

本书系全国教育科学规划教育部青年课题“不同数感水平儿童的认知差异及干预研究”
(课题批准号: EBA160405)的研究成果

ERTONG SHUGAN DE FAZHAN YU
PEIYANG YANJIU

儿童数感^的 发展与培养研究



霍雨佳◎著

汕头大学出版社

本书系全国教育科学规划教育部重点课题“不同数感水平儿童的认知差异及干预研究”
(课题批准号：EBA160405)的研究成果

ERTONG SHUGAN DE FAZHAN YU
PEIYANG YANJIU

儿童数感的发展与培养研究

霍雨佳◎著

汕头大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

儿童数感的发展与培养研究 / 霍雨佳著. -- 汕头 :
汕头大学出版社, 2019.3

ISBN 978-7-5658-3887-3

I. ①儿… II. ①霍… III. ①数学课—教学研究—学
前教育 IV. ①G613.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 055689 号

儿童数感的发展与培养研究

ERTONG SHUGAN DE FAZHAN YU PEIYANG YANJIU

著 者: 霍雨佳

责任编辑: 宋倩倩

责任技编: 黄东生

封面设计: 汤 丽

出版发行: 汕头大学出版社

广东省汕头市大学路 243 号汕头大学校园内 邮政编码: 515063

电 话: 0754-82904613

印 刷: 北京虎彩文化传播有限公司

开 本: 787mm × 1092mm 1/16

印 张: 11.25

字 数: 161 千字

版 次: 2019 年 3 月第 1 版

印 次: 2019 年 4 月第 1 次印刷

定 价: 56.00 元

ISBN 978-7-5658-3887-3

版权所有, 翻版必究

如发现印装质量问题, 请与承印厂联系退换

前 言

我们每天都生活在数字之中，上网、购物和出行等日常活动都离不开数字，我们可以使用数字计算卫星飞行的速度、计算国内生产总值 (GDP)，具备处理数字的相关能力对我们的生存和发展必不可少，而数感 (number sense) 正是形成和发展各种数学能力的基础和前提。数感一直以来都是认知心理学、发展心理学和数学教育心理学等领域的研究热点。同时，培养儿童的数感也是各国义务教育阶段数学课程的重要目标。

本书主要围绕儿童数感的结构与测量、儿童数感的发展特点、儿童数感的认知机制、儿童数感的脑机制和如何培养儿童的数感这五个环环相扣的问题展开。首先，从数感的心理内涵和要素入手，探索儿童数感的心理结构，编制具有较高信效度指标的儿童数感评定量表，为儿童数感的评定提供有效的测量工具。其次，从行为层面，采用心理测量学的方法对儿童数感的发展情况进行测量，揭示儿童数感发展的年龄特点和性别差异，探索儿童数感发展的关键期。然后，深入到认知层面，对不同数感水平儿童的数量表征结果进行数据拟合，建立高低数感儿童数量表征的数学模型，揭示不同数感水平儿童数量表征模式上的差异性和发展特点。再次，更进

一步深入到脑机制层面,使用事件相关电位(ERPs)的技术手段对不同数感水平儿童在数字加工过程中表现出的心理效应进行了分析,揭示了不同数感水平儿童的脑机制特征和差异。最后,以儿童数感的理论研究为基础,采用实验组和控制组前后测的实验设计模式,随机选取两个平行教学班分别作为实验组和控制组,对实验组的被试进行数感教学干预,以期提高其数感的发展水平。通过教育实验研究的方法考察教学干预对儿童数感发展的干预效果,探索促进儿童数感发展的有效教学方式,为教师的数感教学提供心理学依据。

本书从心理学的视角,运用实证研究的方法对儿童数感进行了系统的研究和阐述,具有以下三个方面的特色:首先,在研究视角方面,以往对数感的研究都是从问题解决的视角出发对数感进行界定,并使用数学测验的方式对儿童的数感发展水平进行测量和评定,但是这种对数感的界定并没有阐明数感的心理内涵和要素,其测评方式也不能完全反映数感的心理结构和心理状态。本书从个体对数字及其结果的知觉、判断和体验这一心理内涵角度对数感进行界定,并编制了可以有效测量儿童数感发展水平的心理量表,探索了儿童数感的心理结构。其次,在研究方法方面,本书使用了心理测量、行为实验、教育实验和事件相关电位技术等多种研究方法和技术手段对儿童数感进行了研究,考察了儿童数感的发展特点,揭示了不同数感水平儿童数量表征模式的差异性和脑机制的差异性,探索了可以有效提高儿童数感水平的教学方式。多种研究方法的综合使用,弥补了以往使用单一研究方法的不足,有一定的创新性。最后,在研究内容方面,本书除了注重对儿童数感的结构、儿童数感的发展特点、儿童数感的认知机制、儿童数感的脑机制等理论问题进行研究外,还注重对儿童数感干预和培养等实践问题的研究,并将两者有机地结合在一起,数感的理论研究

