



中国科学院教材建设专家委员会规划教材
全国高等医药院校规划教材

供临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、护理、法医等专业使用

案例版TM

医学物理学

第 3 版

主编 盖立平 王保芳

课件

图片

音频

视频

拓展

动画

微课

案例



扫描书中二维码
尊享数字化资源增值服务



科学出版社

中国科学院教材建设专家委员会规划教材
全国高等医药院校规划教材

案例版TM

供临床、预防、基础、口腔、麻醉、影像、药学、检验、护理、法医等专业使用

医学物理学

第3版

主 编 盖立平 王保芳



科学出版社

北 京

郑 重 声 明

为顺应教育部教学改革潮流和改进现有的教学模式,适应目前高等医学院校的教育现状,提高医学教育质量,培养具有创新精神和创新能力的医学人才,科学出版社在充分调研的基础上,引进国外先进的教学模式,独创案例与教学内容相结合的编写形式,组织编写了国内首套引领医学教育发展趋势的案例版教材。案例教学在医学教育中,是培养高素质、创新型和实用型医学人才的有效途径。

案例版教材版权所有,其内容和引用案例的编写模式受法律保护,一切抄袭、模仿和盗版等侵权行为及不正当竞争行为,将被追究法律责任。

图书在版编目(CIP)数据

医学物理学 / 盖立平, 王保芳主编. —3 版. —北京: 科学出版社, 2019.8

中国科学院教材建设专家委员会规划教材·全国高等医药院校规划教材
ISBN 978-7-03-061317-2

I. ①医… II. ①盖…②王… III. ①医用物理学-医学院校-教材 IV. ①R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 107786 号

责任编辑: 张天佐 / 责任校对: 郭瑞芝

责任印制: 师艳茹 / 封面设计: 范 唯

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

天津市新科印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 9 月第 一 版 开本: 850×1168 1/16

2019 年 8 月第 三 版 印张: 19 3/4

2019 年 8 月第十七次印刷 字数: 650 000

定价: 69.80 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

医学物理学教材编委会

第 3 版

主 编 盖立平 王保芳

主 审 潘志达

副主编 李秀珍 袁小燕 单晶心 孙 超

编 委 (以姓氏笔画为序)

丁晓东 (大连医科大学)

刘小利 (长治医学院)

孙 超 (大连大学)

李秀珍 (山东第一医科大学)

郑海波 (福建医科大学)

洪 洋 (中国医科大学)

高 杨 (牡丹江医学院)

曹志峰 (福建医科大学)

王保芳 (河南大学)

刘凤芹 (山东大学)

李 杭 (大连医科大学)

张智伟 (山东第一医科大学)

单晶心 (辽宁何氏医学院)

袁小燕 (长治医学院)

邵德才 (大连大学)

盖立平 (大连医科大学)

学术秘书 孙福伯

医学物理学数字资源编委会

主 编 盖立平 魏 杰

副主编 王保芳 丁晓东 李秀珍 孙 超 袁小燕

编 委 (以姓氏笔画为序)

丁晓东 (大连医科大学)

王保芳 (河南大学)

刘小利 (长治医学院)

孙 超 (大连大学)

孙福伯 (大连医科大学)

李 杭 (大连医科大学)

李秀珍 (山东第一医科大学)

张智伟 (山东第一医科大学)

郑海波 (福建医科大学)

单晶心 (辽宁何氏医学院)

洪 洋 (中国医科大学)

袁小燕 (长治医学院)

高 杨 (牡丹江医学院)

邵德才 (大连大学)

曹志峰 (福建医科大学)

盖立平 (大连医科大学)

魏 杰 (蚌埠医学院)

学术秘书 孙福伯

动画制作 魏 杰

第3版前言

“医学物理学”在医学高等教育中是一门基础课，为专业课奠定基础。我们借鉴国外先进的PBL (problem-based learning) 教学方法，采用案例与教学内容相结合的模式。本书自2007年起由全国十多所高校的专家、教授共同编写，历时十余年，经历了两次修订。自问世以来，受到全国广大师生和读者的一致好评。

