University Physics

大学物理学

重难点解析

主编 何跃娟 陈国庆 吴亚敏 张 薇

高等教育出版社

University Physics

大学物理学

重难点解析

主编 何跃娟 陈国庆 吴亚敏 张 薇

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是与陈国庆、何跃娟等主编的《大学物理学》配套的学习指导书，全书根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版)的精神，提出了教学基本要求，给出了主要内容及例题。本书各章节顺序和主教材对应，共分10章，每一章均包括“基本要求”“主要内容及例题”“难点分析”及供学生课后练习的“练一练”和“单元自测卷”，对每一章的学习难点都进行了分析。全书联系教学实际，注重实用性。

本书可作为高等学校理科非物理学类专业和工科各专业60~80学时大学物理课程的辅助教学用书，也可供其他读者学习物理时使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学重难点解析 / 何跃娟等主编. -- 北京：高等教育出版社，2019.1

ISBN 978-7-04-050986-1

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①何… Ⅲ. ①物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第258222号

Daxue Wulixue Zhongnandian Jiexi

策划编辑 程福平　　责任编辑 程福平　　封面设计 张雨微　　版式设计 马 云
插图绘制 于 博　　责任校对 陈 杨　　责任印制 田 甜

出版发行	高等教育出版社	网　　址	http://www.hep.edu.cn
社　　址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印　　刷	三河市宏图印务有限公司		http://www.hepmall.com
开　　本	787 mm×1092 mm　1/16		http://www.hepmall.cn
印　　张	12.5		
字　　数	330千字	版　　次	2019年1月第1版
购书热线	010-58581118	印　　次	2019年1月第1次印刷
咨询电话	400-810-0598	定　　价	25.80元

物 料 号　50986-00

前　言

大学物理是高等学校理工科各专业的一门重要的基础课，它对学生科学素质的提高、综合能力的培养、思维能力的训练等诸方面都起着重要的作用。近年来，高等学校中物理课程的设置也呈现多样化，有些专业的大学物理的课时较少，为了使学生在较少学时的情况下能较深刻地理解物理概念，抓住每章的重点、难点，提高分析问题和解决问题的能力，把握学习的主动性，我们结合多年的教学实践经验，根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010 年版)，编写了《大学物理学重难点解析》，作为《大学物理学》教材的辅助配套用书。

本书紧贴教学实际，注重教学实用性。全书和《大学物理学》配套，共分 10 章，每一章均包括"基本要求""主要内容及例题""难点分析"及供学生课后练习的"练一练"和"单元自测卷"。例题在求解前都有分析，有的例题后还增加了"注意点"和"拓展"，以便于学生更好地领会和掌握。每一章后面的"练一练"考虑了课时的分配，合理安排了题量，并附有答案。每一章还有"单元自测卷"，"单元自测卷"附有详细的答案及评分标准，供学生自我检测成绩。书中带星号(*)部分供学有余力的学生选学。

本书由江南大学理学院物理系组织编写，具体分工为：第 1 章和第 8 章由张薇编写，第 2、第 3、第 4 章由何跃娟编写，第 5、第 6、第 7 章由吴亚敏编写，第 9 章由陈国庆编写，第 10 章的基本要求、主要内容及例题、难点分析由何跃娟编写，第 10 章的练一练及单元自测卷由张薇编写。全书由何跃娟、吴亚敏进行最后统稿。物理系的其他老师都参与了前期的讨论，提出了很好的建议，编者在此表示衷心的感谢。同时，感谢江南大学教务处领导和理学院领导的大力支持，感谢高等教育出版社缪可可、程福平、

付晓杰等对本书的出版作出的努力。

本书中少数插图及习题参考了一些大学物理教材，在此对相关作者表示感谢！

由于编者水平有限，书中定有不妥甚至错误之处，敬请批评指正。

编　者

2018 年 5 月于无锡江南大学

目 录

第1章 质点力学

一、基本要求

1. 通过质点概念的建立，理解理想模型法的意义.

