析	127
第三节 影响数学学习的外部因素分析	132
第四节 中学数学学法指导	135
思考与练习题三	142
第四章 中学数学逻辑思维能力	143
第一节 数学概念与命题	143
第二节 数学推理与证明	152
第三节 数学思维品质与能力	160
第四节 数学逻辑思维的基本规律	167

思考与练习题四	170
第五章 中学数学课程实施的基本原则与方法	172
第一节 中学数学教学的基本原则	172
第二节 中学数学教学模式与方法	176
第三节 中学数学考试命题与教学评价	182
第四节 数学优秀生培养与后进生转化	187
思考与练习题五	189
第六章 中学数学教学工作	190
第一节 备课与说课	190
第二节 课堂教学	196
第三节 课外工作	199
第四节 教学研究	203
第五节 数学教育实习	205
思考与练习题六	209
第七章 中学数学教学基本技能	215
第一节 导入技能	215
第二节 讲解技能	220
第三节 教学组织技能	234
第四节 板书板画技能	238
第五节 结束技能	244
思考与练习题七	247
第八章 数学教育研究	252
第一节 中学数学教师的基本素质	252
第二节 数学教育研究的选题	254
第三节 数学教育研究的实施	258
第四节 数学教育论文的撰写	263
思考与练习题八	270

绪 论

我国著名科学家钱学森指出：“教育科学中最难的问题，也是最核心的问题是教育科学的基础理论，即人的知识和应用知识的智力是怎样获得的，有什么规律。解决了这个核心问题，教育科学的其他学问和教育工作的其他部门都有了基础，有了依据。没有这个基础理论，其他也都难说准。研究智力工程应该先集中研究教育科学的基础理论。”（钱学森，《关于思维科学》，上海人民出版社，1986年，第448页。）

数学教育学是研究数学教育特有规律的一门科学，是数学教师必须学习和掌握的一门专业知识。要揭示数学教育规律，更好地指导数学教育实践，就必须首先研究数学教育的基础理论。要让学生理解和掌握教材中学术形态的数学，必须把教学内容经过数学教育理论的加工和数学教学方法的改造，通过教学过程变为教育形态的数学，培养和提高学生对数学的感悟能力，使教学方法更加鲜活、教学效果更加显著。中学数学教育学是整个数学教育科学中比较成熟的一个子系统。因此，中学数学教育学已经成为高等院校数学教育专业的必修课程。该课程的研究对象为中学数学教育，其任务是为培养合格的基础教育数学教师服务。通过本课程的学习，强化数学教育专业意识、提高数学教育理论水平、训练数学教育专业技能、培养数学教育研究能力。下面就本课程的学科特点、研究内容与方法、学习本课程的重要意义等作概括介绍。

一、数学教育是一门科学

数学是研究空间形式和数量关系的科学，是刻画自然规律和社会规律的科学语言和有效工具。同时，数学也是一种文化体系。数学科学是自然科学、技术科学等科学的基础，并在经济、社会、人文等科学的发展中发挥越来越大的作用。数学的应用越来越广泛，正在不断地渗透到社会生活的方方面面，随着信息时代的到来，数学也呈现出实验科学的特征，它与计算机技术的结合在许多方面直接为社会创造价值，推动着社会生产力的发展。数学在形成人类理性思维和促进个人智力发展的过程中发挥着独特的、不可替代的作用。数学是人类文化的重要组成部分，数学素质是现代公民所必须具备的一种基本素质。

教育学是研究人类教育现象和问题、揭示一般教育规律的科学。教育学的任务就是要探讨、揭示一般教育规律，阐明各种教育问题，建立教育科学理论体系，指导教育实践。

数学教育学是研究数学教育现象、揭示数学教育规律的一门科学。数学教育作为教育的重要组成部分，在促进人们形成正确的数学观和世界观方面、发展和完

善人的教育活动中及推动社会进步和发展的进程中起着重要的作用。在现代社会中,数学教育是公民进一步深造的基础,又是终身教育的重要方面,是终身发展的需要。数学教育在学校教育中占有特殊的地位,它使学生掌握数学的基础知识、基本技能、基本思想,使学生表达清晰、思考有条理,使学生具有实事求是的态度、锲而不舍的精神,使学生学会用数学的思考方式解决问题、认识世界。

数学教育鲜明的学科特点主要反映在以下几个方面:

