



ADVANCES IN THEORY AND APPLICATIONS OF RANDOM VIBRATION

随机振动理论与应用新进展

Volume II
(第II辑)

李 杰 陈建兵 彭勇波 主编



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

随机振动理论与应用新进展

(第Ⅱ辑)

李 杰 陈建兵 彭勇波 主编



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

随机振动研究工程结构或系统在随机动力作用下的响应分析、损伤控制与可靠度设计问题,包括随机动力作用建模、结构随机振动、结构动力稳定性、结构动力损伤与疲劳破坏、结构随机最优控制与可靠性分析等主要内容。随机振动的基础理论与工程应用研究已成为目前国际学术研究的前沿和热点。本书是中国振动工程学会随机振动专业委员会组织编撰的《随机振动理论与应用新进展》系列专集的第Ⅱ辑。专辑中的论文均是由我国随机振动领域的著名学者和骨干专家撰写,较全面地反映了近10年来随机振动理论与应用的新进展。本书可供土木、水利、机械、航空航天和海洋工程等专业的教师、研究人员、研究生和高年级大学生参考。

图书在版编目(CIP)数据

随机振动理论与应用新进展. 第Ⅱ辑 / 李杰, 陈建兵, 彭勇波主编. —上海: 同济大学出版社, 2018. 9

ISBN 978-7-5608-8171-3

I. ①随… II. ①李… ②陈… ③彭… III. ①随机振动—文集 IV. ①O324-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 217160 号

随机振动理论与应用新进展(第Ⅱ辑)

李 杰 陈建兵 彭勇波 主编

责任编辑 陆克丽霞 责任校对 徐春连 封面设计 潘向蓁

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn
(上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

排 版 南京新翰博图文制作有限公司

印 刷 江苏凤凰数码印务有限公司

开 本 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张 26.5

字 数 661 000

版 次 2018 年 9 月第 1 版 2018 年 9 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-8171-3

定 价 148.00 元

前 言

随机振动研究起源于对自然现象与工程中的随机运动及其规律的定量考察。1905 年, Einstein 对布朗运动的研究是随机动力学的发端。在随后的半个多世纪中, 经过以物理学家 Langevin(1908)、Fokker(1914)、Planck(1917) 和数学家 Wiener(1928)、Kolmogorov(1931)、Ito(1942)、Stratonovich(1963) 为代表的科学家们不懈努力, 建立了随机动力学的数学、物理基础。20 世纪 40 年代中后期, 人们开始在关于喷气噪声、地震动、湍流脉动风等工程动力激励的研究中逐步引入随机过程理论, 并将这种随机激励应用于各类工程结构的动力响应研究, 由此催生了随机振动的基本理论。经过近 70 年的研究与发展, 如今随机振动已经成为随机动力学的重要分支之一。

20 世纪 50 年代末以来, 随机振动理论研究逐步从线性随机系统分析发展到非线性随机系统分析, 进而发展到综合考虑初始条件随机性、系统激励随机性和结构物理参数随机性等多种随机性耦合的高维、复杂非线性随机动力系统的分析与控制。在这一进程中, 先后发展了矩传递理论、FPK 方程求解理论、随机等价线性化方法、随机动力稳定性分析、随机最优控制技术等重要理论和方法。进入 21 世纪以来, 关于随机振动的研究已经扩展到更为广阔的随机动力学的研究范围, 新的研究成果不断涌现, 工程应用不断拓展, 发展形势喜人。

我国学者进行随机振动研究与应用始于 20 世纪 60 年代初。半个多世纪以来, 我国学者在土木工程、机械工程、航空航天工程等领域的研究均取得了可喜成绩。由我国学者提出或建立的虚拟激励法、非线性随机系统分析的哈密顿系统理论和一般随机系统分析的概率密度演化理论, 已经为国际学术界所接受, 并持续开展后继研究。在这一领域的国际学术前沿, 中国学者已经拥有了一席之地。

为持续推动随机振动和随机动力学领域的创新与发展, 中国振动工程学会随机振动专业委员会组织了系列性的全国随机振动理论与应用学术会议。近年来, 分别在天津(2008 年)、武汉(2010 年)、成都(2012 年)、兰州(2014 年)、福州(2016 年) 成功举办了第六届、第七届、第八届、第九届、第十届全国学术会议。由中国振动工程学会主办、随机振动专业委员会承办的第十一届全国随机振动理论与应用学术会议, 将于 2018 年 10 月在宜昌举行。同时, 为了集中展示我国学者在随机振动领域取得的最新研究成果、推进随机振动学科的发展, 中国振动工程学会随机振动专业委员会决定组织编撰《随机振动理论与应用新进展》系列研究专集, 并于 2009 年出版了第 I 辑。这一专集, 已在我国学术界与工程界获得了良好反响。

近 10 年来, 我国学者在随机振动与随机动力学领域又取得了一系列的创新性学术研究成果, 例如随机过程的随机谱和函数表述、结构非平稳随机振动分析的时域显式方法、工程