为儿童数感的干预和培养提供了可靠的依据，使儿童数感干预更加具有针对性和适用性。希望本书不仅可以为数学教育理论研究者提供借鉴，同时也可以为广大中小学一线教师提供指导和帮助。

霍雨佳

2018 年 12 月于龙城

目 录

第一章 绪 论.....	1
一、数感的内涵	1
二、数感与数概念	3
三、数感与数能力	4
四、本书结构介绍	5
五、本书的特色	7
第二章 儿童数感的结构与测量.....	9
一、问题提出	9
二、数感理论维度的构建	16
三、儿童数感结构的研究方法	17
四、儿童数感结构的研究结果	19
五、儿童数感的结构模型	35
六、儿童数感评定量表项目的确定与分析	38
七、小结	39

第三章 儿童数感的发展特点.....41

- 一、问题提出 41
- 二、儿童数感发展特点的研究方法 44
- 三、儿童数感发展特点的研究结果 46
- 四、儿童数感发展的年龄特点与关键期 49
- 五、儿童数感发展的性别特点 52
- 六、小结 54

第四章 儿童数感的认知机制.....56

- 一、问题提出 56
- 二、儿童数感认知机制的研究方法 61
- 三、儿童数感认知机制的研究结果 68
- 四、不同数感水平儿童数量表征的差异性 79
- 五、不同数感水平儿童数量表征模式的差异性 82
- 六、小结 84

第五章 儿童数感的脑机制.....86

- 一、问题提出 86
- 二、儿童数感脑机制的研究方法 91
- 三、儿童数感脑机制的研究结果 97
- 四、不同数感水平儿童的数字加工速度和准确性 105
- 五、不同数感水平儿童的数字符号效应 107
- 六、不同数感水平儿童的数字距离效应 108

七、小结	110
第六章 儿童数感的培养.....	112
一、问题提出	112
二、儿童数感培养的研究方法	114
三、儿童数感培养的实验结果	121
四、数感干预教学的有效性	125
五、数感干预教学的适用性	126
六、小结	128
第七章 结 语.....	129
一、儿童数感的结构与测量工具	129
二、儿童数感的发展特点与启示	131
三、儿童数感的认知机制与启示	133
四、儿童数感的脑机制与启示	135
五、儿童数感干预研究及其对教育教学的启示	138
六、对儿童数感未来研究的展望	141
参考文献.....	145
附录：儿童数感干预的教学设计（案例）.....	163

第一章 绪 论

数感是数学认知的基础和起源，我们的各种数学能力都是由数感发展而来的。数感的研究是认知心理学中一个比较新的领域，对数感的深入研究不仅有助于揭示人类抽象思维能力的起源和发展，还有助于儿童数学思维的培养。

一、数感的内涵

“数感”这个概念是由 Tobias Dantzig (1954) 在其著作《数：科学的语言》中首次提出的。他认为数感是对集合中数量变化的辨识能力，当在一个小的集合里面，增加或者减去一样东西的时候，这种能力可以使人能够辨认出其中的变化。Sowder (1992) 认为数感是关于数的一个网络结构，它可以将数字与和它相关的一系列操作特性相联系，并以灵活的方式解决与数字相关的问题。法国心理学家 Dehaene 最先把数感这个概念引入了心理学的研究领域，他认为数感就是快速地理解、估计和操作数量的能力 (Dehaene, 1997, 2001)，如人们可以快速地判断出 9 比 5 大，3 在 2 和 4 之间， $12+15=96$ 是错误的等，这些都是数感的具体体现。Reys 等 (1998) 从教育心理学视角来认识数感，认为数感是个人对数和运算的一般理解 (understanding)，以及能够灵活地利用这种对数和运算的理解做出数学判断 (make mathematical judgement) 和形成有效策略 (develop

useful strategies) 来处理数和运算问题的能力和倾向。所以数感反映了使用数 (numbers) 和定量方法 (quantitative method) 作为手段来交流、处理和解释问题的能力和倾向。数感使学生产生了数是有用的、数学是有某种规律的期望。

