

高 教 版

● 严格依据最新考研
管理类联考大纲编写

MBA、MPA、MPAcc 管理类联考 综合能力考试参考书

▲ 适用专业：MBA · MPA · MPAcc · 旅游管理 · 图书情报 · 工程管理 · 审计
金融 · 应用统计 · 税务 · 国际商务 · 保险 · 资产评估

全国管理类联考大纲配套教材专家委员会

高等教育出版社

高 教 版

●严格依据最新考研
管理类联考大纲编写

MBA、MPA、MPAcc 管理类联考 综合能力考试参考书

▲ 适用专业：MBA · MPA · MPAcc · 旅游管理 · 图书情报 · 工程管理 · 审计
金融 · 应用统计 · 税务 · 国际商务 · 保险 · 资产评估

全国管理类联考大纲配套教材专家委员会

MBA、MPA、MPAcc GUANLILEI LIANKAO ZONGHE NENGLI KAOSHI CANKAOSHU

高等教育出版社·北京

内容提要

《MBA、MPA、MPAcc 管理类联考综合能力考试参考书》紧扣管理类联考综合能力考试大纲,并结合各位作者十多年考前辅导经验以及长期潜心研究的心得编写而成。《MBA、MPA、MPAcc 管理类联考综合能力考试参考书》包含数学、逻辑、写作三个部分,每部分都将知识点的讲解与历年真题完美结合,使考生在掌握相关概念、理论和方法的同时,熟悉命题规律、掌握解题思路、提升应试能力。

图书在版编目(CIP)数据

MBA、MPA、MPAcc 管理类联考综合能力考试参考书/
全国管理类联考大纲配套教材专家委员会编.--北京:
高等教育出版社,2016.4
ISBN 978-7-04-045137-5

I. ①M… II. ①全… III. ①研究生-入学考试-自
学参考资料 IV. ①G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 069985 号

策划编辑 张耀明
责任编辑 张耀明
责任校对 陈旭颖

封面设计 王 洋
版式设计 范晓红

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	高教社(天津)印务有限公司		http://www.hepmall.com
开 本	787mm×1092mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	16.25	版 次	2016 年 4 月第 1 版
字 数	420 千字	印 次	2016 年 4 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	32.00 元
咨询电话	400-810-0598		

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 45137-00

本书紧扣管理联考综合能力考试大纲,并结合各位作者十多年考前辅导经验以及长期潜心研究的心得编写而成。各部分内容及特色如下:

数学部分

考虑到该部分读者的广泛性,我们把起点放得比较低,力求讲解细致,通俗易懂。本书在引入概念时注意和读者熟悉的知识相关联,对定理的叙述和例题的讲解秉持“易读性”和“探索性”的双重原则,使之更适合读者接受知识由浅入深的自然过程。

本部分内容覆盖了大纲基本要求和历年考题的核心内容,并对许多重点的数学思维和数学方法做了更细致的阐述;且每章都配备有不同难度层次的习题,以利于进一步加深读者对数学思维和数学方法的掌握。

逻辑部分

本书逻辑部分透过对历年真题的归纳总结,根据历年来考试大纲的说明,对综合能力逻辑试题的考点做了详细而又准确的分析,并在此基础上讲解和考点有关的逻辑知识和解题方法,然后透过历年真题做针对性的解析与类型化训练,重点突破,以期达到得高分的目的。这里要特别说明真题的价值,其一,它能真正体现命题人的命题思路和逻辑考点;其二,它一定会以原有面貌或改换面貌重新出现。考生只要把历年真题都做一遍,就能掌握其中的方法和解题思路,逻辑考试就能得高分。

写作部分

该部分秉承“准确、高效”的原则,通过着力强化、提升考生的分析、论证能力,来达到提升应试水平和得分能力的最终目的。

对于论证有效性分析,本部分提供了一套简单易行的应对策略。由作者独创的“图表”型、填空式分析写作法,根据过去十多年、几十万考生的应试经验验证,确实可以行之有效地帮助各位考生快速提高读题、找错、析错、成文的能力,最终获得比较满意的成绩。

另外,需要特别强调的是,针对历年真题,本书给考生提供了经过许多专家共同讨论、精心修改的经典范文,供考生研究、学习和临摹。我们认为,临摹范文是论证有效性分析复习阶段必不可少的环节,因为根据我们多年的教学经验和很多考生的备考经验,范文是最好的老师。