结构与系统随机振动的最优控制、不确定性量化及敏感性分析等。对这些重要学术成果适时总结,并加以集中推介,必将对学科发展起到有益的推动作用。有鉴于此,中国振动工程学会随机振动专业委员会决定组织撰写和出版本专辑——《随机振动理论与应用新进展》(第Ⅱ辑)。

本专辑由上篇“专题进展综述”、中篇“研究进展”、下篇“工程应用”三部分组成。根据近年来国内研究进展和发展状况,我们组织和遴选了36篇论文。其中包括“专题进展综述”3篇,分别集中介绍了华南理工大学苏成教授团队发展的结构非平稳随机振动时域显式方法,及其在工程随机振动分析方面的应用进展;同济大学李杰教授团队发展的物理随机最优控制理论体系,以及这一理论在土木工程结构随机最优控制中的应用情况;西北工业大学吕震宙教授团队关于不确定性量化及敏感性分析的研究成果,集中论述不确定性量化的理论框架、模型验证及敏感性分析的研究进展。“研究进展”17篇,主题包括随机风场建模与结构风效应、经典随机动力系统的理论解和数值解、同伦分析方法的应用、随机系统参数估计与识别等内容。“工程应用”16篇,主题包括桥梁结构随机振动与控制、高层建筑非线性随机反应分析、坝体和地下管线随机地震响应、车辆-轨道随机分析与振动控制、飞机起降和火箭橇-轨道随机振动等。虽然上述论文尚不足以全面反映我国学者在随机振动领域的研究成果,但也从若干侧面展示了我国随机振动与随机动力学研究蓬勃发展、欣欣向荣的大好局面。

最后,我们要特别感谢各位特邀专家和论文作者对本论文专辑出版的大力支持,感谢中国振动工程学会随机振动专业委员会历届全体委员为推动我国随机振动研究与应用所付出的不懈努力。如果本书的出版能够对推动我国随机振动与随机动力学的研究和应用扎根中国大地、走向国际一流起到一点实效,我们将倍感欣慰。

李 杰 陈建兵 彭勇波

2018年中秋

于同济园

目 录

前言

上篇 专题进展综述

大型复杂结构非平稳随机振动时域显式方法进展与应用

.....	苏 成, 黄志坚, 李保木, 刘小璐	(3)
工程结构随机最优控制研究新进展	彭勇波, 陈建兵, 李 杰	(39)
不确定性量化及敏感性分析研究进展	魏鹏飞, 吕震宙, 宋静文	(64)

中篇 研究进展

随机风场模拟的降维方法	刘章军, 何承高, 刘增辉	(105)
非平稳强风及其结构风效应分析	黄国庆, 彭留留, 杨庆山	(115)
具有 stick-slip 效应的 Duffing 振子随机响应近似解析方法	黄志龙, 金肖玲, 徐 晃, 王 永	(126)
拟可积哈密顿系统在分数阶高斯噪声激励下的随机平均法	吕强锋, 邓茂林, 朱位秋	(138)
基于摄动级数方法的结构裂纹扩展数值模拟	邱志平, 郑宇宁	(148)
周期参数磁控黏弹性夹层梁的响应谱特性	应祖光, 倪一清	(159)
弹性板壳结构随机振动响应的基准解	杨迪雄, 陈国海	(164)
圆形薄板黏弹性随机振动分析	李 明, 赵亚平	(175)
结构演变非平稳随机地震响应的频域方法	赵 岩, 姜春云, 张 勇, 林家浩	(191)
基于递推法与 Padé 逼近的随机结构动力特性分析	黄 斌, 陈学龙	(201)
基于同伦分析方法的随机结构特征值的求解	张 衡, 黄 斌	(210)
强非线性不确定性车辆系统随机振动的半主动极大极小控制	颜光锋, 应祖光	(216)
复杂系统中高频随机振动问题优化设计	高汝鑫, 张亚辉	(228)
相关变量的高效统计矩估计方法	范文亮, 刘润宇, 李正良	(237)
预测分布求解的 Rosenblatt 变换法	范文亮, 廖燕明, 刘润宇, 李正良	(245)
基于粒子滤波算法的单自由度结构参数识别	任倩倩, 徐亚洲	(252)
基于结构响应统计矩/时间矩的结构损伤识别的区间分析方法	王 鑫, 雷 鹰	(259)

下篇 工程应用

基于极限学习机的大跨度桥梁脉动风速预测 张浩怡, 李春祥 (275)

基于演化谱的时变相干函数及其在高层结构动力分析中的应用
..... 彭留留, 黄国庆, 陈新中, 杨庆山 (282)

轨道不平顺模拟的随机函数方法 阮鑫鑫, 郭晓芳, 刘章军, 张传勇 (291)

多维多点非平稳地震作用下大跨桥梁随机振动响应研究
..... 苏延文, 曾永平, 黄国庆, 郑晓龙 (298)

随机蛇行力作用下随机参数桥梁的横向振动解析
..... 晋智斌, 裴适龄, 朱 艳, 李小珍, 强士中 (311)

