

财政部“十三五”规划教材

高等学校经济管理类课程“十三五”系列教材

Computational Finance and

Computational
Finance and
Quantitative Analysis

Quantitative Analysis

Computational Finance and Q

金融计算与 量化分析

Computational Fi

李兆军 ©主编

Computational Finance and Quantitative Analysis

Computational Finance and Quantitative Analysis

中国财经出版传媒集团



经济科学出版社
Economic Science Press

财政部“十三五”规划教材

高等学校经济管理类课程“十三五”系列教材

Computational
Finance and
Quantitative Analysis

金融计算与 量化分析

李兆军 ◎主编



中国财经出版传媒集团



经济科学出版社
Economic Science Press

图书在版编目 (CIP) 数据

金融计算与量化分析 / 李兆军主编. —北京: 经济科学出版社, 2019. 2

财政部“十三五”规划教材 高等学校经济管理类课程“十三五”系列教材

ISBN 978 - 7 - 5218 - 0169 - 9

I. ①金… II. ①李… III. ①金融 - 计算 - 高等学校 - 教材②金融 - 量化分析 - 高等学校 - 教材 IV. ①F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 011920 号

责任编辑: 齐伟娜 赵 蕾
责任校对: 蒋子明
责任印制: 李 鹏

金融计算与量化分析

李兆军 主编

经济科学出版社出版、发行 新华书店经销

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮编: 100142

总编部电话: 010 - 88191217 发行部电话: 010 - 88191540

网址: www.esp.com.cn

电子邮件: esp@esp.com.cn

天猫网店: 经济科学出版社旗舰店

网址: <http://jjkxchs.tmall.com>

北京季蜂印刷有限公司印装

787 × 1092 16 开 19.25 印张 390000 字

2019 年 2 月第 1 版 2019 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5218 - 0169 - 9 定价: 58.00 元

(图书出现印装问题, 本社负责调换。电话: 010 - 88191510)

(版权所有 翻印必究 举报电话: 010 - 88191586)

电子邮箱: dbts@esp.com.cn

前 言

本书主要介绍了两方面的金融计算问题，一是金融理论和实务中涉及的计算问题，二是基于 Agent 的计算金融。从量化风险管理和量化投资两方面介绍了金融量化问题。

目前，随着金融市场的国际化、层次化不断深入，金融产品的多样性和复杂性日益突出，金融计算和量化分析也越来越重要，成为金融专业学生和从业人员的核心能力。由于涉及金融学、数学、计算机科学、统计学等多个学科，学习起来比较困难。这种困难突出表现在学习资料和工具软件的选取上，往往是无所适从，如可供选择的工具软件就有十几种（可能更多）。

本书以金融理论和实务问题为导向，重点讲解其中相关计算和量化问题的解决思路与实现技术方法，主要选取 Matlab 和 Excel 作为软件平台。这样安排主要是强化问题导向，要读者着重学习如何解决金融问题，在此基础上，尽量选取简单通用的软件平台予以实现。由于软件不同版本的函数库变化，建议配合使用 Matlab2016b 及以上的版本。

书中涉及的金融模型都与金融学相关理论模型一致，金融学含义明确，所有代码都经过精心设计和调试，希望读者在此基础上能够根据实际问题灵活运用，举一反三。

随着我国多层次资本市场的不断深入发展，金融工具创新和风险管理的需求不断增加。这就要求金融学专业的学生在学习现代金融学基本理论和基本知识的基础上，接受创新型金融工具设计方法、投资与融资操作、风险评估与管理的实操训练，掌握综合运用现代金融学理论、现代工程技术和信息技术解决实际金融问题的基本能力。

本教材共分九章，第一章重点介绍金融计算与量化分析理论基础和发展应用以及常用的工具软件；第二章重点介绍固定收益证券计算；第三章重点介绍股票收益率计算；第四章重点介绍投资组合计算；第五章重点介绍利率期限结构计算；第六章重点介绍蒙特卡洛模拟期权定价；第七章重点介绍信用风险管理量化模型；第八章重点介绍多因子策略模型；第九章重点介绍基于 Agent 的计算金融。