为深化医学教育改革，适应国家医学创新和国际竞争对高水平医学人才的需求，在《医学物理学》（案例版，第3版）教材编写过程中，我们仍贯彻用物理学的理论解释生命活动的规律，讲授物理学的技术在临床诊断和治疗中的应用，突出物理学和医学的联系与融合。本书的特点体现在：

（1）融案例于教材中，用案例引导教学，并以此作为学生获取知识和解决问题的切入点。

（2）注重物理学的基础理论、基本知识的讲解以及对学生基本技能的培养。在此基础上，尽量体现教材的思想性、先进性、科学性、启发性和适用性。

（3）全书既保持了物理学比较完整的知识体系，又具有比较鲜明的医学教育特色，加强了基础学科与临床学科的结合。

本书以五年制临床医学专业本科生为主要使用对象，兼顾与医学相关的其他专业。全书共十八章，涵盖了“医学物理学”的基本教学内容。希望不同类型的学校和专业，在教学中根据各自的情况有选择地使用。

本书使用的物理量的单位、名称、符号均符合相关标准。另外，书后附有基本物理常量、国际单位制和中英文名词对照索引。

本书在编写和出版过程中得到大连医科大学、中国医科大学、河南大学、山东第一医科大学、大连大学、长治医学院、牡丹江医学院、福建医科大学、辽宁何氏医学院、山东大学、蚌埠医学院、科学出版社的大力支持和帮助，在此表示衷心的感谢！

虽然编委在工作中认真求实，兢兢业业，但由于水平所限，不足之处在所难免，恳请读者批评指正。

盖立平

2019年1月于大连

第 1 版前言

这本《医学物理学》教材，是科学出版社为适应目前高等教育的现状，本着深化课程体系与教学方法的改革，借鉴国外先进的 PBL (problem-based learning) 教学方法，采用案例与教学内容相结合的模式，组织全国十多所医科大学的教授编写而成的。本教材的特点体现在：

(1) 融案例于教材中，用案例引导教学，并以此作为学生获取知识和解决问题的切入点。

(2) 注重物理学的基础理论、基本知识的讲解以及对大学生基本技能的培养。在此基础之上，尽量体现教材的思想性、先进性、科学性、启发性和适用性。

(3) 全书既保持了物理学比较完整的知识体系，又具有比较鲜明的医学教育特色。加强了基础学科与临床学科的结合，突出了物理的理论对生命现象的解释、物理学的技术在医学诊断和治疗中的应用。

本书以五年制临床医学专业本科生为主要使用对象，兼顾与医学相关的其他专业。全书共 17 章，涵盖了人体力学、生命过程中的热力学、人体的生物电场与磁场、光的波粒二象性、激光、X 射线、原子核及其放射性、核磁共振等教学内容。希望不同类型的学校和专业，在教学中根据各自的情况有选择地使用。

本书在编写和出版过程中得到大连医科大学、福建医科大学、首都医科大学、科学出版社的大力支持和帮助，在此表示衷心的感谢！

虽然编委们在工作中认真求实，兢兢业业，但由于水平所限，错误和不当之处仍在所难免。恳请同行和使用本书的广大师生不吝赐教，予以指正。

潘志达

2007 年 7 月于大连医科大学

目 录

第3版前言	
第1版前言	
绪论	1
第一章 人体力学基础知识	4
第一节 刚体的转动	4
第二节 物体的弹性	8
第三节 肌肉和骨骼的力学性质	10
第四节 人体的静力平衡	14
第二章 振动和波	20
第一节 简谐振动	20
第二节 简谐振动的合成	24
第三节 简谐波	26
第四节 波的能量、强度、衰减	28
第五节 波的干涉概述	30
第三章 声波和超声波	35
第一节 声波	35
第二节 超声波	40
第三节 超声波的医学应用	43
第四章 流体的流动	49
第一节 理想流体的稳定流动	49
第二节 伯努利方程及其应用	51
第三节 实际流体的流动	54
第四节 血液的流动	58
第五节 血液的流变	61
第五章 分子动理论	65
第一节 物质的微观结构	65
第二节 理想气体分子动理论	66
第三节 气体分子速率和能量的统计分布规律	69
第四节 液体的表面现象	72
第六章 生命过程中的热力学	79
第一节 人体代谢的热力学第一定律	79
第二节 热力学第二定律与生命现象	83
第三节 生命现象研究的重要热力学参数	86
第四节 热和冷的生物效应及医学应用	89
第七章 人体的生物电场	95
第一节 静电场中的几个基本概念	95
第二节 电偶极子与电偶层的电场	98
第三节 静电场中的电介质	99
第四节 膜电位和神经传导	101
第五节 心电的向量原理	104
第六节 心电图的形成与描记	107
第八章 直流电	113
第一节 欧姆定律的微分形式	113