桥墩刚度对高墩大跨连续梁桥车桥系统动力响应的影响研究
..... 周川江, 徐昕宇, 郑晓龙 (321)

斜拉桥断索动力放大系数分析 古 洪, 陈朝晖, 赖亚平, 邓文中 (328)

随机波浪作用下圆柱形桥墩动力响应分析 魏 凯, 张家瑞, 秦顺全 (340)

非规则钢筋混凝土框架结构随机地震动非线性分析 李金涛 (347)

基于广义概率密度演化的近断层地震激励下高面板堆石坝抗震性能评估
..... 庞 锐, 徐 斌, 张 旭 (356)

随机地震动作用下相邻管线的影响效应 王运昌, 刘 威 (365)

飞机起降滑跑的随机振动分析 凌建明, 刘诗福, 袁 捷 (374)

轨道在火箭橇随机激励下的非稳态振动分析 张静静, 董龙雷 (381)

设置黏滞阻尼器的斜拉索参数振动控制分析 汪 峰, 彭 章, 刘章军 (386)

基于时域显式降维迭代法的黏滞阻尼器减震结构抗震可靠度分析
..... 冼剑华, 苏 成 (396)

铁道车辆磁流变阻尼器试验建模及垂向半主动控制研究
..... 孟凡许, 周 瑾, 黄腾逸, 籍文涛 (407)

上篇 专题进展综述

上篇 专题进展综述

大型复杂结构非平稳随机振动时域显式方法进展与应用

苏 成, 黄志坚, 李保木, 刘小璐

(华南理工大学土木与交通学院, 亚热带建筑科学国家重点实验室, 广东广州 510640)

摘要: 大型复杂结构非平稳随机振动的精确高效计算方法是目前的研究热点之一。本文全面回顾了近年来发展的一类时域显式方法, 从系统物理演化和概率演化两套机制处置方式的角度阐明了方法的特点, 重点介绍了方法在线性结构和非线性结构非平稳随机振动分析、结构非平稳随机振动灵敏度分析与优化设计, 以及车桥耦合系统随机振动分析等方面的研究进展。以超高层建筑结构、大跨度桥梁结构、大型核岛厂房结构和复杂车桥耦合系统的随机振动问题为研究背景, 展示了时域显式方法在实际工程问题中的应用前景。最后, 指出了该类方法有待进一步研究的问题。

关键词: 随机振动; 时域显式法; 非平稳; 非线性; 灵敏度; 结构优化; 车桥耦合

An Explicit Time-domain Approach for Non-stationary Random Vibration of Large Complex Structures: Developments and Applications

Su Cheng, Huang Zhijian, Li Baomu, Liu Xiaolu

(School of Civil Engineering and Transportation, State Key Laboratory of Subtropical Building Science, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: Much research has been devoted to non-stationary random vibration analysis of large complex structures with emphasis on high accuracy and efficiency. This paper reviews an explicit time-domain approach developed in recent years from the point of view of uncoupling treatment of the physical evolution mechanism and the probabilistic evolution mechanism involved in random vibration problems. Specific attention is paid to the application of the present approach to non-stationary random vibration analysis of linear and nonlinear structures, sensitivity analysis and optimal design of structural random vibration problems, and random vibration analysis of coupled vehicle-bridge systems as well. Engineering applications to super high-rise buildings, long-span bridges, large-scale nuclear power plants and complex vehicle-bridge systems are presented to show the feasibility of the explicit time-domain approach in random vibration problems of practical engineering. Finally, the problems worth further consideration are outlined.

Key words: Random vibration; explicit time-domain approach; non-stationary; nonlinear; sensitivity; structural optimization; coupling of vehicle and bridge

0 引言

随机振动是科学与工程领域中广泛存在的基础科学问题^[1, 2]。由于自然灾害如地震的巨大危害性和随机性,随机振动理论在结构防灾减灾领域中获得了广泛的应用。随机振动方法已编入欧洲桥梁抗震规范^[3]和我国《公路桥梁抗震细则》(JTG/T B02-01—2008)^[4],成为桥梁抗震分析的基本方法之一;随机振动方法也编入了新颁布实施的广东省《高层建筑混凝土结构技术规程》(DBJ 15-92—2013)^[5]和《钢结构设计规程》(DBJ 15-102—2014)^[6],成为继传统反应谱法和时程分析法之后被编入我国建筑结构设计规范的第三种地震作用效应计算方法。这些规范和规程的制定无疑为随机振动理论的发展提供了强大的推动力。然而,随机振动理论相对复杂、计算方法相对低效、软件研发相对滞后等因素影响了这门技术性学科在实际工程中的进一步应用,大多数工程技术人员对随机振动理论的认识和接受程度亟待提高。

