

普通高等学校教材

高观点下的微积分

| 信息时代高等数学补充教材 |

主编 © 李元杰



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

普通高等学校教材

高观点下的微积分

(信息时代高等数学补充教材)

主 编 李元杰

副主编 王书亭 张文钢 吴珊

华中科技大学出版社

中国·武汉

内 容 简 介

信息时代高等数学应有哪些发展、改进与提升? 本教材做了一个大胆尝试, 向读者回答了如下几个基本问题: (1) 高等数学研究的基本对象是什么? (2) 什么是函数? (3) 一个完备的数学定量描述是什么? (4) 从信息论角度看高等数学最重要的思想是什么? (5) 什么是微积分?

本教材把信息技术较全面深入地用于强化几何与数值的研究, 涉及的数字动画程序近 50 个, 可以大幅度提高读者处理实际问题的能力。

图书在版编目(CIP)数据

高观点下的微积分/李元杰主编. —武汉: 华中科技大学出版社, 2019. 4
普通高等学校教材
ISBN 978-7-5680-5142-2

I. ①高… II. ①李… III. ①微积分-高等学校-教材 IV. ①O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 068253 号

高观点下的微积分

李元杰 主编

Gaoguan dian xia de Weijifen

策划编辑: 万亚军

责任编辑: 戢凤平

封面设计: 廖亚萍

责任监印: 周治超

出版发行: 华中科技大学出版社(中国·武汉)

电话: (027)81321913

武汉市东湖新技术开发区华工科技园

邮编: 430223

录 排: 武汉三月禾文化传播有限公司

印 刷: 武汉科源印刷设计有限公司

开 本: 710mm×1000mm 1/16

印 张: 5 插页: 4

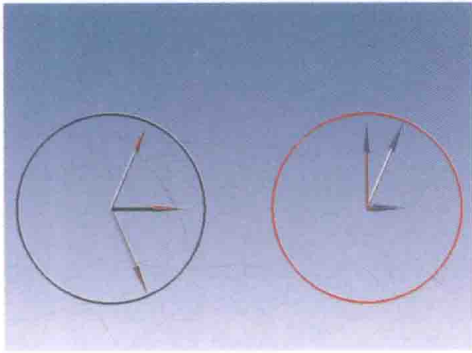
字 数: 103 千字

版 次: 2019 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

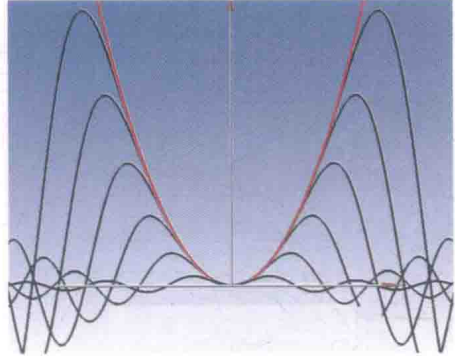
定 价: 28.00 元



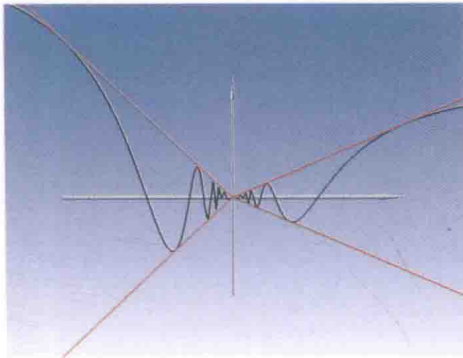
本书若有印装质量问题, 请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线: 400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究