对于论说文,本书概括和分析了联考论说文几种最有可能考试的文体及其相应的应对规则和写作技巧,并在作者多年的分析、研究基础上破解了管理类硕士论说文考试考题的共同特征和常考主题。此外,本书还特意为各位考生制定了简单易行的备考方案,且在审题立意、写作模块、文章结构、语言表达、开篇模式和论据准备等方面为这些考生提供了切实有效的锐利武器。

我们还将管理类联考大纲和考研英语(二)大纲的最新修订说明和真题权威解析放在《管理类联考综合能力考试大纲解析》和《考研英语(二)考试大纲解析》中,请广大考生关注!

最后,预祝广大考生取得理想的成绩!

第一部分 数学基础

第一章 算术	3	五、不等式	55
一、整数	3	六、数列、等差数列、等比数列	60
二、分数、小数、百分数	8	第三章 几何	68
三、比与比例	13	一、平面几何	68
四、数轴与绝对值	20	二、空间几何体	76
第二章 代数	29	三、平面解析几何	78
一、整式	29	第四章 数据分析	85
二、分式及其运算	36	一、计数原理	85
三、函数	41	二、数据描述	87
四、代数方程	50	三、概率	90

第二部分 逻辑推理

一、考试要求	95	考点精讲与类型化训练	146
二、考试内容	95	一、归纳、统计、类比推理的基础	
第一章 演绎推理部分考点分析		知识	146
与真题类型化训练	97	二、归纳、统计、类比推理的相关	
一、概念界定与概念间的关系	97	谬误	152
二、性质命题及其推理	102	三、真题精讲	154
三、模态命题及其推理	108	第三章 论证评价能力考点精讲	
四、三段论	111	与类型化训练	159
五、联言命题、选言命题的性质及		一、理论基础知识	159
推理	116	二、评价论证一：假设	161
六、充分条件、必要条件假言命题	122	三、评价论证二：支持	165
七、逻辑规律	134	四、评价论证三：削弱	171
八、关系命题与数学相关	141	五、评价论证四：评价论证与论证	
九、排列组合	142	方法	176
第二章 语言理解与归纳推理部分		六、评价论证五：解释	183

第三部分 写作

上篇 论证有效性分析	189	三、找错析错	197
第一章 应试基础	189	四、应试误区	202
一、大纲解读	189	五、写作技巧	203
二、推理图解	192	第二章 真题范文精选	207

下篇 论说文	214	一、审题概论	224
第一章 应试基础	214	二、横向审题	224
一、考试大纲	214	三、纵向审题	226
二、真题精选	214	四、审题精练	236
三、题型总结	219	第三章 文体技法	248
四、主题归纳	222	一、文体简介	248
五、评分标准	223	二、写作模块	249
第二章 审题立意	224		

第一部分

数学基础

一、整 数

(一) 必备知识点

1. 整数及其运算

整数:像 $-2, -1, 0, 1, 2$ 这样的数称为**整数**. (整数是表示物体个数的数, 0 表示有 0 个物体.) 整数是人类能够掌握的最基本的数学工具. 在整数中, 自然数是 0 和正整数的统称, 我们称 $-1, -2, -3, \dots$ 为负整数. 正整数、零与负整数构成整数.

我们以 0 为界限, 将整数分为三大类:

- (1) 正整数, 即大于 0 的整数, 如 $1, 2, 3, \dots, n$;
- (2) 0 既不是正整数, 也不是负整数;
- (3) 负整数, 即小于 0 的整数, 如 $-1, -2, -3, \dots, -n$.

下表给出任何整数 a, b 和 c 的加法和乘法的基本性质.

性质	加 法	乘 法
封闭性	$a+b$ 是整数	$a \times b$ 是整数
结合律	$a+(b+c)=(a+b)+c$ 是整数	$a \times (b \times c)=(a \times b) \times c$ 是整数
交换律	$a+b=b+a$	$a \times b=b \times a$
存在单位元	$a+0=a$	$a \times 1=a$
存在逆元	$a+(-a)=0$	在整数集中, 只有 1 或 -1 关于乘法存在整数逆元
分配律	$a \times (b+c)=a \times b+a \times c$	

2. 整数的整除性

定义:设 a, b 是给定的整数, $b \neq 0$, 若存在整数 c , 使得 $a=bc$, 则称 b **整除** a , 记作 $b|a$, 并称 b 是 a 的一个**约数**(因子), 称 a 是 b 的一个**倍数**, 如果不存在上述 c , 则称 b **不能整除** a .