第二节	基尔霍夫定律	116
第三节	电容器的充电和放电	118
第四节	直流电在医学中的应用	120
第九章	磁场及其生物效应	126
第一节	磁场 磁感应强度	126
第二节	电流的磁场	128
第三节	磁场对电流的作用	131
第四节	磁介质	135
第五节	生物磁场	139
第六节	磁诊断技术和磁场疗法	141
第十章	几何光学	147
第一节	球面折射	148
第二节	透镜	151
第三节	眼屈光	158
第四节	放大镜和显微镜	164
第五节	内镜	172
第十一章	光的波动性	175
第一节	光的干涉	175
第二节	光的衍射	184
第三节	光的偏振	190
第四节	光的吸收	195
第十二章	光的粒子性	198
第一节	黑体辐射 普朗克量子假说	198
第二节	光电效应	202
第三节	康普顿效应	205
第十三章	量子力学基础	210
第一节	氢原子的玻尔理论	210
第二节	薛定谔方程概述	213
第三节	量子力学的原子结构概念	217
第十四章	相对论基础	221
第一节	狭义相对论假设	221
第二节	狭义相对论时空观	223
第三节	相对论力学基础	226
第四节	广义相对论基础	227
第十五章	激光	230
第一节	激光的基本特性	230
第二节	激光的产生原理	232
第三节	医用激光器	235
第四节	激光的生物效应	238
第五节	激光在医学中的应用及防护	240
第十六章	X 射线	244
第一节	X 射线的产生 X 射线的强度和硬度	244
第二节	X 射线的性质	248
第三节	X 射线的吸收	249
第四节	X 射线在医学上的应用	251
第十七章	原子核和放射性	259
第一节	原子核的基本性质	259
第二节	原子核的衰变类型	261

第三节	原子核的衰变规律	264
第四节	射线与物质的相互作用	267
第五节	辐射剂量与防护	269
第六节	放射性核素在医学上的应用	272
第十八章	核磁共振	278
第一节	核磁共振的物理学原理	278
第二节	磁共振成像原理	284
第三节	磁共振成像系统	293
参考文献		295
附录		296
附录一		296
附录二		297
中英文名词对照索引		300

医学物理学是高等医学院校学生必修的一门基础课。学习它的目的有两个：第一，为后续医学专业课程的学习打基础；第二，为将来从事医学科学研究和医疗实践储备必要的物理学知识。物理学是人们认识物质世界的客观属性、研究物质运动规律的一门科学。虽然它只是自然科学的基础学科，但却对科学技术（包括医学）的发展与进步起到至关重要的作用。医学物理学则是把物理学的技术应用于医学理论研究与实践的一门科学。它包括两方面的含义：其一是用物理学的理论阐述、解释人体在健康和疾病时的功能，这一点在很大程度上与生理学和病理生理学的研究相关；其二则是物理学的技术，如超声波、电磁波、激光、辐射等在医学实践中的应用，这些又属于生物医学工程的研究范畴。那么，医学物理学的研究对象与方法是什么？它与医学科学技术的发展和进步的关系如何？怎样才能学好医学物理学？这些问题都需要我们在学习这门课程之前了解清楚。