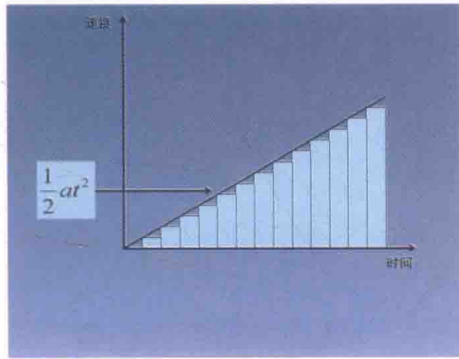
基本运动



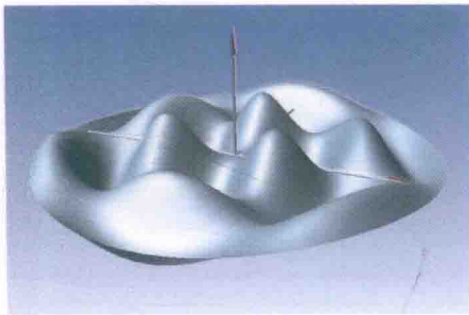
幂函数按贝塞尔函数展开



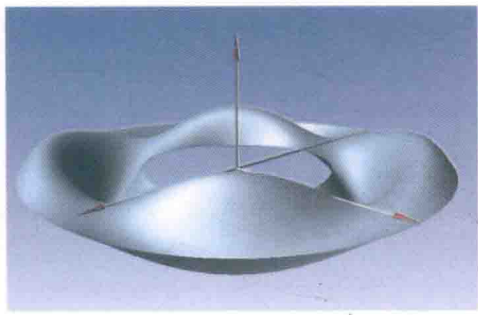
四导数



面积积分与求和



圆域上的本征函数(3,3)



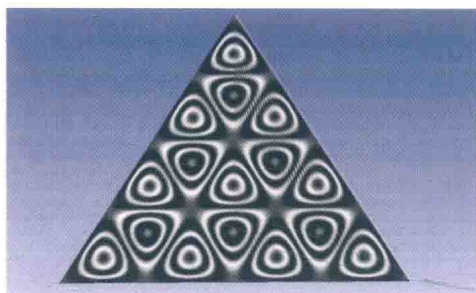
环域上的本征函数(2,5)