本书适合金融专业学生、MBA 研究生、证券从业人员、期货从业人员和企业资本运营和风险管理部人员使用。使用本书之前，应学习投资学、金融工程学、数理金融和金融衍生

工具等课程。

全书由李兆军总撰，李兆军撰写第一章、第二章、第五章、第七章，胡丽宁撰写第三章，刘伟撰写第四章，杨丽撰写第六章，李胜歌、苏宏波撰写第八章，李悦雷、苏宏波撰写第九章。本书得到天津财经大学虚拟仿真实验教学建设项目立项的资助，天津财经大学金融学院张元萍教授对本书提出了很多宝贵的修改建议，在此一并表示感谢。

鉴于作者的学识和水平，本书难免存在不妥和疏漏之处，敬请读者和同行给予批评指正。

编者

2019年1月

目 录

第一章 金融计算与量化分析概述	1
第一节 金融计算的发展及应用领域 / 1	
第二节 金融量化分析的发展及应用领域 / 10	
第三节 金融数据的获取与处理方法 / 16	
第四节 软件平台类型及特点 / 36	
本章小结 / 41	
复习与思考 / 42	
第二章 固定收益证券计算	43
第一节 固定收益证券的分类及特点 / 43	
第二节 现金流基本计算 / 50	
第三节 复杂现金流基本计算 / 58	
第四节 短期债券回购 / 68	
第五节 可转换债券定价 / 70	
第六节 久期和凸度计算 / 76	
第七节 固定收益工具箱 / 85	
本章小结 / 87	
复习与思考 / 88	
第三章 股票收益率计算	89
第一节 收益定义与加总 / 89	
第二节 单个收益率股票的计算 / 91	
第三节 多股票收益计算 / 95	
第四节 收益率波动计算 / 104	

第五节 股票市场 CAPM 的计算 / 111

本章小结 / 115

复习与思考 / 115

第四章 投资组合计算 116

第一节 收益序列和价格序列间的转换 / 116

第二节 协方差矩阵和相关系数矩阵之间的转换 / 119

第三节 投资组合收益与方差 / 121

第四节 投资组合有效集计算 / 124

第五节 资产配置 / 135

本章小结 / 142

复习与思考 / 142

第五章 利率期限结构计算 144

第一节 利息债券收益率 / 144

第二节 构建收益率曲线 / 145

第三节 Bootstrapping 算法 / 148

第四节 利率期限结构计算函数 / 152

第五节 远期利率计算 / 156

第六节 期限结构曲线插值 / 159

第七节 利率模型 / 161

本章小结 / 174

复习与思考 / 175

第六章 蒙特卡洛模拟期权定价 176

第一节 随机模拟基本原理 / 176

第二节 蒙特卡洛方法模拟期权定价 / 182

本章小结 / 198

复习与思考 / 199

第七章 信用风险管理量化模型 201

第一节 信用风险类型与特点 / 201

第二节 单个实体的信用违约互换 / 205

第三节 一篮子信用违约互换 / 217	
第四节 结构信用模型：默顿方法 / 227	
本章小结 / 229	
复习与思考 / 230	

第八章 量化风险投资模型

——多因子策略模型原理与实现	231
第一节 量化风险投资介绍 / 231	
第二节 多因子选股模型的介绍 / 239	
第三节 数据源选取与数据导入 / 246	
第四节 多因子策略模型实现 / 252	
本章小结 / 274	
复习与思考 / 274	

第九章 基于 Agent 计算金融

本章小结 / 297	
复习与思考 / 297	

主要参考文献

298

第一章

金融计算与量化分析概述

【学习目标】

金融计算是金融实务领域的重要部分，通过本章学习了解金融计算和金融量化的发展及应用领域，对金融数据的获取和处理也要有一定的认识，并熟悉其相应的软件平台。

第一节 金融计算的发展及应用领域

一、金融计算在金融实务领域的应用

金融计算在金融实务领域的应用主要体现在固定收益证券、股票收益率、投资组合、利率期限结构及蒙特卡洛模拟期权定价。

固定收益证券，是指持券人可以在特定的时间内取得固定的收益并预先知道取得收益的数量和时间，如固定利率债券、优先股股票等。固定收益证券是一大类重要金融工具的总称，其主要代表是国债、公司债券、资产抵押证券等。固定收益证券包含了违约风险、利率风险、流动性风险、税收风险和购买力风险。各类风险的回避是固定收益证券被不断创新的根本原因。在资本市场上，占据最大份额的仍然是固定收益类证券，债券的核心问题是定价，定价技术的核心是理解现金流的现值和终值的计算。在市场中短期债券回购、国库券收益、可转换债券及现金流久期和凸度计算能够帮助证券投资者在证券市场中选择良好的证券。