针对这种状况,笔者及带领的团队近年来提出和发展了一类随机振动时域显式方法,工程师只要具备了概率论和随机过程的基本概念,以及结构动力学时程分析法的基本知识,即不难学习和理解这类随机振动方法。此外,该方法由于在随机分析中具有独特的降维计算能力,因此具有相当理想的计算效率,可以方便地解决实际工程中所涉及的大规模、非平稳和非线性随机振动问题。本文将从系统物理演化和概率演化两套机制处置方式的角度阐明时域显式方法的特点,重点介绍该方法在线性结构和非线性结构非平稳随机振动分析、考虑非平稳随机激励的结构灵敏度分析与优化设计,以及车桥耦合系统随机振动分析等方面的研究进展,并以超高层建筑结构、大跨度桥梁结构、大型核岛厂房结构和复杂车桥耦合系统的随机振动问题为研究背景,展示该方法在实际工程问题中的应用前景。

1 随机振动的物理演化与概率演化机制

随机振动理论自 20 世纪 50 年代发展至今,已经涌现出不同的方法,这些方法可以分为谱演化方法、矩演化方法和概率演化方法。例如,功率谱法^[7]和虚拟激励法^[8]属于谱演化方法,矩递推法^[9]和矩方程法^[10]属于矩演化方法,而概率密度演化法^[11]则属于最后一类方法。最近提出的时域显式法^[12, 13],由于可以进行矩运算和概率密度计算,因此可以归类为矩演化方法和概率演化方法。上述 6 个方法列于表 1 中。

对于不同的方法,尽管其出发点和列式过程各不一样,但正如文献^[11]指出的,在随机振动中,物理演化构成概率演化的内在机制,因此它们都需要考虑系统的物理演化和概率/谱/矩演化机制。如果把谱和矩理解为概率的一种表征,则概率/谱/矩演化机制可以统称为概率演化机制。表 1 给出了上述 6 个方法的典型公式。从表中可以看出,每个方法都有 2 组典型公式,它们分别反映了系统的物理演化机制和概率演化机制。然而,在不同的方法中,两套机制的组织方式又是不一样的。在前 5 个方法中,物理演化机制和概率演化机制是耦合处理的,在求解响应概率演化过程中,需要同步求解物理系统的运动方程,因此在概率分

析过程中需要考虑整个物理系统,不能进行任意的降维计算。而在最后一个方法中,物理演化机制和概率演化机制是分离处理的,在概率分析之前已经先行构建物理系统响应的显式表达式,因此在概率分析过程中并不需要“捆绑”整个物理系统,可以针对任意响应和任意时刻进行降维计算,从而在根本上提高了随机振动分析的效率。关于这点,将在以下几节中展开说明。

表 1 两种机制的耦合/分离处理方法^[14]

编号	方法	典型公式	物理/概率 演化机制	降维问题
1	功率谱法	$\begin{aligned} \dot{M}\ddot{I}_j(\omega, t) + C\dot{I}_j(\omega, t) + KI_j(\omega, t) &= IG_j(t)e^{i\omega t} \\ S_{YY}(\omega, t) &= I(\omega, t) * S_{XX}(\omega) I(\omega, t)^T \end{aligned}$		
2	虚拟激励法	$\begin{aligned} M\ddot{\tilde{Y}}_j + C\dot{\tilde{Y}}_j + K\tilde{Y}_j &= \sqrt{\lambda_j(\omega)} LG(t) \psi_j(\omega) * e^{i\omega t} \\ S_{YY}(\omega, t) &= \sum_{j=1}^m \tilde{Y}_j(t; \omega) * \tilde{Y}_j(t; \omega)^T \end{aligned}$		
3	矩递推法	$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} Y_{i+1} \\ \dot{Y}_{i+1} \end{Bmatrix} &= A_1 \begin{Bmatrix} Y_i \\ \dot{Y}_i \end{Bmatrix} + A_2 \begin{Bmatrix} X_i \\ X_{i+1} \end{Bmatrix} \\ D_{i+1} &= A_1 D_i A_1^T + A_2 B_i A_2^T + A_1 C_i A_2^T + (A_1 C_i A_2^T)^T \end{aligned}$	耦合 处理	在随机分析过程中,响应空间和时刻空间不能任意降维
4	矩方法	$\begin{aligned} V(t) &= \Phi(t, t_0) V_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, s) \Gamma(s) X(s) ds \\ \dot{P} &= HP + PH^T + 2\Gamma(t) D \Gamma(t)^T \end{aligned}$		
5	概率密度演化法	$\begin{aligned} M(\theta) \ddot{Y} + C(\theta) \dot{Y} + K(\theta) Y &= F(\theta, t) \\ \frac{\partial f_{Y\theta}(y, \theta, t)}{\partial t} &= -\dot{Y}(\theta, t) \frac{\partial f_{Y\theta}(y, \theta, t)}{\partial y} \end{aligned}$		
6	时域显式法	$\begin{aligned} r_i &= a_{i,0} F_0 + a_{i,1} F_1 + \cdots + a_{i,i} F_i = a_i F_{[i]} \\ (i &= 1, 2, \cdots, l) \\ \begin{cases} \text{var}(r_i) &= a_i \text{cov}(F_{[i]}, F_{[i]}) a_i^T \\ r_{\text{peak}} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \max_{i=1}^l r_i^k \end{cases} \end{aligned}$	分离 处理	在随机分析过程中,响应空间和时刻空间可以任意降维