关于整数的整除有如下性质:

- (1) 若一个整数的末位数字能被 2 (或 5) 整除, 则这个数能被 2 (或 5) 整除, 否则不能;
- (2) 一个整数的数码之和能被 3 (或 9) 整除, 则这个数能被 3 (或 9) 整除, 否则不能;
- (3) 若一个整数的末两位数字能被 4 (或 25) 整除, 则这个数能被 4 (或 25) 整除, 否则不能;
- (4) 若一个整数的末三位数字能被 8 (或 125) 整除, 则这个数能被 8 (或 125) 整除, 否则不能;
- (5) 若一个整数的奇位上的数码之和与偶位上的数码之和的差是 11 的倍数, 则这个数能被 11 整除, 否则不能.

公倍数指在两个或两个以上的自然数中, 如果它们有相同的倍数, 这些倍数就是它们的公倍数. 这些公倍数中最小的, 称为这些整数的**最小公倍数**.

比如说: 12 和 15 , 它们的公倍数是 $60, 120, 180, \dots$, 在这些公倍数中最小的那一个就叫最小

公倍数,就是 60.

公约数,亦称“公因数”.它是几个整数同时均能整除的整数.如果一个整数同时是几个整数的约数,称这个整数为它们的“公约数”;公约数中最大的称为**最大公约数**.

对任意的若干个正整数,1 总是它们的公约数.

常用的求最大公约数的方法是分解质因数法和短除法.

分解质因数法,把每个数分别分解质因数,再把各个数中的全部公有质因数提取出来连乘,所得的积就是这几个数的最大公约数.例如,求 24 和 60 的最大公约数. $24=2\times 2\times 2\times 3$, $60=2\times 2\times 3\times 5$,24 与 60 的全部公有的质因数是 2,2 和 3,它们的积是 $2\times 2\times 3=12$,所以 $(24,60)=12$.

短除法,先用这几个数的公约数连续去除,一直除到所有的商互质为止,然后把所有的除数连乘起来,所得的积就是这几个数的最大公约数.例如,求 24,48,60 的最大公约数.

$$(24,48,60)=2\times 3\times 2=12.$$

常用的求最小公倍数的方法是分解质因数法和短除法.

分解质因数法,首先把这几个数先分别分解质因数,再把各数中的全部公有的质因数和独有的质因数提取出来连乘,所得的积就是这几个数的最小公倍数.例如求 6 和 15 的最小公倍数. $6=2\times 3$, $15=3\times 5$,6 和 15 的全部公有的质因数是 3,6 独有质因数是 2,15 独有质因数是 5, $2\times 3\times 5=30$,30 里面包含 6 的全部质因数 2 和 3,还包含了 15 的全部质因数 3 和 5,且 30 是 6 和 15 的公倍数中最小的一个,所以 $[6,15]=30$.

短除法,先用这几个数的公约数去除每一个数,再用部分数的公约数去除,并把不能整除的数移下来,一直除到所得的商中每两个数都是互质数为止,然后把所有的除数和商连乘起来,所得的积就是这几个数的最小公倍数.例如求 12,15,18 的最小公倍数.

$$[12,15,18]=3\times 2\times 2\times 5\times 3=180.$$

在解有关最大公约数、最小公倍数的问题时,常用到以下结论:

(1) 如果两个数是互质数,那么它们的最大公约数是 1,最小公倍数是这两个数的乘积.

例如 8 与 9,它们是互质数,所以 $(8,9)=1$, $[8,9]=72$.

(2) 如果两个数中,较大数是较小数的倍数,那么较小数就是这两个数的最大公约数,较大数就是这两个数的最小公倍数.

例如 18 与 3, $18\div 3=6$,所以 $(18,3)=3$, $[18,3]=18$.

(3) 两个数分别除以它们的最大公约数,所得的商是互质数.

例如 8 和 14 分别除以它们的最大公约数 2,所得的商分别为 4 和 7,那么 4 和 7 是互质数.

(4) 两个数的最大公约数与它们的最小公倍数的乘积等于这两个数的乘积.

例如 12 和 16, $(12,16)=4$, $[12,16]=48$,有 $4\times 48=12\times 16$.