2. 熟练掌握描述质点运动的四个物理量——位置矢量、位移、速度、加速度.

3. 理解运动方程的物理意义及作用，能熟练处理质点运动学的两类问题：①已知质点运动方程确定质点的位置、位移、速度和加速度；②已知质点运动的加速度和初始条件，求其速度和运动方程.

4. 掌握曲线运动的自然坐标表示法.能熟练计算质点在平面内运动时的速度和加速度以及质点作圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度.

5. 了解惯性参考系及非惯性参考系的定义，了解牛顿运动定律的适用范围.正确理解力的概念.

6. 掌握几种常见的力（重力、弹性力和摩擦力）及力的分析方法.熟练掌握应用牛顿运动定律分析问题的基本思路和方法，能利用微积分求解一维变力作用下的质点动力学问题.

7. 掌握动量和冲量的概念，会计算一维变力的冲量.

8. 掌握动量定理和动量守恒定律，并能熟练应用.

9. 掌握功、功率和动能的概念，能计算直线运动情况下变力的功.

10. 掌握保守力做功的特点、势能的概念及它们的物理意义，会计算引力势能、重力势能和弹力势能.

11. 掌握动能定理、功能原理和机械能守恒定律及其适用条件，并能熟练应用.

NOTE

二、主要内容及例题

(一) 描述质点运动的四个物理量

1. 位置矢量 $\boldsymbol{r}$

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

物体运动时,位置矢量随时间而改变,即 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$, 此式称为运动函数或运动方程,其分量式为

$$\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases} \tag{1-2}$$

从中消去时间 t,可得质点运动轨迹方程.

2. 位移 $\Delta\boldsymbol{r}$

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k} \tag{1-3}$$

一般情况下,$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r$,如图 1-1 所示.

路程和位移不同,路程用 Δs 表示,一般 $\Delta s\geqslant|\Delta\boldsymbol{r}|$.

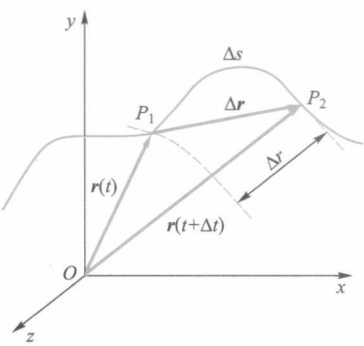

图 1-1

3. 速度 $\boldsymbol{v}$

平均速度

$$\overline{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-4a}$$

瞬时速度(简称速度)

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-4b}$$

速度的大小即速率.瞬时速率(简称速率)

$$v=|\boldsymbol{v}|=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-5}$$

4. 加速度 $\boldsymbol{a}$

平均加速度

$$\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-6a}$$

瞬时加速度(简称加速度)

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-6b}$$

例 1-1

已知一质点的运动方程 $\boldsymbol{r}=at^2\boldsymbol{i}+bt^2\boldsymbol{j}$（其中 a、b 为常量），则该质点作何运动？

分析：质点运动的速度、加速度可通过对运动方程求导分别得出，而质点的轨迹方程为 $y=f(x)$，可由运动方程的两个分量式：$x=x(t)$，$y=y(t)$，从中消去时间 t 得到.

解答：因为速度 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2at\boldsymbol{i}+2bt\boldsymbol{j}$，与时间有关，可初步断定质点作变速运动；而加速度 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=2a\boldsymbol{i}+2b\boldsymbol{j}$，与时间无关，故质点作匀变速运动.

由质点的运动方程可得相应的分量式

$$\begin{cases}x=at^2\\y=bt^2\end{cases}$$

从上两式中消去时间 t 得轨迹方程 $y=\dfrac{b}{a}x$，这表明质点在 Oxy 平面上运动的轨迹是直线.

综合以上分析可知，该质点作匀变速直线运动.

注意：在分析质点作怎样的运动时，要从质点速度、加速度的特征及轨迹方程等几方面综合考虑再作判断.