一、医学物理学的研究对象与方法

1. 医学物理学的研究对象

自然界中大到宏观物体，小到微观粒子都是由运动着的物质组成的，没有运动的物质和没有物质的运动都是不存在的，如地球的运动、生物体的生长和死亡、分子或原子的运动。虽然物质运动的形式各不相同，可以是机械运动、热运动、电磁运动、原子和原子核内的运动等，但它们既服从物质运动共同的普遍规律，又有各自的独特规律。物理学是研究物质运动的基本性质和普遍规律的科学；医学是研究机体的正常生命活动规律以及患病机体的某些特殊现象的科学，在自然界中属于较高级、较复杂的物质运动形式。辩证唯物论的认识法则告诉我们，特殊性存在于普遍性之中。物质的较高级、较复杂的运动形式，除遵循自身特有的规律外，还必须遵循物质运动的普遍规律。例如，一切变化过程，无论它们是否具有化学的、生物的各自的独特规律，但都遵从物理学所确立的能量转化和守恒定律的普遍规律。因此，从研究物质运动的普遍性和规律性这一角度看，可以认为医学物理学的研究对象包含在物理学的研究对象之内。

2. 医学物理学研究方法

我们知道，研究医学物理学是为了掌握生命活动过程中物质运动的各种规律。例如，呼吸、消化、循环、肌肉收缩或神经传导等任何一种生理过程都涉及各种形式的生物化学变化，而这些变化又是和一些电的、热的及分子运动的物理过程密不可分的。那么，如何才能了解这些过程中所伴随的物理现象，或者说怎样用物理学的理论去揭示这些现象的本质呢？科学实验是重要的手段；理想化物理模型的构建是有效的途径，这就是医学物理学的研究方法。

（1）科学实验：实验是科学研究的基础，自然科学的很多规律是通过实验发现的，其理论是通过实验反复验证而总结出来的，即“理论—实验—再理论—再实验”的认识过程。医学物理学是建立在实验基础上的科学，一切理论最终都要以观察或实验的事实为准则。因此，理论与实验相结合是研究医学物理学的正确选择，科学实验是研究医学物理学的重要手段。

（2）构建理想化的物理模型：在医学物理学的研究中构建理想化物理模型的例子很多。例如，在有弹性的动脉血管中，血液流动时的流量、压强差、流阻、血管顺应性等之间的关系可用弹性气室模型来求得。从物理学的角度，我们分别用电流、电压、电阻、电容来代替血流量、血压、流阻、血管顺应性，就可以把弹性气室模型转换成电学的 RC 等效电路。又如，用电缆模型来模拟神经纤维的电学性质；把心肌细胞模拟成闭合的电偶层来讨论其对外所建立的电场；在流体力学的研究中，从理想流体的模型入手，经修正后再应用到牛顿流体等。构建理想化的物理模型是为了研究物质运动复杂的变化过程，它虽然是抽象的，但却具有反映事物的基本特征和本质的功能。这一方法可使复杂的问题简单化，突出被研究对象的主要特征，因此有利于研究的深入。



二、医学物理学与科技进步的关系

物理学与其他自然科学之间没有绝对的界限,它已经延伸到许多学科之内,并形成一系列的交叉学科,如天体物理学、化学物理学、生物物理学、医学物理学等。

1595年,荷兰人詹森制造出第一台复式显微镜。荷兰人列文虎克一生制作了400多架显微镜,通过不断改进,使放大率达到200倍。直到19世纪,由于显微镜的制作技术克服了模糊和色差等缺陷,其分辨率达到了微米数量级($1\mu\text{m}$),显微镜才具有了实际应用的价值。利用显微镜观察,科学家确立了动物、植物和人在内的所有生物体都是由细胞组成的理论;同时真正意义上的人体组织学也逐渐建立起来。显微镜使人们了解了微观世界,并使“视野”更加开阔。

1867年,英国医生奥尔巴特研制成功水银体温计;1896年,意大利医生里瓦罗基发明了腕环式血压计;这些发明和创造极大地弥补了医学检测手段的不足,并促使检测指标的定量化。

1889年,沃勒提出心脏电偶极子模型;1903年荷兰生理学家爱因托芬提出了标准导联的三角学说;1934年,美国学者威尔逊在爱因托芬三角学说的基础上提出中心电端的概念。这些工作作为心电图(ECG)的记录提供了坚实的理论基础。

1895年,德国维尔兹堡大学物理学家伦琴在研究阴极射线时,偶然发现了X射线。几天后,伦琴利用X射线照射了他夫人的手掌,拍摄了世界上第一张X射线照片。进一步的观察和实验证实了X射线是电磁波家族中的一员,波长很短,具有贯穿物质的本领,并很快在医学上应用。