2 线性结构随机振动分析

本节将简要介绍线性结构随机振动时域显式法的列式过程及方法的工程应用。这部分内容也是后续非线性随机振动分析及随机振动灵敏度分析的基础。

2.1 时域显式法

2.1.1 动力响应显式表达式

对于 n_d 个自由度的线性体系,在 m 个非平稳随机激励下结构体系的运动方程可表

示为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}} + \mathbf{K}\mathbf{Y} = \mathbf{L}\mathbf{F}(t) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$ 分别表示质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\mathbf{Y}$, $\dot{\mathbf{Y}}$, $\ddot{\mathbf{Y}}$ 分别为位移、速度和加速度向量; $\mathbf{L}$ 为 $n_d \times m$ 阶常矩阵, 用于定位随机激励; $\mathbf{F}(t)$ 为非平稳随机激励向量。

记时间步长为 Δt , 积分步数为 n , 把随机激励向量 $\mathbf{F}(t)$ 离散为时刻 $0, t_1, \dots, t_n$ 处的激励向量 $\mathbf{F}_0, \mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_n$ 。采用任何一种数值积分格式求解式(1), 可以推导得到结构响应关于各时刻激励向量的显式线性表达式。当 $\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}(0) = \mathbf{0}$ 时, 时刻 $t_i = i\Delta t$ 处结构响应向量 $\mathbf{R}_i = \mathbf{R}(t_i)$ 的显式表达式为

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{A}_{i,0}\mathbf{F}_0 + \mathbf{A}_{i,1}\mathbf{F}_1 + \dots + \mathbf{A}_{i,i}\mathbf{F}_i = \mathbf{A}_i\mathbf{F}_{[i]} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

式中, 系数矩阵 $\mathbf{A}_{i,0}, \mathbf{A}_{i,1}, \dots, \mathbf{A}_{i,i}$ 只与结构参数有关, 反映结构参数对结构响应的影响; $\mathbf{A}_i = [\mathbf{A}_{i,0} \quad \mathbf{A}_{i,1} \quad \dots \quad \mathbf{A}_{i,i}]$, $\mathbf{F}_{[i]} = [\mathbf{F}_0^T \quad \mathbf{F}_1^T \quad \dots \quad \mathbf{F}_i^T]^T$, 其中下标 $[i]$ 表示遍取 $0, 1, \dots, i$ 。

当 $\mathbf{R} = [\mathbf{Y}^T \dot{\mathbf{Y}}^T]^T$ 时, 文献[12]和文献[15]推导了系数矩阵的闭合公式, 如下式所示:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_{1,0} &= \mathbf{Q}_1, \mathbf{A}_{i,0} = \mathbf{T}\mathbf{A}_{i-1,0} \quad (2 \leq i \leq n) \\ \mathbf{A}_{1,1} &= \mathbf{Q}_2, \mathbf{A}_{2,1} = \mathbf{T}\mathbf{Q}_2 + \mathbf{Q}_1, \mathbf{A}_{i,1} = \mathbf{T}\mathbf{A}_{i-1,1} \quad (3 \leq i \leq n) \\ \mathbf{A}_{i,j} &= \mathbf{A}_{i-1,j-1} \quad (2 \leq j \leq i \leq n) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{T}$, $\mathbf{Q}_1$ 和 $\mathbf{Q}_2$ 的表达式取决于求解式(1)时所采用的积分格式。当采用精细积分格式^[16]时, 可得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{T} &= e^{\mathbf{H}\Delta t}, \mathbf{Q}_1 = (\mathbf{I} - \mathbf{T})\mathbf{H}^{-2}\mathbf{W}/\Delta t + \mathbf{T}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{W}, \mathbf{Q}_2 = (\mathbf{T} - \mathbf{I})\mathbf{H}^{-2}\mathbf{W}/\Delta t - \mathbf{H}^{-1}\mathbf{W} \\ \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{L} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

当采用 Newmark- β 积分格式^[17]时, 可得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{R}_3 \end{bmatrix} \mathbf{L}, \mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_2 \\ \mathbf{R}_4 \end{bmatrix} \mathbf{L} \\ \mathbf{H}_{11} &= \hat{\mathbf{K}}^{-1}(\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_3\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}), \mathbf{H}_{12} = \hat{\mathbf{K}}^{-1}(\mathbf{S}_2 - \mathbf{S}_3\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}) \\ \mathbf{H}_{21} &= a_3(\mathbf{H}_{11} - \mathbf{I}) + a_5\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}, \mathbf{H}_{22} = a_3\mathbf{H}_{12} - a_4\mathbf{I} + a_5\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \\ \mathbf{R}_1 &= \hat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{S}_3\mathbf{M}^{-1}, \mathbf{R}_2 = \hat{\mathbf{K}}^{-1}, \mathbf{R}_3 = a_3\mathbf{R}_1 - a_5\mathbf{M}^{-1}, \mathbf{R}_4 = a_3\mathbf{R}_2 \\ \hat{\mathbf{K}} &= \mathbf{K} + a_0\mathbf{M} + a_3\mathbf{C} \\ \mathbf{S}_1 &= a_0\mathbf{M} + a_3\mathbf{C}, \mathbf{S}_2 = a_1\mathbf{M} + a_4\mathbf{C}, \mathbf{S}_3 = a_2\mathbf{M} + a_5\mathbf{C} \\ a_0 &= 1/(\beta\Delta t^2), a_1 = 1/(\beta\Delta t), a_2 = 1/(2\beta) - 1 \\ a_3 &= \gamma/(\beta\Delta t), a_4 = \gamma/\beta - 1, a_5 = (\gamma/\beta - 2)\Delta t/2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中, $\gamma = 0.5$, $\beta = 0.25$ 。