股票收益率是反映股票收益水平的指标。投资者购买股票或债券最关心的是能获得多少收益，衡量一项证券投资收益大小以收益率来表示。反映股票收益率的高低，一般有三个指标：(1) 本期股利收益率，是以现行价格购买股票的预期收益率；(2) 持有期收益率，是指股票没有到期，在持有期间的收益率；(3) 折股后的持有期收益率。在市场中对股票收益率

的计算主要是单个股票收益计算、多股票收益计算及收益率波动计算。股票收益的计算在生活中应用的相对比较多,在进行量化风险投资时,股票的收益率是投资者考虑的一个重要的因素。

投资组合是由投资人或金融机构所持有的股票、债券、金融衍生产品等组成的集合,目的是分散风险。投资组合可以看成几个层面上的组合。第一个层面组合,由于安全性与收益性的双重需要性,考虑风险资产与无风险资产的组合,为了安全性需要组合无风险资产,为了收益性需要组合风险资产。第二个层面组合,考虑如何组合风险资产,由于任意两个相关性较差或负相关的资产组合,得到的风险回报都会大于单独资产的风险回报,因此不断组合相关性较差的资产,可以使组合的有效前沿远离风险。

投资组合的构建过程是由以下步骤组成的:

首先,需要界定适合于选择的证券范围。对于大多数计划投资者,其注意的焦点集中在普通股票、债券和货币市场工具这些主要资产类型上。当前,这些投资者已经把诸如国际股票、非美元债券也列入了备选的资产类型,使投资具有全球性质。有些投资者把房地产和风险资本也吸纳进去,进一步拓宽投资的范围。虽然资产类型的数目仍是有限的,但每一资产类型中的证券数目可能是相当巨大的。

其次,投资者还需要了解各个证券和资产类型的潜在回报率的期望值及其承担的风险。此外,更重要的是要对这种估计予以明确地说明,以便比较众多的证券和资产类产品哪些更具吸引力。能进行投资组合的价值很大程度上取决于这些所选证券的质量。这一阶段的重要性在以后描述计算证券和资产类型的风险——回报率期望值的定价模型与技术时将详细讲述。

最后,实际的最优化,必须包括各种证券的选择和投资组合内各证券权重的确定。在把各种证券集合到一起形成所要求的组合的过程中,不仅有必要考虑每一种证券的风险—回报率特性,还要估计这些证券随着时间的推移可能产生的相互作用,而马科维茨模型用客观和简练的方式为确定最优投资组合提供了概念性框架与分析方法。在此基础上发展为CAPM理论和APT理论,通过这些理论计算市场组合的期望收益来达到规避非系统风险的目的。

利率期限结构,是指在某一时点上不同期限资金的收益率与到期期限之间的关系。利率的期限结构反映了不同期限的资金供求关系,揭示了市场利率的总体水平和变化方向,为投资者从事债券投资和政府有关部门加强债券管理提供参考依据。为了更好地理解债券的收益率,引进“收益率曲线”这个概念。收益率曲线即不同期限的即期利率的组合所形成的曲线,通过该曲线可以说明市场的分割情况,对于这部分内容本书第五章进行了详细解读。

期权定价是金融衍生品发展的需要,其中期权价值包括内含价值和时间价值,期权内在

价值是由期权合约的行权价格与期权标的市场价格的关系决定的，表示期权买方可以按照比现有市场价格更优的条件买入或者卖出标的证券的收益部分。内在价值只能为正数或者为零。只有实值期权才具有内在价值，平值期权和虚值期权都不具有内在价值。实值认购期权的内在价值等于当前标的股票价格减去期权行权价，实值认沽期权的行权价等于期权行权价减去标的股票价格。时间价值是指随着时间的延长，相关合约标的价格的变动有可能使期权增值时期权的买方愿意为买进这一期权所付出的金额，它是期权权利金中超出内在价值的部分。期权的有效期越长，对于期权的买方来说获利的可能性就越大而对于期权的卖方来说须承担的风险也就越多，卖出期权所要求的权利金就越多，而买方也愿意支付更多权利金以拥有更多盈利机会。所以，一般来讲，期权剩余的有效时间越长，其时间价值就越大。例如，允许雇员以每股5元的价格购买价值10元的股票期权，每份期权的内含价值为5元。规定行权价等于或者超过股票市价的期权，其内含价值为0。期权定价的模型有很多，二叉树和B-S只是其中的两种模型，而本书则是通过蒙特卡洛模拟进行期权的定价，希望能给读者一个崭新的角度去思索该问题。