1896年,法国物理学家贝可勒尔在研究铀矿时,发现铀矿能使包在黑纸内的胶片感光,人类第一次认识到放射现象。1898年玛丽·居里夫妇发现了镭(Ra)和钋(Po)、钍(Th)等天然放射性元素。在此后的100年内,核医学逐渐建立并发生了本质性的改变,例如放射治疗、发射型计算机断层显像(ECT)、放射免疫分析等技术在临床上得到普遍地应用。

1917年,法国物理学家朗之万成功地发射了超声波。此后,利用超声波在介质的不均匀界面能发生反射的特性,根据检测到的回波信号得到体内组织结构及血流等信息的超声成像技术逐渐地发展起来,如B型超声、彩色多普勒血流显像(CDFI)等。

1929年,德国医学家贝格尔首先观察到脑活动中的 α 波及 β 波电信号。随后脑电在临床诊断以及生理和心理的研究中被逐渐应用,并建立了脑电图(EEG)。

1953年,生物学家沃森、物理学家克里克发表了“脱氧核糖核酸(DNA)双螺旋结构的论文”。他们的发现在很大程度上是依靠化学家富兰克林与物理学家威尔金斯所拍摄的DNA晶体的X射线衍射照片。正是他们之间的精诚合作以及物理学、化学和生物学多学科的交叉研究,才导致了这一具有里程碑意义的重大发现,并由此引发了遗传密码的破译及遗传工程的创立。

1960年,美国休斯飞机研究所的梅曼研制成功世界上第一台红宝石激光器。1961年其首次应用在眼科的视网膜凝固上,1963年开始用于肿瘤的治疗。

1972年,英国工程师亨斯菲尔德利用美国物理学家科马克所创立的影像重建理论,发明了X射线计算机体层摄影(X-CT)。

1973年,美国纽约大学的劳特伯尔首先提出“软组织结构的磁共振成像(MRI)方法”,接着曼斯菲尔德又提出“选择激发序列的成像方法”,他们为开发MRI做出了重大贡献。

随着人类对生命现象认识的逐渐深化,生命科学已经从宏观形态的研究进入到微观机制的探讨;从细胞水平提高到分子水平;从定性分析提高到定量分析。今天,医学物理学的这些研究成果已成为医生们对疾病进行诊断和治疗的有力武器,同时也有力地促进了医学科学技术的现代化。

回顾历史,我们可以得出这样的结论:物理学与医学之间总是相互依存,相互促进,协同发展的。医学物理学的发展离不开物理学与医学的结合,物理学的成就促进了医学科学技术的发展和进步,同时也促进了“医学物理学”这门交叉学科的逐渐成熟。

三、医学物理学的学习方法

谈到如何学好“医学物理学”这门课程时,一定又牵扯到“教”和“学”的问题。对于教师,必须明确的问题是“材”施教,这里所提到的“材”不是指学生智力上的差异,而是指培养目标。

虽然物理学的定理、定律是不变的,但是对于不同专业,用这些理论所联系的实际内容应各不相同。而对于医学专业,用物理学的理论来解释基础医学和临床医学中的一些实际问题,则是顺理成章的选择。也只有这样,教师才能把学生的基础打好,在基础课和专业课之间架起一座沟通的桥梁。医学物理学是了解生命现象、学习医学科学知识不可缺少的基础,其所提供的方法和技术为医学研究和医疗实践开辟了许多新的途径。例如,医学物理学介绍了人体力学、超声波、心电图、X-CT、激光、MRI、放射性核素显像等许多和医学相关的物理学问题,但并不讨论它们在医疗应用方面的技术细节。前者是基础教学需要解决的问题,而后者则是专业教学应该解决的问题,两者之间相互呼应。所以,我们在教学的过程中一定要有明确的侧重点。

对于学生,怎样才能学好“医学物理学”呢?首先,一定要正确地认识物理学与医学之间的关系,这是学好这门课程的关键。其次,要掌握正确的学习方法,在某种程度上掌握正确的学习方法比获取知识更为重要。在学习中要善于思考,用逻辑思维和推理去理解纷繁复杂的物理概念,注重掌握物理学的基础理论、基本知识,同时还要兼顾基本技能的培养。最后,就是要重视实验。在医学物理学实验中除了要掌握必要的实验手段和技术方法外,还要对实验现象进行认真观察,只有在观察中才能发现问题、捕捉问题,并提出解决问题的方法。