扇形域上的本征函数



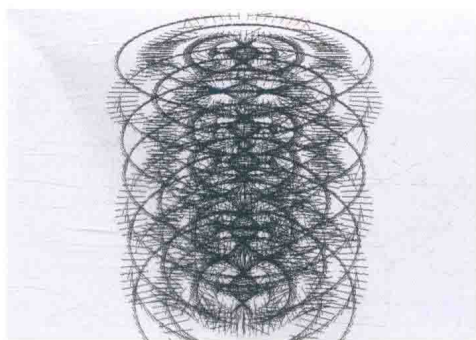
圆锥面上的本征态



三角形域



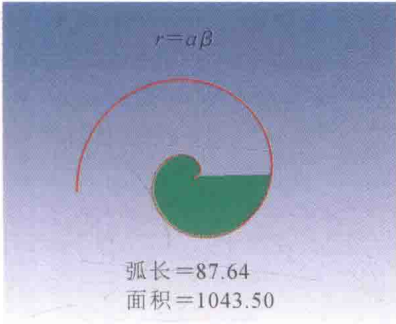
平行四边形域



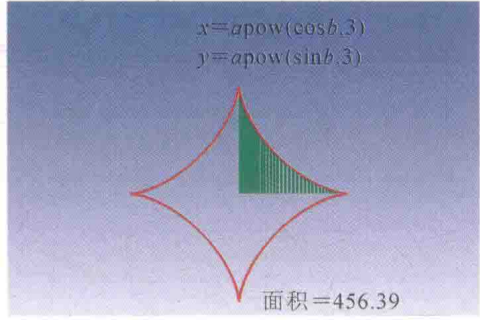
圆柱体域



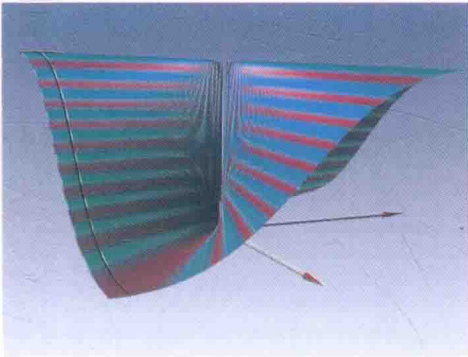
球体域



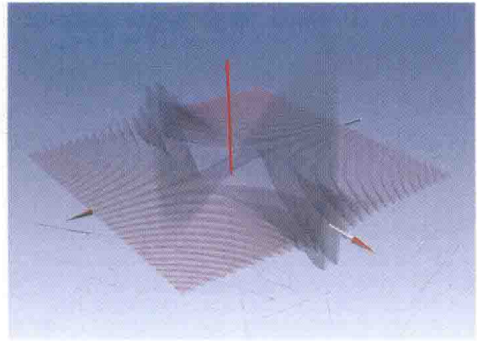
阿基米德螺线



星形线



三阶直纹面



二元函数极限

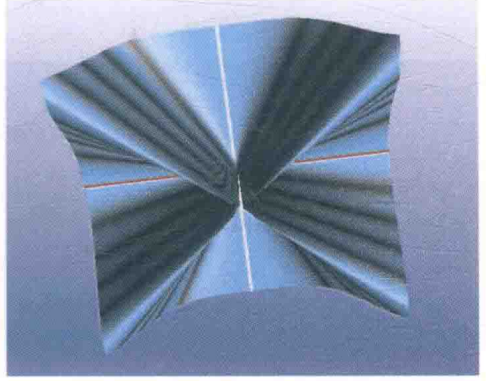


漩涡

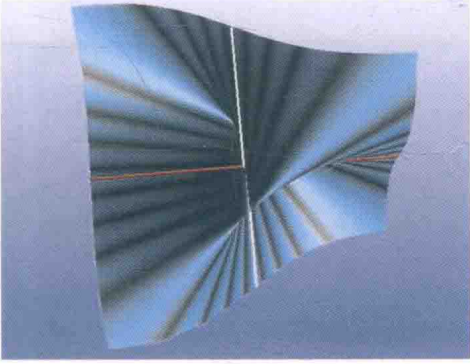


海上龙卷风

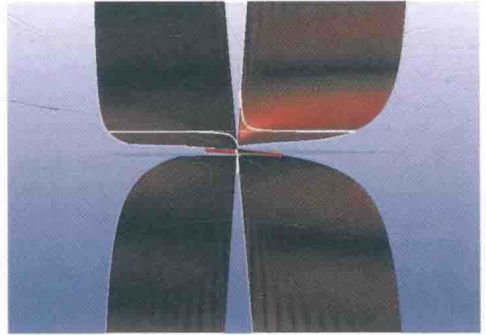
$$\text{函数 } f(x,y) = x^4y^2/(x^6+y^6)$$