对于一般的结构响应向量 $\mathbf{R}$, 式(3)所揭示的系数矩阵之间的内在关系也是成立的。根

据上述关系,可以把各时刻结构响应对应的系数矩阵排列如表 2 所示。由表 2 可以看出,仅第一列系数矩阵 $A_{i,0}$ 和第二列系数矩阵 $A_{i,1}(i=1,2,\cdots,n)$ 需要计算,计算量与 $2m$ 次确定性时程分析的计算量相当。特别地,对于抗震问题,当考虑单点激励时($m=1$), $A_{i,0}$ 和 $A_{i,1}(i=1,2,\cdots,n)$ 的计算量仅等同于 2 次确定性时程分析的计算量,它们分别为图 1 所示两个特殊脉冲激励 $p_0(t)$ 和 $p_1(t)$ 作用下的结构响应^[18]。在存储量方面,由于在结构随机响应分析或动力可靠度计算方面并不需要关注所有的响应,因此并不需要全部存储 $A_{i,0}$ 和 $A_{i,1}(i=1,2,\cdots,n)$ 中的元素。假设所关心的结构关键响应量的个数为 n_k ,则需要存储的元素个数仅为 $2n_kmn$,其中 m 和 n 分别为随机激励数和时程分析步数。由此可见,需存储的元素个数与结构自由度无关,即使对于大型复杂结构问题,在系数矩阵元素的存储方面也不会存在问题。从本质上看,这主要得益于在式(2)中,结构系统的物理演变机制已经得到全面反映,结构响应已经完全解耦,可以单独对所关心的响应量进行后续随机分析而不涉及其他响应量,这也是时域显式方法的主要优势之一。

表 2 各时刻结构响应对应的系数矩阵^[12]

时刻	系数矩阵							
	F_0	F_1	F_2	F_3	$\cdots$	F_{n-2}	F_{n-1}	F_n
t_1	$A_{1,0}$	$A_{1,1}$						
t_2	$A_{2,0}$	$A_{2,1}$	$A_{1,1}$					
t_3	$A_{3,0}$	$A_{3,1}$	$A_{2,1}$	$A_{1,1}$				
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$			
t_{n-2}	$A_{n-2,0}$	$A_{n-2,1}$	$A_{n-3,1}$	$A_{n-4,1}$	$\cdots$	$A_{1,1}$		
t_{n-1}	$A_{n-1,0}$	$A_{n-1,1}$	$A_{n-2,1}$	$A_{n-3,1}$	$\cdots$	$A_{2,1}$	$A_{1,1}$	
t_n	$A_{n,0}$	$A_{n,1}$	$A_{n-1,1}$	$A_{n-2,1}$	$\cdots$	$A_{3,1}$	$A_{2,1}$	$A_{1,1}$

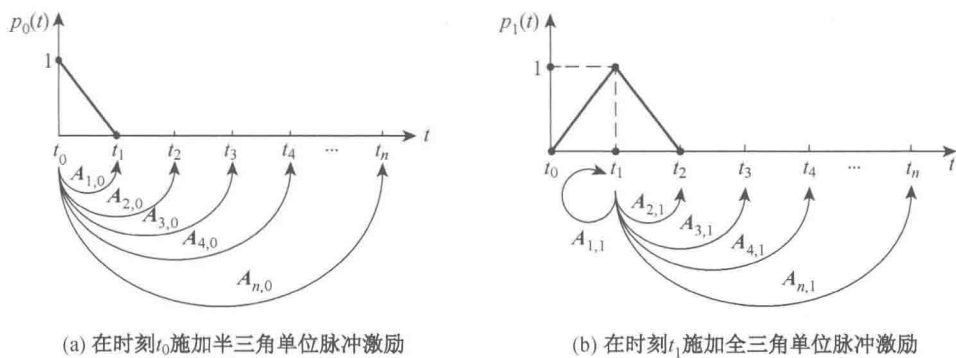


图 1 两个单位脉冲激励

2.1.2 动力响应均值和方差

对于结构响应向量 $\mathbf{R}$ 中某一关键响应 r ,由式(2)可以直接得到关于 r 的一维显式表达式如下:

$$r_i = a_{i,0}F_0 + a_{i,1}F_1 + \cdots + a_{i,i}F_i = a_iF_{[i]} \quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{6}$$