(盖立平)



第一章 人体力学基础知识

教学要求

1. 掌握转动惯量、角动量的概念及转动定律和角动量守恒定律。
2. 掌握应力、应变、弹性模量等概念。
3. 熟悉骨骼与肌肉的力学性质。
4. 了解人体的静力平衡及其条件。

案例 1-1

人体力学是生物力学的一个分支，是基于物理学最基本的力学知识，用力学的观点和方法定量地研究和描述人体组织及器官的力学特征。人体力学研究的内容十分丰富，在宏观方面，它以力学的观点研究人体的脏器、肌肉、骨骼、关节等的结构和功能；在微观方面，它研究生物大分子、生物聚合物、细胞、组织等的力学特性。人体力学属于生物力学的研究范畴。人体力学的研究推动了解剖学、组织学和生理学的发展，使人们对生命现象的认识逐步由定性的现象描述上升到定量的规律。肌肉是运动系统的动力部分，在神经系统的支配下，肌肉收缩，牵引骨骼产生运动。骨骼系统是人体的支架，从力学的观点来看，它起着对抗重力、维持体形、完成运动和保护软组织器官等重要作用。

问题：

1. 研究人体力学有何意义？用什么方法研究？
2. 肌肉是怎样收缩的？肌肉收缩时的张力和收缩量有什么关系？
3. 骨骼系统的力学特点是什么？

从力学的观点来研究生物的科学称为生物力学。生物力学是一门古老而又年轻的科学，近年来的研究取得了迅猛的进展。它的任务是用力学的观点、方法和理论来解释、处理生物界繁复无穷的现象，从力学的角度为人们正确地认识这些现象，并加以应用和改进提供可靠的分析方法和解决问题的手段。人体力学的研究极大地推动了医学的发展，在理论上澄清某些疾病的病理机制；在治疗上提供指导，为创立新的诊治方法奠定了坚实的理论基础。

第一节 刚体的转动

案例 1-2

人体绕自身轴线的定轴转动，通过伸展或收回双臂来改变身体的转动惯量，从而改变旋转的角速度。例如，花样滑冰运动员在缓慢旋转的时候，往往是把两臂伸展开；当需要快速旋转时，就迅速把两臂靠拢身体，从而获得明显加快的旋转速度。

问题：

1. 物体的转动与其结构有什么关系？
2. 何为转动惯量和转动定律？

刚体 (rigid body) 是固体物件的理想化模型，如果一个物体在任何力的作用下不改变形状和大小，就可以把它当作刚体处理。转动 (rotation) 是指物体上的各个质点绕一转轴做圆周运动。



一、刚体的定轴转动

刚体可以看成由许多质点组成, 每一个质点称为刚体的一个质元, 刚体这个质点系的特点是, 在外力作用下各质元之间的相对位置保持不变。既然是一个质点系, 那么关于质点系的基本定律都可以应用。当然, 由于刚体这一质点系有其特点, 所以这些基本定律就表现为更适合于研究刚体运动的特殊形式。

(一) 刚体的运动

刚体的运动可以是平动、转动或二者的结合。如果刚体在运动中, 连接体内两点的直线在空间的指向总保持平行, 这样的运动称为平动(translation)。在平动时, 刚体内各质元的运动轨迹都一样, 而且在同一时刻的速度和加速度都相等。因此, 在描述刚体的平动时, 就可以用刚体质心的运动来代表整个刚体的平动。

转动的最简单情况是定轴转动。在这种运动中各质元均做圆周运动, 而且各圆的圆心都在一条固定不动的直线上, 这条直线称为转轴。刚体的一般运动都可以认为是平动和绕某一转轴转动的结合。

刚体绕某一固定转轴转动时, 各质元的线速度、加速度一般是不同的。但由于各质元的相对位置保持不变, 所以描述各质元运动的角量, 如角位移、角速度和角加速度都是一样的。因此, 描述刚体整体的运动时, 用角量最为方便。以 $d\theta$ 表示刚体在 dt 时间内转过的角位移, 则刚体的角速度(angular velocity) ω 为