例 1-2

质点作曲线运动，$\boldsymbol{r}$ 表示位置矢量，$\boldsymbol{v}$ 表示速度，$\boldsymbol{a}$ 表示加速度，s 表示路程，a_t 表示切向加速度大小，下列表达式：(1) $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=a$，(2) $\mathrm{d}r/\mathrm{d}t=v$，(3) $\mathrm{d}s/\mathrm{d}t=v$，(4) $\left|\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t\right|=a_t$，哪个是对的？

分析：$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$表示切向加速度 a_t 大小，它表示速度大小随时间的变化率，是加速度矢量沿速度方向的一个分量，起改变速度大小的作用；$\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$表示质点到坐标原点的距离随时间的变化率，在极坐标系中称为径向速率；$\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$在自然坐标系中表示质点的速率 v；$\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$ 表示加速度的大小而不是切向加速度大小.

解答：以上 4 个式子中只有表达式 3 是对的.

（二）质点运动学的两类问题

1. 已知 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，求质点的位置、位移、速度和加速度——求导.

2. 已知 $\boldsymbol{a}(t)$和初始条件 $\boldsymbol{r}_0$ 和 $\boldsymbol{v}_0$，求其速度和运动方程——积分.

例 1-3

(1) 如图 1-2 所示，对于在 Oxy 平面内以原点 O 为圆心作匀速圆周运动的质点，试用半径 r、角速度 ω 和单位矢量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 表示其 t 时刻的位置矢量. 已知在 $t=0$ 时，$y=0$，$x=r$，角速度 ω 如图 1-2 所示；(2) 由(1)问导出速度 $\boldsymbol{v}$ 与加速度 $\boldsymbol{a}$ 的矢量表达式；(3) 试证明加速度始终指向圆心.

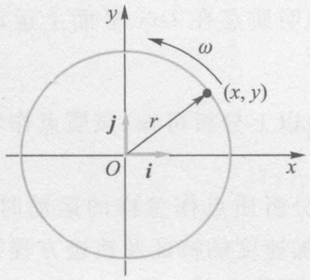

图 1-2

分析：该题属于运动学的第一类问题. 首先应由题中已知条件写出质点运动方程，再由此求出描述质点运动的各个物理量. 在确定运动方程时，用 $x=r\cos\omega t$，$y=r\sin\omega t$ 来表示圆周运动比较方便.

解答：(1) $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}=r\cos\omega t\boldsymbol{i}+r\sin\omega t\boldsymbol{j}$

(2) $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=-r\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+r\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-r\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i}-r\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

(3) $\boldsymbol{a}=-\omega^2(r\cos\omega t\boldsymbol{i}+r\sin\omega t\boldsymbol{j})=-\omega^2\boldsymbol{r}$

这说明 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{r}$ 方向相反，即 $\boldsymbol{a}$ 始终指向圆心.

注意：描述质点运动的几个物理量（位矢、速度、加速度）都是矢量，解题时应注意 r 与 $\boldsymbol{r}$、v 与 $\boldsymbol{v}$、a 与 $\boldsymbol{a}$ 的区别.

例 1-4

一质点沿 x 轴运动，其加速度大小为 $a=4t$，式中 a 的单位为 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$，t 的单位为 s. 当 $t=0$ 时，$v_0=5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，$x_0=5$ m. 求：(1) 质点速度随时间的变化关系；(2) 质点的运动方程.

分析：该题属于运动学的第二类问题，即已知加速度求质点的速度和运动方程. 由加速度定义有

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=4t\quad(\text{一维运动可用标量式})$$

对上式分离变量，再由初始条件积分，可得质点速度和运动方程.