二、金融计算在仿真实验领域的应用

在过去二十年间，经济学研究的新方式逐渐登场。它常常被贴上这样几个标签：复杂经济学、计算建模、基于代理的建模、适应经济学、虚拟经济体研究、生成性社会科学——每一个标签都拥有自己的独特之处和细微差别。不管贴上的是什么标签，都应该相信现在正在发生的远不止是基于计算机或是基于代理的研究，这应该是一场经济学的变革。

20世纪80年代，经济学家们在台式工作站的帮助下，基于代理的建模研究开始得到发展，这是第一次不仅研究均衡本身，而且探求了它们是如何形成的。基于代理的建模是研究经济体中的模式是如何形成的，而通常这样的形成过程过于复杂以至于无法清晰地解决，因此需要求助于计算机模拟。这不是对传统经济学的简单补充，而是对于经济学的全新的发展。

从经济体本身来讲，经济代理主体由银行、消费者、企业、投资者组成。他们通过不断调整自己的市场行动、购买决策、价格和预测来对共同创造的情境进行预测。换句话说，个体的行为共同创造了一个总体的结果，然后它们对这个结果做出反应。从亚当·斯密开始，经济学家也用这种方式看待经济趋势，行为创造模式，模式又反过来影响行为。

在这样的设定下，经济学家们很自然地去研究经济代理所创造的模式是如何逐渐显露的，这显然是一件复杂的事情。因此为了寻找解决办法，不同研究领域的经济学家开始了不同的探索与思考，其中历史经济学家采取了简化问题的做法：研究怎样的行为能够创造出某种特定的结果或模式，而不存在改变行为的激励，研究的是当经济体在均衡状态与创造出该经济

体的微观行为（行动、策略、预期）保持一致时会有怎样的模式。

对均衡的研究通常采用函数的形式。根据定义，均衡是指一种不变的模式，因此在方程的形式下，可以研究它的结构、推论和达成的条件。当然，为了进行这样的分析而做的简化也需要一定的假定，为了确保这种易处理性，往往必须假定同质（或完全相同）的代理，最多只能将其分成两到三类：（1）假定人类所做出的行为可以用简单的数学函数来表达；（2）假定代理的行为是明智的而且不存在激励去改变；（3）假定代理和对手们充分利用了所有认为可能有用的信息来做出决定，如此才能保证不存在激励去改变。尽管如此，作为一种进一步分析的策略，均衡研究得到了巨大的成功，逐渐演变为今天所熟知的新古典结构。

经济学目前正在努力超越这种均衡的范式。代理的行为是否会与其创造的总体模式不一致，而是体现为一种更一般的行为，具体表现为其行为、策略或预期随着所创造的模式作出不一致的反应。在这个更加一般化的层面上，可以推测出经济模式在充分长的时间内收敛到一个简单、同质的均衡，但也有可能不会收敛，而是不断变化，表现出分散的状态，具有算法优化的特征。我们甚至还可以推测，也许它们会呈现出稳定状态下不曾出现的新现象。

这种研究方法的本质是需要个体行为随着不同情境而进行不断地调整，因此这是具有算法化（algorithmic）的，但由于学习或作出反应的方式不同，会有极大的选择余地。这种研究方法没有理由认为行为的调整是完全相同的，不同的代理需要进行具体的考察，因此这种研究方法是基于代理个体的。于是，考察非均衡的经济模式需要不断进行算法更新以及考虑代理的异质性，而解决这两点最好的方式就是通过计算来进行。通过计算能够在一定程度上很好地解决非均衡状态下所考虑到的经济体中可能出现的更新及一些复杂的现象。基于代理的、非稳态的经济学也是对均衡经济学的一般化，非均衡系统可能收敛到或者展现出一致的模式，从而不需要进一步的调整，这时标准的均衡行为就成了一种特例。这样一来，非均衡经济学并不与均衡理论存在竞争关系，它只是一种对经济学更一般的研究方法。