1. 数学教育是一门正处于发展中的新兴科学

数学教育学的产生,既是数学教育理论发展的必然结果,也是数学教育实践的产物。随着数学教育改革的深入发展,人们对数学教学的成效倍加关注,数学教学改革被作为提高数学教育质量的重要手段而提升到了一个新的高度,广大数学教育工作者越来越迫切地需要了解和掌握能够帮助他们切合实际地解决数学教学问题的理论。数学教育学理论体系的日益完善和比较丰富的实验成果对数学教学活动发挥着不容忽视的指导作用。正是在这种理论与实践的双重力量的推动之下,数学教育学开始发展成为学科教育学中的重要分支学科之一。数学教育学揭示的是数学教育教学的基本原理、特有规律,而不是仅仅停留在若干教育学、心理学的一般规律上,也不是教育学、心理学加数学例子的形态。

我国在 19 世纪末就开始学科教育研究,近半个世纪以来学科教育研究得到了迅速发展。我国最早的数学教育理论学科称为“数学教授法”。在清末,京师大学堂里开始设有“算学教授法”课程。1897 年,清代天津海关道盛宣怀创办南洋公学,内设师范院,也开设“教授法”课。之后,一些师范院校便相继开设了各科教授法。20 世纪 20 年代前后,任职于南京高等师范学校的陶行知(1891~1946 年)先生,提出改“教授法”为“教学法”的思想逐渐深入人心并得到社会的承认。随之“数学教学法”名称产生并一直延续到 20 世纪 50 年代末。无论是“数学教授法”还是“数学教学法”,在当时实际上只是讲授各学科通用的一般教学法。20 世纪 30 年代至 40 年代,我国曾陆续出版了几本关于数学教学法的书。例如,1949 年 1 月商务印书馆出版了刘开达编著的《中学数学教学法》。这些书多半是对前人或外国关于数学教学法研究所得,并根据自己教学实践进行修改、补充和总结,数学教育理论并未成熟。

中华人民共和国成立以后,在 20 世纪 50 年代,我国的中学数学教学法课程所选教材是由苏联伯拉基斯的《数学教学法》翻译的教材,其内容主要介绍中学数学教学大纲的内容和体系,以及中学数学中的主要课题的教学法,主要解决“教什么”和“怎么教”的问题。这些内容虽然仍停留在经验层面上,但比以往只学一般的教学方法有所进步,毕竟变成了专门的中学数学教学方法。在 20 世纪 70 年代,随着国外已把数学教育作为单独的科学研究的发展情况,我国的“数学教学法”或“数学教材教法”成为高师院校数学系(科)体现师范特色的一门专业基础课。从 20 世

纪80年代起,我国派团参加了此后各届国际数学教育大会(ICME),我国的数学教学论不仅与国际数学教育共同发展,而且无论在数学教学活动还是数学教育理论研究方面都有了自己的特色。在数学教学法的基础上,开始出现数学教学的新理论。由北京师范大学等全国13所高等师范院校合作编写、人民教育出版社出版的一套《中学数学教材教法》(《总论》1980年9月出版,《分论》1981年12月出版)作为高等师范院校的数学教育理论学科的教材,是我国在数学教学论建设方面的重要标志。1982年4月,中国教育学会数学教学研究会成立,在成立大会和首届年会上提出了“建立数学教育学,形成数学教育这一专门的学科”的奋斗目标。国务院学位委员会公布的高等学校“专业目录”中,在“教育学”这个门类下设“教材教法研究”一科(后改为“学科教学论”),使学科教育研究的学术地位得到确认。20世纪80年代中期,数学教育学研究在我国广泛兴起,不少高等师范院校成立了专门的研究机构,对这一课题开展了跨学科的研究。1985年,苏联著名数学教育学家A. A. 斯托利亚尔于20世纪70年代后期所著的《数学教育学》一书中译本(丁尔升翻译)由人民教育出版社出版发行。同年,辽宁科学技术出版社还出版了由王鸿钧、王玉阁编著的《数学教育学》。1985年12月,全国高等师范学校数学教育研究会成立,把建立具有中国特色的数学教育学作为首要任务,全面推进了数学教育学的研究工作。1987年,在昆明举行的全国高等师范学校数学教育研究会学术年会上,以创建具有中国特色的数学教育学为中心议题。1989年,江苏教育出版社出版了曹才翰、蔡金法编著的《数学教育学概论》。到20世纪90年代,在全国举行了不同层次的具有相当规模和影响的数学教育学学术研讨会,取得了不少的研究成果。我国的数学教育学研究在已构筑的框架基础上不断深入和拓广。1990年,北京师范大学曹才翰教授编著的《中学数学教学概论》问世,这标志着我国数学教育理论学科已由数学教学法演变为数学教学论,由经验实用型转为理论应用型;北京大学出版社出版了由邓东皋等编著的《数学与文化》,此书精选了国内外一批著名的数学家以及研究数学的哲学家的文章,从各个侧面说明数学在整个文化中的地位;江苏教育出版社出版了张乃达编著的《数学思维教育学》,书中论述了数学思维教育的一系列问题及其规律。1991年,华东师范大学张奠宙教授等编著的《数学教育学》的出版标志着中国数学教育已置于世界数学教育的研究之中,此书结合中国实际对数学教育领域内的许多问题提出了新的看法,并对数学教育工作者涉及的若干专题加以分析和评论,这是数学教育学研究的一个突破。1992年,《数学教育学报》创刊,该杂志由中国教育学会和天津师范大学主办,并且现已成为中国联合国教科文组织指导刊物,同时也是我国数学类核心刊物,对数学教育理论研究与实践探索发挥了重要作用。1995年,华东师范大学出版社出版了陈昌平教授主编的《数学教育比较与研究》。1998年,教育科学出版社出版了由鲁正火等编著的《数学教育研究概论》等。可以说20世纪90年代我国的数学教育学研究形成了一