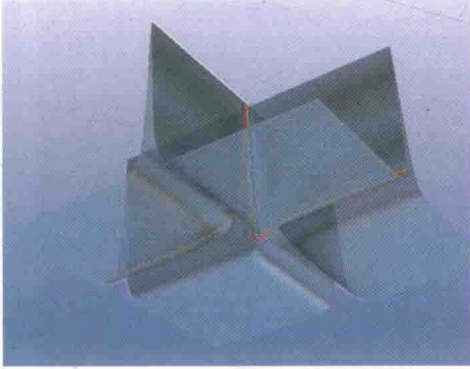
$$\text{函数 } f(x,y) = xy/(x^2+y^2)$$



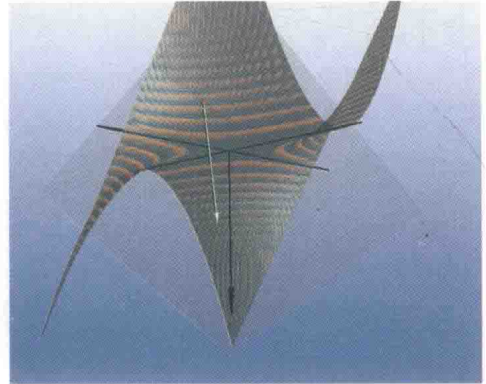
$$\text{函数 } f(x,y) = \frac{x-y}{x+y}$$



$$\text{函数 } z = x^2y^2/[x^2y^2+(x-y)^2]$$



标量场的梯度



$$\text{函数 } z = xy/\sqrt{x^2+1}$$



前 言

众所周知,人类的文明与科技发展进步是和时代的生产工具与技术紧密相关的,人类经历了从石器、青铜器、铁器、蒸汽、电气到电子信息时代,我们深切体会到,如果不跟上时代的步伐,就会被外人欺负、压榨和侵略!中国是见长于技术发明与工程创造的文明古国,也形成了较为完备的传统科技知识体系。从青铜礼器和工具的铸造、生铁冶铸技术的发展,到都江堰、万里长城等大型工程的兴建,古代中国创造了举世瞩目的科技成就。然而,进入十九世纪,当欧美各国纷纷完成工业革命,陆续成为世界强国,清政府闭关锁国,在鸦片战争中被英国侵略者打败,中国社会开始沦为半殖民地半封建社会,中华民族从此开始了一百多年的屈辱史。

我常用赶牛车和坐高铁来比喻不同时代的教育,当一个老朽的赶牛车师傅津津乐道地展示他摆弄鞭子的技术时,驾驶或乘坐高铁的现代人只会把他当成玩偶来欣赏,没有人会觉得摆弄鞭子的技术还有什么重要的实际价值!世界的高等数学等基础学科教育正处在转型的关键时刻。

我们首先来听听几位知名大数学家的意见。

1. 德国数学家克莱因(Klein)的意见应高度重视。克莱因对高等数学改革提了两条意见:

- (1) 函数要用微分方程定义;
- (2) 高等数学要加强几何描述。

2. 中国数学家李大潜院士的意见值得关注。

2012年,李大潜院士在《关于大学数学教材建设的一些看法和建议》一文中直接建议:

(1) 高等数学和计算机可合并为一门课讲;

(2) 偏微分方程要和数值计算合并为一门课讲。

大家知道强国必须先强教育,在进入新时代的背景下,教育应该首先进入信息新时代!所以高等数学改革必须全面引入并结合信息科学的技术、理论和思想。高等数学改革要立足于三性,即探究内容的思想性、实现定量描述的完备性、展现技术的时代性。本书就是在以上思想指导下完成的。

本书可作为培养高等学校理工类专业学生数学思维的教材,适合学习高等数学课程后开设,适用学时数为30~40。

编者

2019年2月

目 录

绪 论	(1)
第一讲 函数与函数矢量空间	(7)
第二讲 什么是微积分	(15)
第三讲 边界信息决定内部及整体信息	(24)
第四讲 什么是完整的定量数学描述	(43)
第五讲 向量代数和矢量场的微积分	(52)
第六讲 空间解析几何	(59)
第七讲 数值与几何法在解微分方程和多元函数中的应用 ...	(68)

绪 论

“高观点下的微积分”是一门全世界的大学生都没听过的课，德国著名大数学家克莱因(Klein)曾给德国大学生做过一个名为“高观点下的初等数学”的讲座，现在我们借这位大数学家的讲座名写了这本教材。首先我们吸收了克莱因的许多重要思想，但我们引入的信息科学理论与技术是克莱因那个时代不可能想到的。同学们若能认真学好这门课，你们对高等数学理解的水平将是一流的！

很多本科生不懂基础课与专业课在本科教育中的地位与关系，因为很多人把求职、索取看得比求知创新和奉献更重要！在信息时代，专业工程技术日新月异，今天你在校学的专业技术待到你毕业时或已淘汰，或即将淘汰。而你在校学的基础理论，也许你这辈子再加上你的子女这辈子都不会有大变化！更何況所有突破性、原创的、有价值的创新技术大都源自于基础理论的创新。我们高校要以本为本，更要以基础为本！