这种非均衡，即始终变化的、恒新的行为在现实经济中是常见的，这里需要引入一个比较著名的案例研究进行说明。林格伦（Lindgren）在1991年组织了一场计算机化的竞赛，各种策略随机两两配对进行重复囚徒困境博弈。他的研究中的元素不是人类代理而是各种策略，表现好的策略将会复制并变异，而屡屡失败的策略将会被剔除。策略可以通过利用自己和对手过去更深层次记忆（using deeper memory）的行动来“深化”。显然，一种策略的成功取决于各种策略当前的总数分布（population），因此如前所述，适应情境的元素，也就是不同的策略将会对它们共同创造的竞争世界作出反应或相应的变化。

通过这场计算机化的竞赛，林格伦发现开始时使用的简单策略在一段时间内效果显著，这些简单的策略占据了竞赛的开始阶段。随后，深化的策略出现，成功地战胜了这些简单策

略的组合；不久更加深化的策略又打败了深化的策略，依此类推，直到有些策略变得太复杂，也就是说，太过复杂时反而被简单的策略打败。在各种策略相互博弈的计算机世界中，林格伦既观察到数量庞大的多种策略共存的时期，也观察到只有极少策略的时期；他观察到由简单策略主导的时期，也观察到深化策略主导的时期，但这个过程从来没有停下，林格伦所使用的策略集在这个恒新的世界中不停地演化。这与在均衡经济学中所熟悉的东西都不同，不过这种充满了未知、突发、复杂的策略集的动态过程还是有现实意义的。

一般来说，何时能够在经济体中观察到这种恒新的行为并没有确切的时间，但具体而言，会在两种情况下出现恒新的现象。一种情况是系统中存在“阻挫”（这是一个物理学术语），大致意思是不能够同时满足所有代理（或者元素）的需求，因而这些代理需要连续不断地争夺需求被满足的机会。另一种情况是允许探索和无限制地深度学习，即能够对它试图理解的这个系统调查得越来越深入。这种情况下共同行为将不断地探索到新的领域，领域之间可能相互复杂化，也可能相互简化但是不会稳定下来。

经过两个世纪对于均衡模式的研究，经济学家们发现均衡的模型中存在不均衡的现象。非均衡的经济体成为目前研究的主要内容，而对于这种非均衡的经济学研究需要一种算法式的途径，而且它要求更深入地理解代理面对变化时的反应，还要注意到这些反应的不同之处。虽然这种形式的经济学是演化的，但它既不与均衡经济学产生竞争，也不是对标准经济学理论简单的补充，它是一种更加一般化的、非均衡的经济学研究方式，标准均衡行为成为它的一个特例。在非均衡的角度下，经济体不再是确定的、可预测的、机械的；相反，它是过程依赖的、有机的、演化的。经济模式有时可以简化成一个简单、同质的标准经济学均衡，但大多时候并非如此，而是不断变化、呈现出一种恒新的行为。非均衡经济学做到了对异常行为的基本检验，在静态研究中，均衡选择的问题和预期选择的问题都有很大的不确定性，这两种不确定性的存在并不奇怪，因为它们本质上就是从无到有的问题，这是无法由静态分析解决的。这两类问题给经济学带来了很多人不解之处，但在非均衡研究中，它们都得到了妥善的解决，连带着它们造成的问题也相应的消解了。

计算经济学的出现可以说是经济学的一大进步，是研究非均衡经济学的一个重要学科，其中基于仿真代理计算的方法又是进行研究时一种主要的方法，基于仿真的计算主要是指 ACE (agent-based computational economics)，即主体通过计算机仿真方法来分析、模拟现实复杂的经济适应性系统。ACE 是在计算机中虚拟一个仿真的经济系统，通过这个经济系统来模拟出现实经济的运行规律，为在制定宏观经济政策时提供一定的经验与借鉴，基于主体的计算经济学在不断的发展与进步，而且在很多领域都有一定的运用与研究。

在第九章中，对 ACE 的特点、研究内容、研究目标及其研究方法与传统的研究方法的区别，以及所运用的具体领域进行了详细描述。同时对于 ACE 模型存在的合理性进行一定的简