个高潮,数学教学实践活动和数学教育学理论的结合产生了丰硕的成果。

进入 21 世纪后,我国在国内外数学教育领域的学术交流进一步扩大,涌现了一批优秀的科研成果,多家出版社出版了几批“数学教育丛书”,一大批数学教育学著作问世。例如,张楚廷编著的《数学文化》(高等教育出版社,2000 年 7 月);周春荔、张景斌编著的《数学学科教育学》(首都师范大学出版社,2000 年 12 月);郑毓信等编著的《数学文化学》(四川教育出版社,2001 年 1 月);马忠林等编著的《数学教育史》(广西教育出版社,2001 年 4 月);郑毓信编著的《数学教育哲学》(四川教育出版社,2001 年 9 月);徐斌艳编著的《数学教育展望》(华东师范大学出版社,2001 年 11 月);李永新等编著的《中学数学教材教法》(东北师范大学出版社,2002 年 6 月第 3 版);翁凯庆等编著的《数学教育学教程》(四川大学出版社,2002 年 8 月);罗增儒等编著的《数学教学论》(陕西师范大学出版社,2003 年 1 月);张奠宙等编著的《数学教育学导论》(高等教育出版社,2003 年 4 月);徐斌艳主编的《数学课程与教学论》(浙江教育出版社,2003 年 9 月);涂荣豹编著的《数学教学认识论》(南京师范大学出版社,2003 年 12 月);陆书环等编著的《数学教学论》(科学出版社,2004 年 3 月);黄翔编著的《数学教育的价值》(高等教育出版社,2004 年 8 月);张奠宙等编著的《数学教育概论》(高等教育出版社,2004 年 10 月);张维忠等编著的《文化传统与数学教育现代化》(北京大学出版社,2006 年 4 月)等等。数学教育领域的学术著作,其研究内容涉及“数学教学理论”、“数学学习理论”、“数学思维”、“数学教育心理”、“数学方法论”、“数学课程与数学教育评价”、“数学哲学”、“数学文化”、“数学美学”、“数学教育比较研究”、“数学史”、“数学教育史”、“数学教育技术”等许多领域,已远远超过以前数学教育学教材和专著所包含的知识领域。不但要解决“教什么”和“怎么教”的问题,还要解决“教给谁”、“为什么教”、“学什么”、“怎么学”、“为什么要这样教与学”、“教得怎样”、“学得怎样”等问题。同时,我国还加紧数学教育专业人才的培养,国内许多大学已增设教育硕士(学科教学:数学),课程与教学论(数学)硕士、博士学位和授权点,已经培养出了一批年青的数学教育工作者和研究人员。

社会的不断发展,对数学教育提出新的要求、新的课题,数学教育理念和数学课程目标不断更新,教学方法也在不断改进。当前,我国正在进行新一轮基础教育课程改革,教育部已经制定并颁行了《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(2001 年 7 月北京师范大学出版社出版)和《普通高中数学课程标准(实验稿)》(2003 年 4 月人民教育出版社出版),数学教育的目标是进行公民的素质教育,培养新世纪的全面素质的人才,以适应社会发展、国际竞争和经济全球化、信息化的新形势的需要。数学教育比较研究也有许多新成果,基础教育数学教学内容正面临一个根本性的变革。符合我国国情,在文化和国际视野下的数学教育学理论体系正处于创立和发展阶段,数学教育自身的规律决定了它必须具有与时俱进的发展性和创新