利用短除法求最大公约数和最小公倍数的如下:

$ \begin{array}{r rr} 2 & 12 & 18 \\ 3 & 6 & 9 \\ & 2 & 3 \end{array} $ 最大公约数 $2\times 3=6$	$ \begin{array}{r rrr} 2 & 12 & 30 & 50 \\ 3 & 6 & 15 & 25 \\ 5 & 2 & 5 & 25 \\ & 2 & 1 & 5 \end{array} $ 最小公倍数 $2\times 3\times 5\times 2\times 1\times 5=300$
---	--

3. 奇数、偶数

整数中,能被 2 整除的数是偶数,不能被 2 整除的数是奇数,偶数可用 $2k$ 表示,奇数可用 $2k+1$ 表示,这里 k 是整数.

奇数可以分为

正奇数:1,3,5,7,9,...

负奇数:-1,-3,-5,-7,-9,...

偶数可以分为

0

正偶数:2,4,6,8,10,...

负偶数:-2,-4,-6,-8,-10,...

关于奇数和偶数,有下面的性质:

(1) 两个连续整数中必有一个奇数和一个偶数.

(2) 奇数跟奇数的和是偶数;偶数跟奇数的和是奇数;任意多个偶数的和是偶数. 奇偶性相同的两数之和为偶数;奇偶性不同的两数之和为奇数.

(3) 两个奇(偶)数的差是偶数;一个偶数与一个奇数的差是奇数.

(4) 若 a, b 为整数,则 $a+b$ 与 $a-b$ 有相同的奇偶性,即 $a+b$ 与 $a-b$ 同为奇数或同为偶数.

(5) n 个奇数的乘积是奇数, n 个偶数的乘积是偶数;算式中有一个是偶数,则乘积是偶数,即 $n \times$ 偶数=偶数.

(6) 奇数的个位是 1,3,5,7,9;偶数的个位是 0,2,4,6,8.(0 是个特殊的偶数.2002 年国际数学协会规定,零为偶数.我国 2004 年也规定零为偶数.小学规定 0 为最小的偶数,但是在初中学习了负数,出现了负偶数时,0 就不是最小的偶数了.)

(7) 奇数的平方除以 8 余 1.

(8) 任意两个奇数的平方差是 8 的倍数.

(9) 每个奇数与 2 的商都余 1.

(10) 著名数学家毕达哥拉斯发现了有趣的奇数现象:将奇数连续相加,每次的得数正好是平方数.这体现在奇数和平方数之间有着密切的重要联系.如:

$$1+3=2^2,$$

$$1+3+5=3^2,$$

$$1+3+5+7=4^2,$$

$$1+3+5+7+9=5^2,$$

$$1+3+5+7+9+11=6^2,$$

$$1+3+5+7+9+11+13=7^2,$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15=8^2,$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17=9^2,$$

...

4. 质数、合数

质数又称素数.指在一个大于 1 的自然数中,除了 1 和此整数自身外,没法被其他自然数整除的数.换句话说,只有两个正因数(1 和自己)的自然数即为素数.比 1 大但不是素数的数称为合数.1 和 0 既非素数也非合数.合数是由若干个质数相乘而得到的.所以,质数是合数的基础,没有质数就没有合数.100 以内的质数有 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,

59,61,67,71,73,79,83,89,97.

(二) 考点精析与技巧点拨

1. 算术平均值

设 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 称

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

为这 n 个数的算术平均值, 简记为 $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$.

2. 几何平均值

设 n 个正数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 称

$$x_g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$$

为这 n 个正数的几何平均值, 简记为 $x_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$, 且有

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}.$$

而且当且仅当 $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ 时, 等号成立.

3. 短除法

$$\begin{array}{r|l} Q_1 & m \quad n \\ \hline Q_2 & m_1 \quad n_1 \\ & \vdots \quad \vdots \\ Q_p & m_{p-1} \quad n_{p-1} \\ & m_p \quad n_p \end{array}$$

其中 $(m_p, n_p) = 1$, 则

最大公约数为

$$(m, n) = Q_1 Q_2 \dots Q_p,$$

最小公倍数为

$$[m, n] = Q_1 Q_2 \dots Q_p m_p n_p.$$

(三) 典型例题

1. (2012 年 1 月) 甲、乙、丙三个地区的公务员参加一次测评, 其人数和考分情况如下表:

地区 \ 分数 \ 人数	分数			
	6	7	8	9
甲	10	10	10	10
乙	15	15	10	20
丙	10	10	15	15

三个地区按平均分由高到低的排名顺序为

(A) 乙、丙、甲

(B) 乙、甲、丙

(C) 甲、丙、乙

(D) 丙、甲、乙

(E) 丙、乙、甲

$$\text{解: 甲地区平均分} = \frac{6 \times 10 + 7 \times 10 + 8 \times 10 + 9 \times 10}{40} = 7.5,$$

$$\text{乙地区平均分} = \frac{6 \times 15 + 7 \times 15 + 8 \times 10 + 9 \times 20}{60} = 7.58,$$

$$\text{丙地区平均分} = \frac{6 \times 10 + 7 \times 10 + 8 \times 15 + 9 \times 15}{50} = 7.7,$$

选(E).

【评析】 考查的知识点为平均值问题, 应注意运算准确.

2. (2012年1月) 某单位春季植树 100 棵, 前 2 天安排乙组植树, 其余任务由甲、乙两组用 3 天完成, 已知甲组每天比乙组多植树 4 棵, 则甲组每天植树

- (A) 11 棵 (B) 12 棵 (C) 13 棵 (D) 15 棵
(E) 17 棵

解: 由题意可知乙组植树 5 天, 甲组植树 3 天, 相当于乙组植树 $5+3$ 天再加上 $3 \times 4 = 12$ 棵, 故乙组每天植树为 $\frac{100-12}{8} = 11$ 棵, 甲组每天植树为 $11+4 = 15$ 棵.

【评析】 此题考查的知识点为整数的四则运算及其应用, 本题也可以利用二元一次方程组求解.

以下题目为条件充分性判断. 阅读条件(1)和(2)后选择:

- (A) 条件(1)充分, 但条件(2)不充分
(B) 条件(2)充分, 但条件(1)不充分
(C) 条件(1)和条件(2)单独都不充分, 但条件(1)和条件(2)联合起来充分
(D) 条件(1)充分, 条件(2)也充分
(E) 条件(1)和条件(2)单独都不充分, 条件(1)和条件(2)联合起来也不充分

3. (2012年1月) 已知 m, n 是正整数, 则 m 是偶数.

- (1) $3m+2n$ 是偶数; (2) $3m^2+2n^2$ 是偶数.

解: 由条件(1)可知 $3m+2n$ 是偶数, 故 $3m$ 是偶数, 即 m 是偶数.

由条件(2)可知 $3m^2+2n^2$ 是偶数, 故 $3m^2$ 是偶数, 即 m 是偶数.

选(D) 条件(1)充分, 条件(2)也充分.

【评析】 考查奇偶数的定义及性质.

(四) 练习题

1. 当 x 分别取值 $\frac{1}{2012}, \frac{1}{2011}, \frac{1}{2010}, \dots, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots, 2010, 2011, 2012$ 时, 计算代数式

$\frac{1-x^2}{1+x^2}$ 的值, 将所得的结果相加, 其和等于

- (A) -1 (B) 1 (C) 0 (D) 2012
(E) 以上答案均不正确

2. 若 m 是一个大于 2 的正整数, 则 m^3-m 一定有约数

- (A) 7 (B) 6 (C) 8 (D) 4
(E) 5

3. (条件充分性判断) $4x^2+7xy-2y^2$ 是 9 的倍数.

- (1) x, y 是整数; (2) $4x-y$ 是 3 的倍数.

4. A, B, C 为三个不相同的小于 20 的质数, 已知 $3A + 2B + C = 20$, 则 $A + B + C =$

- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15
(E) 16

5. 若 n 为任意自然数, 则 $n^2 + n$ 一定

- (A) 为偶数 (B) 为奇数
(C) 与 n 的奇偶性相同 (D) 与 n 的奇偶性不同
(E) 无法判定 $n^2 + n$ 的奇偶性

6. 已知 a, b, c 三个正整数, 且 $a > b > c$, 若 a, b, c 的算数平均值为 $\frac{14}{3}$, 几何平均值为 4, 且 b, c 之积恰为 a , 则 a, b, c 的值依次为

- (A) 6, 5, 3 (B) 12, 6, 2 (C) 4, 2, 8 (D) 8, 2, 4
(E) 8, 4, 2

(五) 练习题解析

1. 解: 因为 $\frac{1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2} + \frac{1 - n^2}{1 + n^2} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} + \frac{1 - n^2}{1 + n^2} = 0$.