式中,行向量 $\mathbf{a}_{i,j}$ 可以直接取自式(2)里系数矩阵 $\mathbf{A}_{i,j}$ ($j = 0, 1, \dots, i$) 中相应的行; $\mathbf{a}_i = [\mathbf{a}_{i,0} \quad \mathbf{a}_{i,1} \quad \dots \quad \mathbf{a}_{i,i}]$, $\mathbf{F}_{[i]}$ 见式(2)。

根据一阶矩和二阶矩的运算规律,由式(6)可以得到各时刻响应 r 的均值和方差如下:

$$\left. \begin{aligned} E(r_i) &= \mu_{r_i} = \mathbf{a}_i E(\mathbf{F}_{[i]}) \\ \text{Var}(r_i) &= \sigma_{r_i}^2 = \mathbf{a}_i \text{Cov}(\mathbf{F}_{[i]}, \mathbf{F}_{[i]}) \mathbf{a}_i^T \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

式中, $\text{Cov}(\mathbf{F}_{[i]}, \mathbf{F}_{[i]})$ 为 $\mathbf{F}_{[i]}$ 的协方差矩阵,可以由随机激励向量 $\mathbf{F}(t)$ 的互协方差函数矩阵确定。

值得注意的是,当随机激励为由慢变函数所调制的非平稳随机过程时,响应 r 的方差也为慢变函数,此时并不需要在各个时刻处计算 r 的方差。我们可以在时刻 $t_1, t_2, \dots, t_n$ 中挑出若干时刻,然后利用式(7)计算这些时刻处 r 的方差,即可反映其变化规律。可见,时域显式法除了可以实现响应空间上的降维计算外,还可以针对任意时刻进行降维计算,进一步提高了随机振动分析的效率。

除了外部激励随机性以外,当同时考虑结构参数随机性时,可以利用式(7)在给定结构参数时计算条件均值和条件方差,结合响应面法可以获取条件均值和条件方差关于结构参数的显式函数,然后利用全数学期望公式即可获得同时考虑激励随机性和结构随机性的响应均值和响应方差^[19]。

2.1.3 动力响应峰值

在工程设计中,结构动力响应的峰值是极为重要的量,基于随机响应分析结果的峰值计算引起了许多学者的关注。由于该问题的复杂性,峰值计算时一般需要对非平稳随机响应进行平稳化处理,并需引入泊松过程或马尔可夫过程假定^[20, 21],这会带来分析上的误差。基于动力响应显式表达式,结合蒙特卡罗模拟(也称随机模拟),可以有效地解决此类问题^[18]。基本思路是:利用随机激励向量 $\mathbf{F}(t)$ 的互协方差函数矩阵,可以生成大量 $\mathbf{F}(t)$ 的样本,然后将上述样本逐个代入式(6),再对各个样本下的响应时程进行统计,求出响应峰值的平均值。显然,基于动力响应显式表达式(6)的蒙特卡罗模拟的计算量将远远少于直接基于式(1)求解的计算量。

设随机激励向量 $\mathbf{F}(t)$ 的向量样本共有 N 个,在第 k 个向量样本 $\mathbf{F}^k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, N$) 作用下,由式(6)可以得到响应 r 在各时刻的值为

$$r_i^k = \mathbf{a}_{i,0} \mathbf{F}_0^k + \mathbf{a}_{i,1} \mathbf{F}_1^k + \dots + \mathbf{a}_{i,i} \mathbf{F}_i^k \quad (i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, N) \quad (8)$$

则平均意义下的响应峰值为

$$r_{\text{peak}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \max_{i=1}^n |r_i^k| \quad (9)$$

2.1.4 动力可靠度

结构动力可靠度的计算通常需要假定响应过程跨越界限次数服从泊松过程分布或马尔可夫过程分布^[22],具有一定近似性,在某些情况下可能导致较大误差。此外,对于体系动力可靠度,往往只能利用估算公式获得其上下限值^[23],而无法准确考虑各构件失效模式之间

的部分相关性。为了克服上述问题,可以利用结构响应的降维显式表达式(6),通过快速蒙特卡罗模拟计算结构动力可靠度,计算过程如下^[12]:

(1) 确定结构体系的构件失效模式。设系统共有 n_t 个构件失效模式,均采用首次超越失效准则。设每个构件失效模式对应的控制响应为 $r_j(t)$,相应的失效界限值为 b_j ($j = 1, 2, \dots, n_t$),这里以对称双侧界限为例。

(2) 生成样本。利用随机过程数值模拟技术,根据随机激励向量 $F(t)$ 的互协方差函数矩阵生成 N 个随机激励向量样本 $F^k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, N$)。

(3) 计算结构体系失效概率,以串联体系为例。将生成的随机激励向量样本逐一代入式(6),计算各个控制响应各时刻的值,一旦有某一个控制响应在某个时刻首次出现 $|r_j^k(t_i)| > b_j$ ($i \in [1, 2, \dots, n]; j \in [1, 2, \dots, n_t]; k = 1, 2, \dots, N$),则结构体系失效,终止该次样本计算,进入下一次样本计算。完成全部样本计算后,统计结构体系失效次数 N_0 。