举几个真实的例子：华中科技大学机械专业本科学生，在我物理基础课的培养下成了亚洲最有价值的软件专家(微软评选)。从接受CCBP教学到成为微软亚洲首席专家的有机械学院杨永智、刘铁锋同学(见图0-1和图0-2，资料时间为2006年)。

华中科技大学的学生联创团队是一个在校学生的业余创新研究组织，它的发起人就是我的学生，他们多次荣获微软组织的世界大学生软件大赛的金奖，比尔·盖茨亲自来北京给他们颁奖(见图0-3和图0-4)。



杨永智

华中科技大学毕业研究生，现就职于微软亚洲工程院，联合创始人。2004年度、2005年度微软最有价值专家，微软高级认证讲师，微软校园形象大使，专注于企业级应用开发。曾带领团队参加2003年度香港理工大学举办的大中华高校资讯科技大赛，取得个人赛冠军、季军，团体赛亚军以及众多优秀奖；在2004年的趋势科技百万程序大奖赛中，夺得最佳创新奖和团体第四名；2005年的微软创新杯日本总决赛中，夺得Office项目的第三名以及IT的中国区前五。

图 0-1



刘铁锋

华中科技大学毕业研究生，现就职于微软亚洲研究院，联合创始人。微软高级认证讲师，微软校园形象大使。曾带领团队参加2003年度香港理工大学举办的大中华高校资讯科技大赛，取得个人赛冠军、季军，团体赛亚军以及众多优秀奖；在2004年的趋势科技百万程序大奖赛中，夺得最佳创新奖和团体第四名；2005年的微软创新杯日本总决赛中，夺得Office项目的第三名以及IT的中国区前五。

图 0-2



图 0-3



图 0-4

有的学生还写有著作,在美国和中国台湾地区销售得很不错,在书的前言中他们唯一感谢的老师是大学物理老师(见图 0-5)。

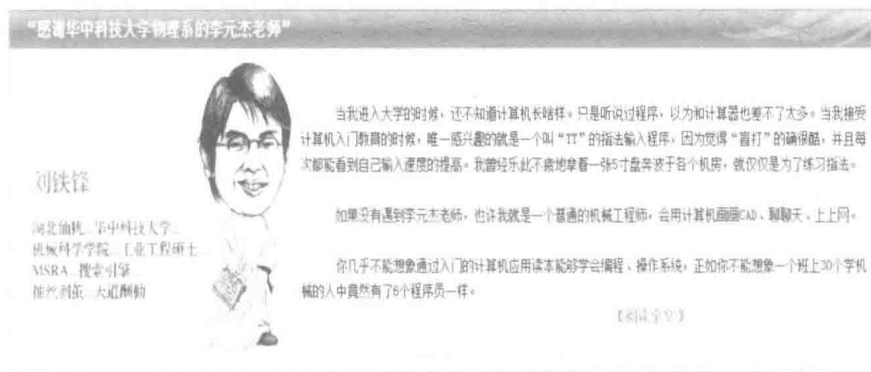


图 0-5

2003年,华中科技大学本科试点班学生李春辉的论文在 *Physics Letters A* (荷兰)发表,文章标题为“Four-photon five-dimensional entanglement for quantum communication”,该论文获湖北省大学生优秀论文一等奖。

2015年,南方科技大学王嘉乐的开卷论文《均匀带电挖空圆柱体的电场》在《大学物理》杂志发表。这个13岁考入南方科技大学的小朋友和老师一起写了一篇引起世界4000多学者关注的论文,下面是此论文的摘要:

A Supplement to the Invariance Principle of the Speed of Light and the Quantum Theory

Yuanjie Li¹ *, Wenchuan Jia², Jiale Wang³

¹ Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, China

² School of Mechanical Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai, China

³ South University of Science and Technology of China, Shenzhen, China

Email: * yuanjie_li@sina.com

Received 27 January 2015; accepted 13 February 2015; published 25 Feb-

ruary 2015

Copyright © 2015 by authors and Scientific Research Publishing Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Abstract

Richard Feynman once said, "I think it is safe to say that no one understands Quantum Mechanics."