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-1)$$

刚体的角加速度(angular acceleration) α 为

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-2)$$

刚体的角位移、角速度、角加速度均为矢量, 方向由右手螺旋定则确定。

离转轴的距离为 r 的质元的线速度和刚体的角速度的关系为

$$v = r\omega \quad (1-3)$$

而其加速度与刚体的角加速度和角速度的关系为

$$\begin{aligned} a_t &= r\alpha \\ a_n &= r\omega^2 \end{aligned} \quad (1-4)$$

案例 1-3

分析定轴匀加速转动的特点, 建立其相应的计算公式。

问题:

如何建立定轴匀加速转动的计算公式?

分析:

定轴转动的一种简单情况是匀加速转动。在这一转动过程中, 刚体的角加速度 α 保持不变。以 ω_0 表示刚体在时刻 $t=0$ 时的角速度, 以 ω 表示它在时刻 t 时的角速度, 以 θ 表示它在从 0 到 t 时刻这一段时间内的角位移, 仿照匀加速直线运动公式的推导可得匀加速转动的相应公式:

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \alpha t \\ \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \end{aligned}$$

(二) 定轴转动的转动惯量

转动的物体具有动能, 其值等于组成物体的各个质点的动能的总和, 即



$$E_k = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \Delta m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

若定义

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (1-5)$$

则, 转动物体的动能为 $E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$ 。

将其与质点动能公式 $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ 类比, $\sum_{i=1}^n m_i r_i^2$ 的作用与质量 m 相当, J 是一个衡量转动惯性的量, J 越大, 要使物体获得一定角速度所需的能量越多。把 J 称为刚体对定轴的转动惯量 (moment of inertia), 它决定于刚体的质量、形状、质量分布和转轴位置。转动惯量是刚体转动惯性的量度, 转动惯量越大, 刚体的转动惯性就越大。如果刚体的质量是连续分布的, 则刚体的转动惯量为

$$J = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV \quad (1-6)$$

式中, dV 表示质量为 dm 的体积元; ρ 表示该处的密度; r 为体积元与转轴的距离; 在 SI 单位中, J 的单位是 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)。

二、转动定律

要使物体加速转动必须有外力的作用, 在这种情况下, 物体的转动不仅与力的大小有关, 而且与力的作用点以及力的方向有关。例如, 当我们开关门窗时, 如果作用力与转轴平行或通过转轴, 那么不论用多大的力也不能把门窗打开或关上。只有与转轴既不平行也不相交的力才能使物体转动, 而且起作用的仅是该力在垂直转轴平面内的分力。用力矩来描述使物体产生加速转动的客观作用。力 F 在垂直转轴的平面内, 力与转轴的垂直距离越大, 使物体转动所需的力就越小。 F 与作用点 P 离开原点 O 的距离 r 的矢量积称为力矩 (torque), 以 M 表示, 则

$$M = r \times F \quad (1-7)$$

力矩和功都用力 and 距离的乘积来计算, 但两者的意义完全不同。功是能量变化的度量, 是标量。

力矩是使物体改变转动状态的原因, 也就是产生角加速度的原因, 是矢量, 它的方向由右手螺旋定则来规定。功的单位用焦耳 (J) 表示, 力矩的单位只能用牛顿·米 ($\text{N} \cdot \text{m}$) 表示。

在图 1-1 中, 刚体在力 F 的作用下绕垂直于纸面的 O 轴转动。当转动一小角 $d\theta$ 时, 力所做的功为

$$dA = F \cos \varphi \cdot r d\theta = F r \cos \varphi d\theta = F l d\theta$$

式中, $F l$ 即力矩 M , 故 $dA = M d\theta$

做功将引起刚体动能的增加, 即

$$M d\theta = d \left(\frac{J \omega^2}{2} \right)$$

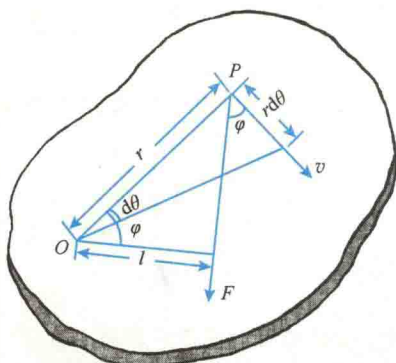


图 1-1 刚体的转动

若 J 在转动过程中不变, 则 $M d\theta = J \omega d\omega$, 而 $\omega \frac{d\theta}{dt}$, 所以