为了进一步提高结构动力可靠度的计算效率,除了可以利用时域显式方法提高样本分析效率以外,还可以利用子集模拟技术^[24],有效降低样本规模。时域显式方法和子集模拟技术的结合可以参见文献[25]和文献[26]。

除了外部激励随机性以外,当同时考虑结构参数随机性时,可以利用上述步骤计算在给定结构参数时的条件动力失效概率,结合响应面法可以获取条件动力失效概率关于结构参数的显式函数,然后利用全概率定理即可获得同时考虑激励随机性和结构随机性的动力失效概率^[27]。

2.2 工程算例

2.2.1 超高层建筑抗震随机分析

深圳某双塔连体高层建筑如图2所示,该建筑左塔共有69层,高度为299.1 m;右塔共有54层,高度为235.2 m。该结构有限元模型如图3所示,共有65 513个节点、65 102个杆单元和63 637个壳体单元,总自由度数391 824。设防烈度为7度,场地土类别为Ⅱ类,设计分组为第一组。



图2 深圳某双塔连体高层建筑

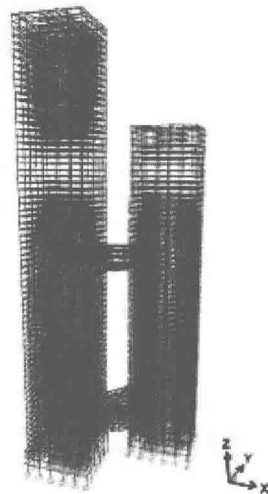


图3 结构有限元模型

首先将规范给定的设计加速度反应谱转换为等价的地面加速度功率谱^[18],并利用该功率谱以及给定的地震动强度包络函数生成 1 000 个持时为 30 s 的地面加速度时程样本,然后利用式(8)和式(9)计算结构楼层质心位移和层间剪力的平均峰值。由于采用了与设计加速度反应谱等价的地面加速度功率谱,上述结果与采用反应谱法得到的结果具有可比性。两种方法计算得到的双塔连体结构的关键地震响应如表 3 所示。由表 3 可见,时域显式随机模拟法的计算结果均大于反应谱法结果。在 X 向和 Y 向地震作用下,两种方法计算得到的基底总剪力差异分别为 23. 10%和 21. 70%,上部连体桁架柱顶弯矩差异分别为 30. 40%和 32. 30%,左塔顶部位移差异分别为 13. 40%和 13. 50%,右塔顶部位移差异分别为 19. 20%和 27. 20%。

表 3 双塔连体结构关键地震响应

地震作用 方向	方法	基底 总剪力	上部连体桁架 柱顶弯矩	左塔 顶部位移	右塔 顶部位移
X 向	时域显式随机模拟法	38 028 kN	254 kN · m	222. 50 mm	115. 35 mm
	反应谱 CQC 法	30 890 kN	195 kN · m	196. 18 mm	96. 74 mm
	二者差异	23. 10%	30. 40%	13. 40%	19. 20%
Y 向	时域显式随机模拟法	34 755 kN	259 kN · m	243. 71 mm	122. 11 mm
	反应谱 CQC 法	28 557 kN	195 kN · m	214. 66 mm	96. 02 mm
	二者差异	21. 70%	32. 30%	13. 50%	27. 20%

两种方法所得结果的差异主要源于反应谱 CQC 法所采用的基本假定。反应谱 CQC 法的计算公式为^[28]

$$S = \sqrt{\sum_i \sum_j \rho_{ij}^0 S_i S_j}$$

(10)

式中, S 为总响应的平均峰值; S_i 为第 i 阶模态响应的平均峰值; S_j 为第 j 阶模态响应的平均峰值; ρ_{ij}^0 为白噪声地震激励下的模态相关系数。而根据随机振动理论所导出的总响应平均峰值的精确计算公式为^[29]

$$S = \sqrt{\sum_i \sum_j \frac{\theta_s^2}{\theta_i \theta_j} \rho_{ij} S_i S_j}$$

(11)

式中, θ_s 为总响应峰值因子; θ_i 为第 i 阶模态响应峰值因子; θ_j 为第 j 阶模态响应峰值因子; ρ_{ij} 为非白噪声地震激励下的模态相关系数。

对比式(10)和式(11)可见,反应谱 CQC 法采用了两条基本假定:第一,峰值因子一致性假定,即假定 $\theta_s = \theta_i = \theta_j$;第二,白噪声地震激励假定,即用 ρ_{ij}^0 取代 ρ_{ij} 。正是这两条基本假定,导致了反应谱 CQC 法结果和精确随机振动方法结果之间的差异。以上述双塔连体结构在 X 向地震作用下的基底总剪力为例,其峰值因子为 2. 231,而对基底总剪力有贡献的各阶模态的峰值因子介于 2. 1~3. 5 之间,且低阶模态峰值因子偏小,而高阶模态峰值因子偏大,故由第一条假定可知,反应谱 CQC 法低估了低阶响应而高估了高阶响应,最终由于低阶响