解答：(1) 因为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=4t$$

分离变量得

$$\mathrm{d}v=4t\mathrm{d}t$$

由初始条件定积分上下限：

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t 4t\mathrm{d}t$$

解得

$$v=v_0+2t^2=5+2t^2(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

(2) 由速度定义

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=5+2t^2$$

分离变量得

$$\mathrm{d}x=(5+2t^2)\mathrm{d}t$$

由初始条件积分：

$$\int_5^x \mathrm{d}x = \int_0^t (5 + 2t^2)\,\mathrm{d}t$$

解得

$$x = 5+5t+\frac{2}{3}t^3(\mathrm{m})$$

注意：由 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$和 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，可得 $\mathrm{d}v=a\mathrm{d}t$ 和 $\mathrm{d}x=v\mathrm{d}t$. 如 $a=a(t)$ 或 $v=v(t)$，则可两边直接积分求出速度、运动方程；如 a 或 v 不是时间 t 的显函数，则应经过一些数学处理再积分求解.

例 1-5

一物体悬挂在弹簧上作竖直振动，其加速度为 $a=-ky$，式中 k 为常量，y 是以平衡位置为原点所测得的坐标.假定振动的物体在坐标 y_0 处的速度为 v_0，试求速度 v 与坐标 y 的函数关系式.

分析：该题属于运动学的第二类问题.与上题不同之处在于，本题给出的是加速度和位置的关系，因此要经变量代换、分离变量等数学处理，再积分求出结果.

解答：因为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-ky$$

作变量代换：

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v\,\mathrm{d}y}{\mathrm{d}y\,\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$$

得

$$-ky=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$$

分离变量可得

$$-ky\mathrm{d}y=v\mathrm{d}v$$

对上式积分，并代入初始条件 $y=y_0$，$v=v_0$，有

$$-\int_{y_0}^{y} ky\mathrm{d}y = \int_{v_0}^{v} v\mathrm{d}v$$

解得

$$v^2=v_0^2+k(y_0^2-y^2)$$

例 1-6

某物体作直线运动，其运动规律为 $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=-kv^2t$，式中 k 为大于零的常量.已知当 $t=0$ 时，初速度为 v_0，求速度 v 与时间 t 的函数关系式.

分析：本题属于运动学的第二类问题.由于已知 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2t$，故分离变量后再由初始条件积分，即可求出结果.

解答：因为

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2t$$

分离变量得

$$\frac{\mathrm{d}v}{v^2}=-kt\mathrm{d}t$$

由初始条件积分：

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v^2}=\int_0^t -kt\mathrm{d}t$$

解得速度 v 与时间 t 的函数关系式为

$$\frac{1}{v}=\frac{kt^2}{2}+\frac{1}{v_0}$$

(三) 曲线运动的自然坐标表示 圆周运动

1. 自然坐标系中质点运动方程、速度、加速度

运动方程

$$s=s(t) \tag{1-7}$$

速度

$$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{e}_t \tag{1-8}$$

速率

$$v=\frac{ds}{dt}$$

切向加速度

$$\boldsymbol{a}_t=\frac{dv}{dt}\boldsymbol{e}_t=\frac{d^2s}{dt^2}\boldsymbol{e}_t \tag{1-9a}$$

法向加速度

$$\boldsymbol{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n \tag{1-9b}$$

加速度

$$\boldsymbol{a}=a_t\boldsymbol{e}_t+a_n\boldsymbol{e}_n=\boldsymbol{a}_t+\boldsymbol{a}_n=\frac{dv}{dt}\boldsymbol{e}_t+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_n \tag{1-9c}$$

式中,ρ 为轨道曲率半径,如图 1-3 所示.

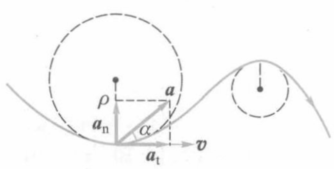

图 1-3

对圆周运动有:

切向加速度大小

$$a_t=\frac{dv}{dt}$$

法向加速度大小

$$a_n=\frac{v^2}{R} \quad (R\text{ 为圆周半径})$$

加速度大小

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_n^2+a_t^2}=\sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2+\left(\frac{dv}{dt}\right)^2}$$

加速度方向

$$\tan\alpha=\frac{a_n}{a_t} \quad (\alpha\text{ 为 }\boldsymbol{a}\text{ 与 }\boldsymbol{v}\text{ 所成的夹角})$$

2. 圆周运动的角量表示 线量和角量的关系

角位置为 θ;角位移为 $\Delta\theta$.