在国内对数感的研究中,马云鹏等(2002)认为数感是一种主动和自动化地理解数和运用数的态度与意识,是形成数概念和进行运算等数学活动的基础。数感较高的学生,常常可以自然地将现实生活中的问题与数联系起来,并用数学的方式思考和解决问题。汤服成等(2003)把数感看作是一种与情境相关联的内隐的、非结构性的关于数和运算等方面的程序性知识。台湾学者杨德清(2009)认为数感是个人对数、运算以及它们之间关系的理解,并在此基础上发展灵活、有效的策略来解决与数字相关的实际问题的能力。司继伟(2010)更加明确地提出了数感是包含了具体情境中运算策略和数字的应用、数字意义和关系的理解和感知、比较数字大小等多种基本算数能力的组合,数感在本质上就是多种算术能力的组合。

关于数感概念的定义,不同学者因认识的角度和侧重点不同,对其含义的界定也不相同,通过对已有数感定义的梳理和分析可以发现,大部分的学者都是从能力观的角度对数感进行界定,但是这种界定只是强调了数感概念中所包含的认知加工的成分,而忽视了数感中所包含的情感体验的成分,所以并不能全面地反映数感的内涵。Kastner(1989)曾指出数感可以使人有信心来判断答案的合理性。Sowder(1990)则为不同数感水平的学生描绘了一幅剖面图:高数感水平的学生在数学学习和数学问题的解决中怀有强烈的自信心,并且能在数学学习和数学问题的解决中获得愉快的情感体验;而低数感水平的学生则对数学学习和数学问题的解决缺乏自信心,同时他们也很少能从数学学习和问题解决等数学活动中获得积极的情感体验。熊丙章和毛君顺(2005)通过对我国小学四年级儿童的调查也发现,数学自信心水平与数感水平具有非常密切的关系,并且明确提出数感中包含着情感体验的成分,并建议应注意发掘和展示数感中蕴含的情感因素。

《义务教育数学课程标准(2011年版)》中在设定课程目标时,也明确指

出数学思考、问题解决和情感体验不是相互独立和割裂的部分，而是一个密切联系、相互交融的整体结构。同时，大部分《义务教育数学课程标准》研制组的核心成员专家也都谈到高数感水平的学生一般能够主动地参与数学活动，对数学学习有一种更加积极的情感体验，同时对数学问题的解决和结果的把握也比较有自信。

通过上述的分析我们可以发现，从数感概念的内涵来看，数感既包含认知加工成分，同时也包含情感体验这一成分。因此，本书从个体对数字及其结果的知觉、判断和体验这一心理内涵角度对数感进行界定，认为数感就是人在对数字及其关系知觉的基础上，对结果做出的一种快速而确定的判断。数感是一个包括数字知觉、结果判断和情感体验的一个整体的心理结构，是对数及其结果整体把握的心理状态。数感使个体形成了对数的一种整体反应，反映了个体对数学的态度和体验。

二、数感与数概念

数概念是人脑对客观事物数量属性的认识。数概念的形成是对不同实体集合数量相似性的一种抽象概括。例如，儿童要形成“2”这个概念，就必须发现个数为“2”的集合在数量上具有相似性（韩琰琰、陈蒲晶、陈英和，2010）。正如 Russell 所指出的那样：“不知道要经过多少年，人类才会发现一对锦鸡和两天同是‘2’这个概念的例子。”现在英语中还有不少词来表达“2”这个概念，如：“Pair”“Couple”“Set”“Team”“Twin”“Brace”等，同样汉语中也有一些不同的字来表达“2”这个概念，如：“对”“双”“两”等，这些都反映了数概念的形成过程是一个从具体到抽象的过程。数感与数概念是既有区别又有联系的两个概念，它们的区别主要体现在成分和发展特点两个方面。首先，数感和数概念两者所包含的成分不同。数感强调的是对数的一种感悟，是一种对数的整体感知和把握，所以它既含有原始的、经验性的感知成分，同时又含有思维的成分（史宁中、吕世虎，2006）。数概念是通过对实体集合数量相似性的抽象概括而