要说明。在进行金融仿真计算实验时最关键也是最主要的是 ACE 建模的过程,即搭建实验平台和进行实验的设计。通常来讲,ACE 进行实验设计需要以下六个步骤:(1)对现实经济现象抽象出一系列假设;(2)根据假设建立代理主体的个体模型,以及个体之间相互作用的规则;(3)通过计算机进行仿真模拟和实验;(4)得出结论并对现实经济现象做出解释;(5)改变不同的参数和规则,观察不同差数和规则情况的模型的结果;(6)反复重复以上步骤。这些步骤构成了进行实验设计的主体,也是进行计算实验的关键,关于具体的实验步骤会在第九章中进行详细论述。基于代理的计算经济学可以说是未来经济学研究的一个重要方向,就目前而言,计算经济学可能并不像之前新古典经济学那样具有深厚的理论基础,但相信随着经济学理论和实践的发展,关于计算经济学的研究也会不断地完善与进步。

三、金融计算在金融模型可计算性领域的应用

可计算建模是科学计算的重要的代表之一,而科学计算是 20 世纪的重要科学进步之一,它与理论研究和实验研究共同成为科学研究的第三种方法,而且国家重大战略需求中许多科学问题的解决高度依赖于科学计算。可计算建模(computable modeling)指根据所研究问题对计算精度的要求,综合运用相关领域知识建立或简化模型,并未减少计算量,提高了计算效率,使模型在现有计算机条件下可计算。

接下来将从以下三个方面对可计算建模进行一个比较直观和清晰的分析,包括应对气候变化的经济学建模与计算、金融工程的建模与计算、计算和大数据问题的建模与计算。

1. 应对气候变化的经济学建模与计算

全球气候变化,是指在全球范围内,气候平均状态统计学意义上的巨大改变或者持续较长一段时间的气候变动。按照政府间气候变化委员会(intergovernmental panel on climate change, IPCC)2007 年的报告,气候变化已成为不争的事实。气候变化给人类带来了严重的影响和危害:近年来,世界各国出现了几百年来历史上最热的天气,厄尔尼诺现象也频繁发生,给各国造成了巨大经济损失。例如,1981~2010 年,人类因极端气候事件遭受的财产损失平均为 750 亿美元,而 2011 年达到了 3800 亿美元。此外,根据政府间气候变化委员会 2013 年报告数据显示,全球气候变化可能使人类卫生医疗工作进度倒退 50 年。中国是最易受气候变化不利影响的国家之一,其影响主要体现在农牧业、森林和自然生态系统、水资源及海岸带等。事实上,气候变化加剧了农业生产不稳定性,局部干旱高温危害严重,气象灾害造成的农牧业损失增大;全国动植物病虫害发生频率上升,冰川和积雪的加速融化使绿洲生态系统受到威胁;洪涝灾害更加频繁,干旱灾害更加严重,极端气候现象明显增多;气候变化引起中国海平面上升趋势加剧,而海平面上升引发了海水入侵、海岸侵蚀。气候变化引起

的海温升高、海水酸化使局部海域形成了负氧区，海洋渔业资源和珍稀濒危生物资源衰退。

因此，世界各国都在积极应对气候变化，它主要包括两个方面：减缓气候变化和适应气候变化。在减缓气候变化方面，节能减排、防止全球气候进一步变暖已经成为目前国际社会普遍关注的热点问题。众所周知，一百多年以来，人类一直以石油、煤炭等矿物燃料作为主要能源，矿物燃料的燃烧所排放的二氧化碳等温室气体是造成全球气候变暖的主要原因之一。而碳市场的建立能够有效减少二氧化碳的排放：根据政府间气候变化委员会2011年公布的数据估算，当前已实施和计划实施的碳排放交易和碳税行动每年将能至少减排3.3亿吨二氧化碳当量，约占全球年排放量的7%。此外，碳市场能够以最低的减排成本进行减排。