性。这无疑也是数学教育工作者的一个重要研究课题。

随着素质教育的不断深入,对新世纪的中学数学教师从专业素养、教学理论、能力水平等诸方面都提出了更高的要求。因此,高校教师教育方向数学教育的改革也必须适应这一发展趋势,积极投身于全国乃至世界数学教育的改革与发展之中,及时地更新课程教学内容,才能更好地体现高等师范院校数学教育的先进性和带头作用。数学教育学是一门不断发展的新学科,它的内容、体系的成熟,需要数学教学与数学研究工作者的共同努力。

在国外,最早提出把数学教育从教育过程中分离出来,并作为一门独立的科学加以研究的是瑞士教育家裴斯泰洛齐(J. H. Pestalozzi, 1746~1827年),他于1803年发表的《关于数的直觉理论》一书中,第一次提出了“数学教学法”这一名称。这就是独立研究数学教育理论的发端。1952年,法国出版了Fouche著的《数学教育学》,“数学教育学”这个名称就此产生。20世纪70年代后期,苏联出版了著名数学教育学家A. A. 斯托利亚尔著的《数学教育学》。随着数学教育的不断发展,国外的数学教育教学研究比较深入,其理论也比较系统。例如,弗赖登塔尔的“数学现实论”、“数学再创造论”、“数学形式化原则”;波利亚的“合情推理”学说及其解题理论等等,都具有浓厚的数学品味和理论价值。我们将在第二章中作比较系统的介绍。

根据1908年4月在罗马召开的第四届国际数学家大会决议,同年成立了国际数学教育的重要机构——国际数学教育委员会(ICMI)。德国著名数学家、数学教育家克莱因(Felix Klein, 1849~1925年)任该委员会主席直至去世。该委员会创办的机关刊物是《数学教育国际评论》,还于1968年创办了一份国际性的数学教育杂志——《数学教育研究》。该委员会赞助、支持各有关数学教育的国际会议及出版刊物,从1969年起组织召开每四年一届的国际数学教育大会(ICME)。国际数学教育委员会在团结各国数学家和数学教育工作者、协调有关数学教育的组织、交流成果、研讨数学教育的改革、促进数学教育的发展中起着积极而重要的作用。1969年8月,在法国里昂举行的二战后第一届国际数学教育大会的第一个决议中指出:“数学教育越来越变成具有自己的课题、方法和实验的独立学科。”

数学教育伴随着数学的产生而产生,也伴随着数学的发展而发展。在世界各文明古国的早期教育中就都包含了一定程度的数学教育。但是,具有学科特征的数学教育研究仅有一个世纪左右的历程,因此,数学教育的理论并不像数学那样成熟,数学教育的学科地位也不像数学那样巩固。然而,我们欣喜地看到,随着社会的不断发展,来自于数学、数学史、教育、哲学、心理学、逻辑学、现代教育技术学等多学科和多领域的专家长期关注和参与数学教育研究,广大数学教育工作者在不同层面深入数学教育实践探索,不断地推动国际和文化视野下的数学教育的发展。数学教育研究队伍日益壮大,学术组织林立,专业会议频繁,各种新理论、新观点层

出不穷。在国内外学科教育学领域中,数学教育始终是最活跃的学科之一。数学教育自产生以来,有其自身的发展规律,形成了以数学、教育和文化为三大支柱,与心理学、逻辑学、思维科学、数学思想和数学方法论、数学史、系统科学、现代教育技术等相互交融、密切相关的知识体系。数学教育是一门正处于发展中的新兴科学。但是,我们还必须清醒地看到,数学教育正受到来自数学和教育方面不同理念、东西方文化差异、历史传统与现代精神、现实环境和自身学术水平等方面的挑战,数学教育学的构建和发展任重而道远。

2. 数学教育是一门独立的综合性、边缘性交叉科学

数学是数学教育的具体教育内容,因而研究数学教育必须要有一定的数学修养,而且数学的造诣越高,越容易把握数学的精髓。中学数学教育学要研究中学数学课程的结构、教学原则、教学方法、学生学习、教与学的评价等教学的全方位、全过程,必须立足于数学专业知识和教育学等学科的综合理论。

教学过程又是积极的心理活动过程,因而又必须用到心理学的理论。学生是数学教育的对象,学生学习数学的过程是一个特殊的认知过程,因此,数学教育必须研究其中的认知规律。事实上,数学学习的心理过程研究应该作为数学教育学的基本立足点,因为学生学习的数学知识是人类建构出来的,而这一过程需要学生重新建构,这实际上是一种认知过程。只有将数学学习过程中的某些问题研究清楚了,相应的其他问题才有可能展开研究,因此认知科学是数学教育学的理论基础。