即当 x 分别取 $\frac{1}{n}$ 和 n (n 为正整数) 时, 计算所得值的和为 0;

而当 $x = 1$ 时, $\frac{1 - 1^2}{1 + 1^2} = 0$, 因此, 当 x 分别取值 $\frac{1}{2012}, \frac{1}{2011}, \frac{1}{2010}, \dots, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots, 2010, 2011, 2012$ 时, 计算所得各值的和为 0. 选(C).

2. 解: $m^3 - m = (m - 1)m(m + 1)$, 该式是由三个连续的自然数相乘而得, 故一定有约数 $3! = 6$ 个. 选(B).

3. 解: $4x^2 + 7xy - 2y^2 = (4x - y)(x + 2y)$. 单独条件(1)和条件(2)显然不成立, 则考虑二者联合的情况. 根据条件(2), 假设 $4x - y = 3k$ (k 为整数), 则 $y = 4x - 3k$, 从而 $x + 2y = x + 2(4x - 3k) = 9x - 6k$ 为 3 的倍数, 所以 $(4x - y)(x + 2y) = 3k(9x - 6k)$ 为 9 的倍数. 选(C).

4. 解: A, B, C 为三个不相同的小于 20 的质数, 已知 $3A + 2B + C = 20$, 则 $A = 3, B = 2, C = 7, A + B + C = 12$. 选(A).

5. 解: $n^2 + n = n(n + 1)$ 为连续的自然数, 连续的两个自然数必为一奇一偶, 奇数和偶数相乘结果必为偶数. 选(A).

6. 解: $\frac{a + b + c}{3} = \frac{14}{3}, \sqrt[3]{abc} = 4, bc = a \Rightarrow a = 8, b = 4, c = 2$. 选(E).

二、分数、小数、百分数

(一) 必备知识点

1. 分数

把单位“1”平均分成若干份, 表示这样的一份或几份的数叫做分数. 分母表示把一个物体平均分成几份, 分子是表示这样几份的数. 分子在上分母在下, 也可以把它当做除法来看, 用分子除以分

母(因0不能做除数,所以分母不能为0.分数中间的一条横线叫做分数线,分数线上面的数叫做分子,分数线下面的数叫做分母.读作几分之几.

分数可以表述成一个除法算式.如二分之一等于1除以2.其中,1(分子)为被除数,—(分数线)为除号,2(分母)为除数,而0.5这个分数值则为商.

分数还可以表述为一个比,例如:二分之一等于1:2,其中1(分子)为前项,—(分数线)为比号,2(分母)为后项,而0.5分数值则为比值.

分数的基本性质:分数的分子和分母都乘以或都除以同一个不为零的数,所得到的分数与原分数的大小相等.因此,每一个分数都有无限个与其相等的分数.利用此性质,可进行约分与通分.

分数还有一个有趣的性质:一个分数不是有限小数,就是无限循环小数,像 π 等这样的无限不循环小数,是不可能用分数代替的.

2. 小数

小数由整数部分、小数部分和小数点组成.当测量物体时往往得到的不是整数的数,古人就发明了小数来补充整数.小数是十进制分数的一种特殊表现形式.分母是10,100,1 000,⋯的分数可以用小数表示.所有分数都可以表示成小数,小数中除无限不循环小数外都可以表示成分数.无理数为无限不循环小数.

整数部分是零的小数叫做纯小数,整数部分不是零的小数叫做带小数.例如0.3是纯小数,3.1是带小数.

小数末尾添上0或去掉0,小数的大小不变,但计数单位变了.而且,小数点向左移动一位、两位、三位,原来的数就缩小10倍、100倍、1 000倍,小数点向右移动一位、两位、三位,原来的数就扩大10倍、100倍、1 000倍.

一个循环小数的小数部分,依次不断重复出现的数字叫做这个循环小数的循环节.

例如:0.33⋯循环节是“3”.

例如:2.142 42⋯循环节是“42”.

纯循环小数:循环节从小数部分第一位开始的.(例如:0.666⋯)

混循环小数:循环节不是从小数部分第一位开始的.(例如:0.566⋯)

写循环小数时,为了简便,小数的循环部分只写出第一个循环节.如果循环节只有一个数字,就在这个数字上加一个圆点,如果循环节有一个以上的数字,就在这个循环节的首位和末位的数字上各加一个圆点.