得出的,是人脑抽象思维的结果。其次,数感和数概念的发展特点也不相同。中国科学院心理研究所和原西南师范学院等 10 余所高校合作,对我国 10 个地区 969 名 7—12 岁儿童数概念的发展特点和规律进行了研究,协作研究结果表明儿童数概念发展的关键期主要在小学中高年级年龄阶段(刘范等, 1981);而儿童数感发展的关键期主要在小学低年级年龄阶段(郭民、史宁中, 2011)。同时,数感与数概念又具有一定的联系,数概念是一种抽象概念,具有不同于具体概念的特点,描述数概念需要借助集合来实现(陈英和, 2015)。由于数概念的这种特点,研究者对于数概念的发展到底属于领域一般性还是领域特殊性的问题,一直存在争论。以格尔曼(Gelman, 1991; Wynn, 1995)为首的一些心理学家则认为儿童的数概念发展是基于儿童的数字敏感性,这种对数字的敏感性,不仅为儿童提供一种表征物体数量的模式,而且还可以使儿童将注意力聚焦在数量上,通过忽视非数量方面的物理特点来促进其在数量上的表征。数感的研究可能在一定程度上对数概念的发展是属于领域一般性还是领域特殊性的问题研究有所启示。

三、数感与数能力

能力是个人顺利完成某种活动所必须具备的心理特征(黄希庭, 2001)。能力总是和个体的某种活动相联系并表现在活动之中,是保证活动取得成功的基本条件。数学能力是顺利完成数学活动所必须具备的而且直接影响其活动效率和效果的一种个性心理特征,它是在数学活动过程中形成和发展起来的,并且在这类活动中表现出来的比较稳定的心理特征(克鲁切茨基, 1984)。苏联心理学家克鲁切茨基对中小学生学习能力结构进行了长达 12 年的研究,提出中小学生学习数学能力主要包括 9 种:①能使数学材料形式化,并用形式的结构,即关系和联系的结构来进行运算的能力;②能概括数学材料,并能从外表上不同的方面去发现共同点的能力;③能用数学和其他符号进行运算的能力;④能进行有顺序的严格分段的逻辑推理能

力；⑤ 能用简缩的思维结构进行思维的能力；⑥ 能逆转心理过程，从顺向的思维系列过渡到逆向思维系列的能力；⑦ 思维的机动灵活性，即从一种心理运算过渡到另一种心理运算的能力；⑧ 数学记忆力，关于概括化、形式化结构和逻辑模式的记忆力；⑨ 能形成空间概念的能力。林崇德教授（2011）主持的“中小学生能力发展与培养”实验研究，即从思维品质入手，对数学能力结构做了如下描述：“数学是以概括为基础，将运算能力、空间想象能力、逻辑思维能力和思维的深刻性、灵活性、独创性、批判性、敏捷性所组成的开放的动态系统结构。数学能力结构应包括传统的 3 种数学能力以及 5 种思维品质。”

关于数感与数学能力的关系，Libertus（2012）的研究表明，在严格控制智商、视觉工作记忆、执行功能、言语能力等相关因素的情况下，数感与数学能力之间具有很强的相关关系。乔福强（2010）对小学儿童数感与数学能力的关系进行了相关研究，研究结果表明小学儿童数感与数学能力之间呈显著正相关关系。另外一些追踪研究还表明，数感对数学能力具有一定的预测作用，幼儿的数感水平越高，其进入小学后的数学能力就越强，但是数感对非数字的认知能力并没有预测作用（Mazzocco et al., 2011）。同时，数字认知加工的研究也表明数感是数学认知和数学能力形成的基础（Dehaene et al., 2004）。正因为数感是形成和发展运算能力、数据分析能力和推理能力等各种数学能力的基础和前提，所以《义务教育数学课程标准（2011 年版）》才把数感这个概念放在了 10 个核心概念的首位，以凸显数感在中小学数学教育中的基础地位和作用。

四、本书结构介绍

本书主要围绕儿童数感的结构与测量、儿童数感的发展特点、儿童数感的认知机制、儿童数感的脑机制和如何培养儿童的数感这 5 个环环相扣的问题展开。本书的框架和各章节之间的逻辑关系如图 1.1 所示：