在碳市场研究方面，克罗克（Croker，1966）在《大气污染控制系统的结构》中所提出的一种控制空气污染的方法被认为是排放权交易理论的奠基性工作。蒙哥马利（Montgomery，1972）在《许可证市场和有效的污染控制计划》中研究了市场均衡中的成本最小化问题，并且理论上证明了基于市场的排放权交易是明显优于传统的环境政策的。克兰普顿（Cramton，2002）在《允许可交易的碳拍卖：如何进行拍卖以及为什么是基于拍卖而不是历史排放》中认为拍卖相对于基于历史排放来说，可以减少税收扭曲，灵活地分配成本，激励创新技术并减少政治上的争议。然而，一些基本的理论问题仍然需要各国学者加以完善，其中最重要的当属碳衍生品的定价问题。这一市场有两方面的意义：一方面，二氧化碳衍生品合约满足了风险厌恶者与风险偏好者关于风险转移的需求。通过碳衍生品来对冲价格风险，买者和卖者可以更好地计划他们的生意。另一方面，诸如清洁发展机制（clean development mechanism，CDM）和联合发展机制（joint development mechanism，JIM）的投资行为可以被看作是一种实物期权合约。因此，有理由把这些项目的投资看作一个价格依赖于二氧化碳排放权现货价格的合约。相似地，节约的成本或者来自排放权市场的收益会鼓励排放者增加技术减排投资。

谢瓦利尔（Chevallier，2010）在《二氧化碳排放现货和期货价格的风险溢价建模》中分析了二氧化碳排放权现货和期货价格的风险溢价的建模，并给出了二氧化碳排放权的便利收益服从均值回复过程，在此基础上曾利用无套利定价原理与风险溢价理论，从理论上导出带有随机便利收益的二氧化碳排放权衍生品的定价偏微分方程，并提出了一种幂罚方法来求解这一问题，它巧妙地将有限体积分格式与拟合技术结合在了一起。

在减缓气候变化的研究方面，基于全球平均温度马尔科夫随机过程（Bloch，2010）与全球平均海平面随机过程（Rahmstorf，2007），可以利用实物期权分析方法，建立气候风险管理模型，并给出了拟合有限体算法。该模型是由一带自由边界的偏微分方程所刻画。

此外，实行气候保护意味着节能减排，节能减排就必然冲击经济系统。因此，如何在保证经济平稳增长的前提下进行气候保护至关重要。

2. 金融工程的建模与计算

众所周知,金融衍生品主要包括远期和期货、期权、互换三种,而前两种是金融衍生品的基础。目前,金融衍生品市场形成了一个巨大的全球性经济部门。中国外汇交易中心也自2011年4月1日起在银行间外汇市场组织开展人民币对外汇的期权交易,为企业和银行提供更多的汇率避险保值工具。因此,金融衍生品定价问题成为现代金融理论的一个极重要的研究领域。此外,发生的几次金融危机及一系列重大金融风险暴露事件也说明了金融衍生品定价与风险控制的重要性与难度,这对于尚处在金融衍生品发育阶段的中国金融市场更是巨大的挑战。在一些假设下,F. 布莱克和 M. 斯科尔斯(F. Black and M. Scholes)于1973年首次创立了期权定价模型,从而期权定价理论取得了突破性的进展。一方面,随着市场的日益复杂以及标的资产的变化过程也变得越来越复杂,故欲准确刻画这些复杂特性,就必须提出更为复杂的假设,从而使标的资产个数大量增加;另一方面,为了满足市场对金融工具的个性化需求,越来越多的具有复杂盈亏收益特征的新型衍生品得到迅速发展。这两方面原因使得具有复杂结构的高维衍生品日益占据金融衍生品市场的重要位置,其定价模型也较之 Black - Scholes 定价模型复杂得多。根据政府间气候变化委员会2011年公布的数据统计,金融计算大概占全球前500强超级计算机工作量的20%。此外,当股票或债券有交易费用时,Black - Scholes 理论不再适用。此时,主要定价方法之一是基于效用函数的方法,从而得到的定价模型为发展型(Hamilton - Jacobi - Bellman, HJB)非线性偏微分方程而非简单的 Black - Scholes 方程。这给定价模型的计算带来了很大的挑战。事实上,它的数值方法有以下五个主要困难:(1)由微分算子所定义的非平凡梯度约束;(2)真解较低的正则性;(3)微分算子的退化性;(4)高维性;(5)控制变量和值函数的耦合性。