角速度

$$\omega=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

角加速度

$$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-11}$$

运动方程

$$\theta=\theta(t) \quad 或 \quad s=s(t) \tag{1-12}$$

线量和角量的关系

$$v=R\omega,\quad a_t=R\beta,\quad a_n=R\omega^2,\quad \Delta s=R\cdot\Delta\theta \tag{1-13}$$

例 1-7

一质点作半径 $R=0.1$ m 的圆周运动，其角坐标 $\theta=2+3t^3$，式中 θ 的单位为 rad，t 的单位为 s.(1)求 $t=2$ s 时，质点的法向加速度大小和切向加速度大小；(2)当 t 为多少时，法向加速度和切向加速度的数值相等？(3)此时质点运动了多少圈？

分析：此题已知质点的运动方程 $\theta=\theta(t)$，由 $\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$和 $\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$可求出角速度 ω 和角加速度 β，再利用角量和线量的关系，即可求得 a_t 和 a_n.

解答：(1) 质点角速度为

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=9t^2$$

角加速度为

$$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=18t$$

所以任意 t 时刻质点的 a_t 和 a_n 分别为

$$a_t=R\beta=18Rt$$

$$a_n=R\omega^2=81Rt^4$$

当 $t=2$ s 时，切向加速度大小 $a_t=3.6\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$；法向加速度大小 $a_n=129.6\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

(2) 当 $a_n=a_t$ 时，即 $81Rt^4=18Rt$，此时 $t^3=\frac{2}{9}$，解得 $t\approx0.61$ s.

(3) 此时质点转过的角度 $\theta=2+3t^3\approx2.67$(rad).

质点运动的圈数为

$$N=\frac{\theta}{2\pi}\approx0.42\ \mathrm{r}$$

注意点：熟练掌握线量和角量的关系式，并灵活运用.

例 1-8

飞轮作加速转动时，轮边缘上一点的运动方程为 $s=0.1t^3$(SI 单位).已知飞轮半径为 2 m.当此点的速率 $v=30\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$时，其加速度大小为多少？

分析：已经飞轮边缘上一点作圆周运动的运动方程为 $s=0.1t^3$.可由 $v=\dfrac{ds}{dt}$ 求出其速率，而后由 $a_t=\dfrac{dv}{dt}$ 和 $a_n=\dfrac{v^2}{R}$ 求出其切向加速度和法向加速度，最后依 $a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}$ 求出加速度大小.

解答：质点在 t 时刻的速率为

$$v=\frac{ds}{dt}=0.3t^2$$

当 $v=30$ m/s 时，$t=10$ s.此刻

$$a_t=\frac{dv}{dt}=0.6t=6(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

$$a_n=\frac{v^2}{R}=0.045t^4=450(\mathrm{m\cdot s^{-2}})$$

所以，该点的加速度大小为

$$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{6^2+450^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\approx 450.04\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

（四）牛顿运动定律

第一定律：引出了惯性和力的概念以及惯性参照系的定义.如果牛顿第一定律在某个参考系中适用，则这个参考系称为惯性参考系，简称惯性系.

第二定律：

$$\boldsymbol{F}=\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}=\frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt} \tag{1-14a}$$

当质点在作低速（$v\ll c$）运动，其质量可看作是常量时，上式可写为

$$\boldsymbol{F}=m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=m\boldsymbol{a} \tag{1-14b}$$

式中 $\boldsymbol{F}$ 为合外力，$\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{F}$ 的方向一致.$\boldsymbol{F}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的关系为瞬时关系，即当合外力撤去或变为零时，加速度也就立即消失.