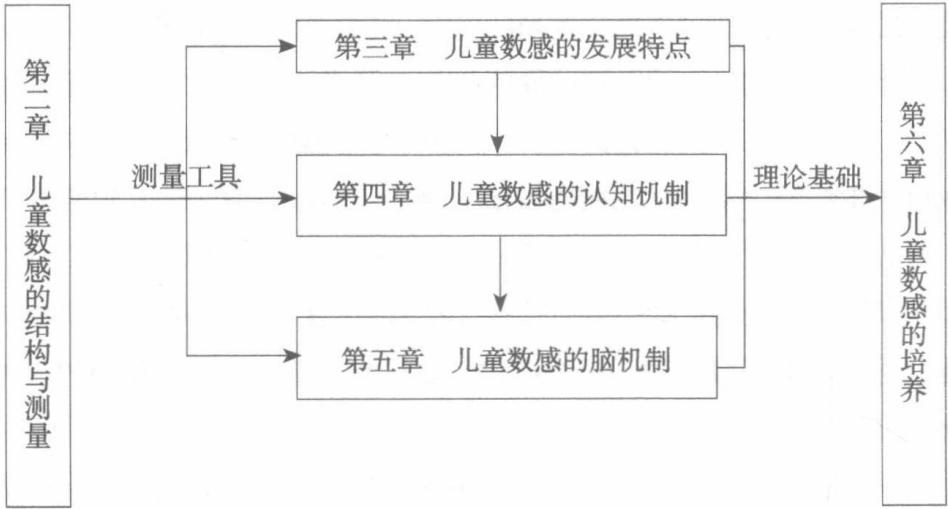


图 1.1 本书逻辑结构框架

第二章主要从数感的心理内涵和要素入手，探索儿童数感的心理结构，并编制具有较高信效度指标的儿童数感评定量表，为儿童数感的评定提供有效的测量工具。

第三章、第四章和第五章是儿童数感的理论研究部分，这 3 个部分以揭示儿童数感发展的差异性为逻辑线索，采用步步深入的方式展开研究。首先，从行为层面，采用心理测量学的方法对儿童数感的发展特点进行测量，揭示儿童数感发展的年龄特点和性别差异，探索儿童数感发展的关键期。其次，深入到认知层面，对不同数感水平儿童在行为实验中的数量表征结果进行数据拟合，建立高低数感儿童数量表征的数学模型，揭示不同数感水平儿童数量表征模式上的差异性和发展特点。最后，更进一步深入到脑机制层面，使用事件相关电位（ERPs）的技术手段对不同数感水平儿童在数字加工过程中表现出的心理效应进行分析，揭示不同数感水平儿童的脑机制特征和差异。儿童数感的理论研究为儿童数感的教学干预研究提供了理论基础。

第六章是以儿童数感的理论研究为基础，采用实验组和控制组前后测的实验设计模式，随机选取两个平行教学班分别作为实验组和对照组，对实验组的学生进行数感教学干预，以期提高其数感的发展水平。通过教育

实验研究的方法考察教学干预对儿童数感发展的作用效果，探索促进儿童数感发展的有效教学方式，为数学教师的数感教学提供心理学依据。

五、本书的特色

本书从心理学的视角，运用实证研究的方法对儿童数感进行了系统的研究和阐述。与已有研究相比，本书有以下3个方面的特色：

首先，研究视角独特。以往对数感的研究都是从问题解决的视角出发对数感进行界定，并使用数学测验的方式对儿童的数感发展水平进行测量和评定，但是这种对数感的界定并没有阐明数感的心理内涵和要素，其测评方式也不能完全反映数感的心理结构和心理状态。本书从个体对数字及其结果的知觉、判断和体验这一心理内涵角度对数感进行界定，并编制了可以有效测量儿童数感发展水平的心理量表，探索了儿童数感的心理结构。

其次，研究方法多样。本书使用了心理测量、行为实验、教育实验和事件相关电位技术等多种研究方法和技术手段对儿童数感进行了研究，考察了儿童数感的发展特点，揭示了不同数感水平儿童数量表征模式的差异性和脑机制的差异性，探索了可以有效提高儿童数感水平的教学方式。多种研究方法的综合使用，弥补了以往使用单一研究方法的不足，有一定的拓展和创新。

最后，研究内容系统。本书围绕数感的结构与测量、儿童数感的发展特点、儿童数感的认知机制、儿童数感的脑机制以及儿童数感的培养等问题对儿童数感进行了系统的研究。第一，从数感的心理内涵和要素入手，编制了可以有效测量儿童数感发展水平的心理量表。在此基础上，调查和分析了儿童数感发展的年龄特点和性别差异，明确了儿童数感发展的关键期。第二，进一步对不同数感水平儿童在实验中的数量表征结果进行数据拟合，建立了高低数感儿童数量表征的数学模型，揭示了不同数感水平儿童数量表征模式上的差异性和发展特点。第三，对不同数感水平儿童在数字加工过程中表现出的心理效应进行了分析，揭示了不同数感水平儿童的

脑机制特征和差异。第四，通过教育实验法来考察教学干预对儿童数感发展的作用效果，探索了促进儿童数感发展的有效教学方式，为数学教师的数感教学提供了心理学依据。