The well-known article on the Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) paradox brought forth further doubts on the interpretation of quantum theory. Einstein's doubt on quantum theory is a double-edged sword: experimental verification of quantum theory would contradict the hypothesis that speed of light is finite. It has been almost a century since the creation of quantum theory and special relativity, and the relevant doubts brought forward remain unresolved. We posit that the existence of discontinuity points and quantum wormholes would imply superluminal phenomenon or infinite speed of light, which provides for an important supplement to the invariance principle of the speed of light and superluminal phenomena. This can potentially resolve the inconsistency between special relativity and quantum theory.

本教材对高等数学明确给出了下面三个要点。

1. 高等数学研究的三个对象:函数、图形、信息。

2. 高等数学的四个基本问题:

(1) 什么是函数?

函数是映射,函数是矢量,本征函数是参考系。

(2) 什么是微积分?

微积分有代数的、几何的、物理的和信息的意义,其中信息的意义才是最本质的。微积分是函数的全部信息,或者说微积分给出了函数的全部信息。函数是矢量,矢量的全部信息就是其全部分量,函数的全部分量就能表示为函数的各阶导数,或者表示为函数与本征

基矢的内积积分。

(3) 什么是高等数学中最重要数学思想?

站在信息论的高度,边界信息决定内部和整体信息是高等数学中最重要数学思想。

(4) 什么是完备的数学定量描述?

一个完备的数学定量描述包括代数的、几何的和数值的三个形式。

3. 在新时代学习应用高等数学的一个新的基本能力:能对曲线、曲面、高维体及微分方程进行作图分析与求解。

实践证明,按此新的教学模式可以又好又快地提高我国高校的基础教学水平,这是一条花钱少见效快的改革思路。图 0-6 是我和学生孙翊的合影,他现在是智能机器人专家;图 0-7 是学生贾文川的照片,他主持研制的高性能小型电动四足机器人、可变形复合球足机器人等代表 2016 年度上海智能机器人领域的最新成果参展第十八届中国国际工业博览会,并被工博会组委会、教育部科技发展中心联合授予高校展区一等奖。

国际公认的六门基础课:数学、物理、外语、计算机、经管与环保。我在南方科技大学提出:德为首、少能通、好择长、广兴业、学无止,“继承-吸收-发展-创新”是永恒的创新真理! 此外还有五字成才经:学、思、行、果、趣。学而有思、思而能行、行能有果、果自生趣、趣必成才!



图 0-6



图 0-7

基础知识是创新创业的源泉,而思想文化与技术工具比基础知识更重要。脱离科研的教学绝不是一流的教学,而脱离基础理论的科研也绝不是一流的科研,把基础教学当科研来完成才是双一流的!

归纳起来,高等数学研究的对象就是函数、图形及它们的边界信息,我们的教材就是按此思路编写的。

第一讲 函数与函数矢量空间

正如许多小孩知道什么是苹果,什么是香蕉,什么是梨子,却不知什么是水果一样,许多大学生知道什么是幂函数,什么是三角函数,什么是指数函数,却不知什么是函数!所以,100多年前德国数学家克莱因强调函数要用微分方程定义是有深刻含义的。以下三句话可以概括函数的全部含义:

- (1) 函数是映射(function is mapping);
- (2) 函数是矢量(function is vector);
- (3) 本征函数是参考系(function is reference)。

函数有三要素:定义域、值域以及定义域和值域之间的对应关系(映射)。例如函数 $y=f(x)$,其中 $x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}$ (\mathbf{R} 为实数集合),可记为

$$\text{映射 } f: x \rightarrow y = f(x)$$

又如矩阵运算

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

可记为

$$\text{映射 } \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$