数学教育涉及许多领域,可以从不同的角度进行研究,而数学教育哲学则是这一切的基础。数学教育哲学从哲学的高度反思数学教育实践中的种种具体现象,并用相关的理论指导教学实践。所有的数学教学法都建立在一定的数学哲学之上,所以,数学教育学与哲学也密切相关。

此外,数学教育必须借鉴过去的经验教训,因而又要涉及到数学史、数学教育史;数学教学与思维密切相关,从而数学教育研究与思维科学不可分割,而思维科学发展最深的是逻辑学,数学教学又显然与逻辑学有密切关系;数学教育中具体的教和学的活动,又需要教育技术的支撑,尤其是现代信息技术将从根本上提高数学教育的有效性,因此现代数学教育研究离不开现代教育技术;人们普遍认识到数学教学既是一门科学,又是一门艺术,数学理论本身以及数学教育中都有极为丰富的美学问题需要探讨。数学教育学的综合性表现在要吸收和利用众多相关学科的理论、原理和方法才能推动数学教育学的发展。

数学教育的现代研究还具有以下两个显著特点:

一是数学教育的现代研究开拓了更多的研究方向,如数学教育的测量与评估、数学方法论、现代技术在数学教育中的应用、数学思维教育等。

二是数学教育的现代研究越来越多地体现了多学科、多方位的相互渗透与整

合的特点。例如,作为数学教育的重要指导性著作,1992年出版的《数学教与学研究手册》(《Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning》)([美]D. A. 格劳斯(Douglas A. Grouws)主编,1999年4月上海教育出版社出版,由陈昌平等翻译的中译本)共列举了29个课题,其中就包括了学习心理学、社会文化研究、数学哲学等多方面的内容,如“数学观:它的作用和影响”、“数学教室的文化:一个未知量”、“教师的信念与观念:一个综述”、“学会数学的思维:问题解决、元认知与数学中的意义赋予”、“转向高层次数学思维:函数、极限、无限和证明”、“民俗数学与每个人的认知”等。

纵观数学教育研究的历史,数学教育长期以来受到数学家、数学史家、科学家、心理学家、社会学家和哲学家等的广泛关注,这为数学教育的发展打下扎实的基础。数学教育研究萌发于19世纪末。从20世纪50年代起数学教育发展进入第一个黄金时代,这一时代表现出三大特点:一是来自自然科学、数学、心理学等领域的专家,从不同角度对数学课程与教学进行系统研究;二是数学教育被看作一门实验性学科;三是数学教育真正成为大学的一门学科。直至20世纪70年代,人们开始理性地对待数学教育的发展,并深刻反思已有的研究成果,认识到数学教育研究需要系统的理论框架以及相应的实践模式。从20世纪80年代中期起,数学教育研究再一次进入黄金时代,研究课题充分反映时代的特点:首先,数学教育研究关注的对象年龄范围在逐渐扩大,从主要关注中学教育到小学和中学以后的教育,从教师教育、学前教育、大学教育到研究生教育,研究已经涉及各个年龄层次和群体的数学教育问题。其次,数学教育研究关注的问题范围在拓展。从课程问题(教什么,怎么呈现)到教师教育问题(如何做好教师的职前和在职培训),从学习问题(怎么学,真实的学习过程和学习结果是怎样的,导致错误的因素和机制是什么,概念是如何形成的,如何培养问题解决的良好行为和策略,认知发展的结构和过程是怎样的,学习数学的情感问题,学生对数学的看法等等)到课堂教学问题(课堂上怎么教,师生之间、生生之间如何互相影响和交流)及社会、文化、语言问题(社会经济、科技、政治、文化、性别、宗教、母语、习惯、传统、民族数学、日常数学等方面对数学教育的影响)和评价问题(课堂内外的评价以及应该如何评价),研究涉及的领域相当广泛。说得更具体一点,数学教育研究关注过符号化和形式化、问题解决、应用和建模、证明和论证、各个学习领域(代数、几何、微积分、概率统计)的教与学和各个教育层次(从学前教育到研究生教育)的数学教育问题。

历史上作为分科教育学之一的数学教育学是数学、教育学产生和发展的原始推动力之一。但是,数学教育学既不是数学,也不是教育学,更不是教育学加数学例子的形态,而是涉及数学、数学史、哲学、心理学、教育学、思维科学、现代教育技术、逻辑学等多门学科的综合学科,因而是一门独立的综合性、边缘性交叉学科。数学教育学处于多学科“交界”处,在数学教学过程和科学研究中,它针对自身研