$$M = J \frac{d\omega}{dt} = J \alpha \quad (1-8)$$

式 (1-8) 指出, 转动物体的角加速度与作用的力矩成正比, 与物体的转动惯量成反比。该定律称为转动定律。

三、角动量与角动量守恒定律

(一) 角动量

若 r 是从 O 点指向质点所在位置的位矢, mv 是质点动量, φ 是 r 与 mv 的夹角, 则运动质点对 O 点的角动量 (angular momentum) 为

$$L = r \times mv \quad (1-9)$$

质点系对某点的角动量是所有运动质点对该点角动量的矢量和。

如果质点系绕定轴转动, 所有质点以轴为中心做圆周运动, 有相同的角速度 ω , 轴线到质点的位矢 r_i 与质点的动量 $m_i v_i$ 垂直, 且 $v_i = r_i \omega$, 则 $L = (\sum m_i r_i^2) \omega$ 。在刚体中任取一质元 Δm_i , 它相对于转轴的角动量大小是 $r_i \Delta m_i v_i = r_i \Delta m_i r_i \omega = \Delta m_i r_i^2 \omega$, 因此整个刚体对定轴的角动量是

$$L = (\sum m_i r_i^2) \omega = J \omega \quad (1-10)$$

(二) 角动量守恒定律

两个质点 m_1 、 m_2 组成的封闭系统中, 它们之间的引力势能可以用二者之间所连线段对坐标原点 O 的张角 φ 表示, 即

$$E_p = E_p(\varphi)$$

如图 1-2 所示, 为简单起见, 设质点 m_1 、 m_2 位于以 O 点为圆心, R 为半径的圆周上。将两个质点 m_1 、 m_2 在圆周的轨道上沿同一方向旋转 $d\varphi$ 的角度, 设势能的变化为 dE_p 。由势能定理得

$$-dE_p = dA = (M_1 + M_2) \cdot d\varphi$$

式中, M_1 是质点 m_2 对质点 m_1 的作用力 f_1 对 O 点的力矩; M_2 是质点 m_1 对质点 m_2 的作用力 f_2 对 O 点的力矩。因空间具有旋转对称性, 旋转后 m_1 、 m_2 与 O 点的连线所张角仍为 φ , 两质点间的相对位置也不会改变, 因而有 $dE_p = 0$ 。由此可得

$$M_1 + M_2 = 0$$

两质点间的相互作用力对同一点的力矩的矢量和为零。由于 $M = \frac{dL}{dt}$, 故

$$\frac{dL_1}{dt} + \frac{dL_2}{dt} = \frac{d}{dt}(L_1 + L_2) = 0$$

即

$$L_1 + L_2 = \text{恒矢量} \quad (1-11)$$

由 N 个质点组成的封闭系统, 其内可能有相互作用的非保守力。但由于非保守内力也是成对出现的且大小相等、方向相反, 对同一点的每一对内力矩也是大小相等方向相反。将整个体系沿某一方向旋转一个微小角度 $d\varphi$, 由于系统内各质点间没有相对角位移, 非保守内力矩做的总功为零, 仍然可以使用势能定理。这样就不难证明 N 个质点组成的封闭系统对同一点的角动量是守恒的, 即

$$\sum L_i = \text{恒矢量} \quad (1-12)$$

式 (1-11)、式 (1-12) 说明, 封闭系统的角动量是守恒的。封闭系统中的内力矩不会改变系统的总角动量。这一结论称为角动量守恒定律 (law of conservation of angular momentum)。

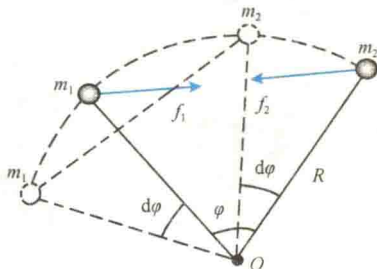


图 1-2 角动量守恒定理