因此,如何处理这些复杂的约束条件及如何对方程组进行离散以使数值方法精度高且计算代价低,这对复杂情形下的期权定价的数值方法形成了挑战。此外,最优投资组合选择问题一直是现代金融学研究的核心问题之一,尤其是带有大量资产或状态变量的最优动态投资组合选择问题的建模和计算是金融、数学和统计领域中极具挑战性的问题。国内也有一些这方面的相关研究,例如,中国社会科学院数量经济与技术经济研究所王国成研究员研究团队、中国人民大学许作良教授的研究团队、中央财经大学胡永宏教授的研究团队、郑州大学李华教授的研究团队,在复杂经济金融问题、危机、风险、重大突发事件,以及社会经济系统的涌现等非常态现象的预警和应对研究等方面具有良好的研究基础。

3. 大数据问题的建模与计算

数据的大量产生和技术的日益复杂持续地改变着各个行业的经营与竞争方式。据 IBM 估计,在过去的2016年、2017年中,每天25亿GB的数据生成了以往世界上90%的数据,这通常被称为大数据。数据的这种快速增长和存储带来了结构化和非结构化数据的收集、处理

和分析的困难。

当前,来自交易公司和社交网络的实时数据流随处可见。例如,金融公司中数据的大量产生正在深刻改变着商业模式。特别是金融服务,已经广泛采用大数据分析以更好地预测能带来持续收益的投资决策。结合大数据,算法交易使用庞大的历史数据与复杂的数学模型,以最大限度地提高投资组合的回报。不断地采用大数据分析将必然改变金融服务的模式。然而,大数据也带来了许多挑战,如数据挖掘、数据存储、数据分析和模型预测。所以,将提出一些新的方法来处理数据挖掘中的大数据问题,如统计分析和微分方程模型,并试图为营销策略的制定提供理论依据。因此在复杂任务的数据分析系统的构建、集成系统开发的数据处理方法和技术的发展必将大大促进大数据问题可计算建模的开展。

人类认知的形成离不开因果关系分析,但运用大数据来分析因果关系以求获取正确的认知,必须具备以下条件配置:(1)移动设备、物联网、传感器、社交媒体和定位系统等的覆盖面要足够大,以便能收集到极大量和完备性的数据;(2)需要探索对极大量(海量)数据的算法,能够对大数据进行分类、整合、加工和处理;(3)需要厘清和区别数据的不同维度及权重,以至于能够运用大数据来甄别因果关系的内在机理。

在大数据时代,趋同化偏好会改变认知形成过程,消费者和投资者的认知不再是自己独立思考和理智判断的产物,而是在趋同化偏好驱动下对智慧大脑认知的认同。厂商的投资选择偏好是追求利润最大化,这一永恒的事实不妨碍或排斥投资趋同化偏好的形成。一般来讲,大数据发展初期的互联网平台对选择趋同化偏好形成的作用力,在消费领域要比投资领域来得更加直接和迅速。究其原因,是两大领域的机会成本和风险程度不同。但随着大数据、云计算和机器学习等的充分发展,智慧大脑有可能对历史、现期和未来的大量投资数据进行搜集、整合、加工与处理,有可能通过云计算集约化模式来分析不同维度数据之间相关性而获得精准信息。同时,智慧大脑会根据市场“行为数据流”折射出“想法数据流”而产生预见能力,寻觅和遴选出高收益的投资方向和投资标的。若此,智慧大脑投资选择的胜算率(利润率)将会大大提高,厂商会效仿智慧大脑进行投资选择,从而出现投资趋同化偏好。经济学曾经对诸如“羊群效应、蝴蝶效应、从众行为、信息重叠”等现象有过许多研究,但严格来讲,这些研究是描述性的,不是联系偏好和认知等的分析性研究。

消费和投资的趋同化偏好主要是针对消费者和投资者的选择行为方式而言的,一方面,它不改变消费和投资选择偏好的追求效用最大化的性质规定;另一方面,在将来大数据充分发展的鼎盛时期,消费和投资的趋同化偏好会改变认知形成过程。这可以从两种意义上来理解:(1)从原先通过对信息进行搜集、整合、分类、加工和处理来获取认知,转变为通过对数据的搜集、整合、分类、加工和处理来获取认知;(2)消费者和投资者的认知不再是自己独立思考和理智判断的产物,而是在趋同化偏好的驱动下认同智慧大脑的认知。关于第一点,