在直角坐标系中，它在 Ox、Oy、Oz 三个方向上的分量为

$$F_x=m\frac{dv_x}{dt}=ma_x \tag{1-15a}$$

$$F_y=m\frac{dv_y}{dt}=ma_y \tag{1-15b}$$

$$F_y=m\frac{dv_z}{dt}=ma_z \tag{1-15c}$$

在自然坐标系中，它在切线和法线方向的分量为

$$F_t=ma_t=m\frac{dv}{dt} \tag{1-16a}$$

$$F_n = ma_n = m\frac{v^2}{\rho} \tag{1-16b}$$

第三定律：

$$\boldsymbol{F}_{12} = -\boldsymbol{F}_{21} \tag{1-17}$$

必须明确：牛顿运动定律只适用于惯性参考系中的质点或可视为质点的物体，且研究对象的质量不会随着运动而明显变化.

（五）力学中常见的几种力

1. 万有引力（含重力）

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{1-18}$$

2. 弹性力

（1）压力：物体间相互挤压而引起的弹性力，方向垂直于接触面.

（2）张力：绳子两端受力作用而被拉紧后，由于发生拉伸形变所引起的绳中张力.

（3）弹簧的弹力：弹簧被拉伸或压缩时产生的弹性力.

$$F = -kx \tag{1-19}$$

3. 摩擦力：包括动摩擦力和静摩擦力

$$\left.\begin{aligned} F_f &= \mu F_N \\ F_{f,\max} &= \mu_0 F_N \end{aligned}\right\} \tag{1-20}$$

（六）应用牛顿运动定律的解题思路

力学中常见的动力学问题一般有两类：①已知物体的运动情况，求所受的力；②已知作用于物体上的力，求运动情况.在第二类问题中，已知的作用力可能是恒力，也可能是变力，如是变力，应利用微积分知识解题.

由于牛顿运动定律只适用于质点，若涉及两个或两个以上质点的运动时，应采用“隔离体法”对各个物体进行受力分析，而后分别运用牛顿运动定律列方程.在用“隔离体法”解题时，大致可按下列步骤进行：

（1）依据题意选取一个或几个物体作为研究对象；

（2）选定可看作惯性系的参考系，并建立合适的坐标系；

（3）用“隔离体法”分析各物体的受力情况，画受力图，并标示出物体的运动情况；

（4）按牛顿第二定律列出质点运动方程（矢量式），或写出它沿各坐标轴的分量式；

（5）解出所需结果，必要时对所求结果进行讨论.

例 1-9

质量为 m 的雨滴下降时，因受空气阻力，在落地前已是匀速运动，其速率为 $v_0=5.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.设空气阻力大小与雨滴速率的平方成正比，问：当雨滴下降速率为 $v=4.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 时，其加速度 a 为多大？

分析：雨滴受重力 $\boldsymbol{P}$ 和空气阻力 $\boldsymbol{F}_\mathrm{f}$ 共同作用，其合力是一变力，因此，雨滴作变加速运动，可用牛顿运动定律列方程.但是，随着雨滴速度加大，空气阻力也不断增大，当其大小和重力大小相等时，雨滴开始作匀速运动.

解答：选雨滴为研究对象，取竖直向下为坐标轴正向，它受重力 $P=mg$ 和空气阻力 $F_\mathrm{f}=-kv^2$，画出其受力分析图，如图 1-4 所示.

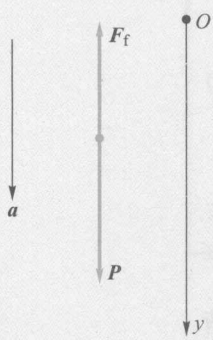

图 1-4

当雨滴作变加速运动时，应用牛顿运动定律列方程

$$mg-kv^2=ma \quad ①$$

当雨滴作匀速运动时，有

$$mg=kv_0^2 \quad ②$$

由式②可得

$$k=mg/v_0^2 \quad ③$$

由式①可得

$$a=(mg-kv^2)/m \quad ④$$

将式③代入式④，得

$$a=g[1-(v/v_0)^2]$$

当 $v=4.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 时，雨滴的加速度

$$a=9.8[1-(4/5)^2]\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}\approx 3.53\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

例 1-10

已知一质量为 m 的质点在 x 轴上运动，质点只受到指向原点的引力的作用，引力大小与质点离原点的距离 x 的平方成反比，即 $F=-k/x^2$，k 为比例常量.设质点在 $x=A$ 时的速度为零，求质点在 $x=A/4$ 处的速度的大小.

分析：这是变力作用下的动力学问题，因此，其作变加速运动，可应用牛顿运动定律列方程.虽然物体的动力学方程比较简单，但是，由于变力是位置的函数，要从它计算出物体的速度就比较困难，通常需要采用积分的方法去解方程.

解答：根据牛顿第二定律

$$F=-\frac{k}{x^2}=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

利用变量代换，得

$$-\frac{k}{x^2}=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

再分离变量，有

$$v\mathrm{d}v=-k\frac{\mathrm{d}x}{mx^2}$$

对上式积分，并代入始、末条件，有

$$\int_0^v v\mathrm{d}v=-\int_A^{A/4}\frac{k}{mx^2}\mathrm{d}x$$

解得

$$\frac{1}{2}v^2=\frac{k}{m}\left(\frac{4}{A}-\frac{1}{A}\right)=\frac{3}{mA}k$$

所以

$$v=\sqrt{6k/(mA)}$$

注意：物体受的变力可以是速度的函数，也可以是位置的函数，或者是时间的函数.通常在列出动力学方程后，需要采用积分的方法去解方程.这也是解题过程中的难点，解题时特别需要注意积分变量的统一和初始条件的确定.

例 1-11

在光滑的水平面上设置一竖直的圆筒，半径为 R，一小球紧靠圆筒内壁运动，如图 1-5 所示，摩擦因数为 μ.在 $t=0$ 时，球的速率为 v_0，求任意 t 时刻小球的速率和运动路程.

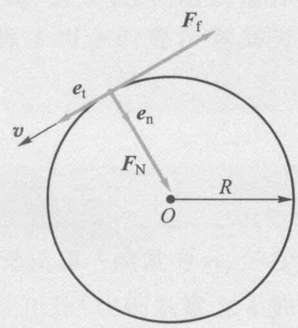

图 1-5

分析：由于运动学和动力学之间的联系是以加速度为桥梁的，因此可先分析动力学问题.小球作圆周运动的过程中，使其运动状态发生变化的是圆桶内壁对小球的正压力 $\boldsymbol{F}_N$ 和小球与桶之间的摩擦力 $\boldsymbol{F}_f$，通过牛顿运动定律，可把它们与小球运动的切向和法向加速度联系起来，再用运动学的积分关系即可求出速率和运动路程.

解答：选小球为研究对象，画其水平面上受力分析图，建立自然坐标系，如图 1-5 所示，应用牛顿运动定律列方程.

法向：

$$F_N=m\frac{v^2}{R}$$

切向：

$$-F_f=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

因 $F_f=\mu F_N$，所以有

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\mu\frac{v^2}{R}$$

对上式分离变量后积分，并代入始、末条件，有

$$-\int_{v_0}^{v}\frac{1}{v^2}\mathrm{d}v=\int_0^t\frac{\mu}{R}\mathrm{d}t$$

解得

$$v=\frac{v_0R}{R+v_0\mu t}$$

利用 $v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，求得在时间 t 内小球经过的路程为

$$s=\int_0^t v\mathrm{d}t=v_0R\int_0^t\frac{\mathrm{d}t}{R+v_0\mu t}=\frac{R}{\mu}\ln\left(1+\frac{v_0\mu t}{R}\right)$$