3. 百分数

百分数是表示一个数是另一个数的百分之几的数,也叫百分率或百分比.百分数通常不写成分数的形式,而采用符号“%”(百分号)来表示.百分数在工农业生产、科学技术、各种实验中有着十分广泛的应用,特别是在进行调查统计、分析比较时,经常要用到百分数.

(1) 百分数一般有三种情况

① 100%以上,如:增长率、增产率等.

② 100%以下,如:出油率、出粉率等.

③ 刚好100%,如:正确率,合格率,发芽率等.

百分比虽以100为分母,但分子可以大于100,如200%即代表原本数字的2倍.例如,一间公司去年纯利100万元,今年的纯利为120万元,则可以表示成“今年的纯利比去年增加20%”,亦可写成“今年的纯利是去年的120%”,但后一种写法较少使用.百分比有时可能造成误会,不少人认为一个百分比的上升会被相同下降的百分比所抵消,例如从100增加50%,等于100+

50, 即 150. 而从 150 下降 50% 则是 $150 - 75$, 等于 75. 最终结果是小于原本的数字 100. 百分数的分子还可以是小数.

一年级有学生 100 人, 其中女同学有 47 人, 女同学即占全年级人数的百分之四十七, 写作 47%. 又如, 二年级有学生 200 人, 其中女同学有 100 人, 女同学即占全年级人数的百分之五十. 在这两个例子中, 两个年级的人数都是“标准量”, 而女同学的人数为“比较量”. 在百分数应用题的教学中要抓住“比较量 $\div$ 标准量 = 百分率(百分数)”这一数量关系式进行分析.

(2) 百分数与分数的区别

① 意义不同, 百分数只表示两个数的倍比关系, 不能带单位名称; 分数既可以表示具体的数, 又可以表示两个数的关系, 表示具体数时可带单位名称.

例子: 能说 $7/10$ 米, 不能说 70% 米.

② 百分数的分子可以是整数, 也可以是小数; 而分数的分子不能是小数只是除 0 以外的自然数; 百分数不可以约分, 而分数一般通过约分化成最简分数.

例子: 能说 42.6%, 不能说 $42.6/100$; 42% 不能约分, $42/100$ 可约分为 $21/50$.

③ 任何一个百分数都可以写成分母是 100 的分数, 而分母是 100 的分数并不都具有百分数的意义.

例子: $61\% = 61/100$, 但 $61/100$ 没有 61% 的意义.

④ 应用范围的不同, 百分数在生产和生活中, 常用于调查、统计、分析和比较, 而分数常常在计算、测量中得不到整数结果时使用.

(3) 百分数与百分点

1 个百分点等于 0.01. 百分数是用一百做分母的分数, 在数学中用“%”来表示, 在文章中一般都写作“百分之多少”. 百分数与倍数不同, 它既可以表示数量的增加, 也可以表示数量的减少. 运用百分数时, 也要注意概念的精确. 如“比过去增长 20%”, 即过去为 100, 现在是“120”; “比过去降低 20%”, 即过去是 100, 现在是“80”; “降低到原来的 20%”, 即原来是 100, 现在是“20”. 运用百分数时, 还要注意有些数最多只能达到 100%, 如产品合格率, 种子发芽率等; 有些百分数只能小于 100%, 如粮食出粉率等; 有些百分数却可以超过 100%, 如产品产量计划完成情况等.

百分点是指不同时期以百分数形式表示的相对指标(如: 速度、指数、构成等)的变动幅度. 例如: 我国国内生产总值中, 第一产业占的比重由 1992 年的 20.8% 下降到 1993 年的 18.2%.

从上述资料中, 我们可以说: 国内生产总值中, 第一产业占的比重, 1993 年比 1992 年下降 2.6 个百分点($20.8 - 18.2 = 2.6$); 但不能说下降 2.6%.

4. 分数、小数与百分数相互转化

(1) 分数化小数

最简分数化小数是先看分母的素因数有哪些, 如果只有 2 和 5, 那么就能化成有限小数, 如果不是, 就不能化成有限小数. 不是最简分数的一定要约分方可判断.

(2) 小数化分数

有限小数化分数. 例: $0.45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$.

如是纯循环小数, 循环节有几位, 分母就有几个 9. 例: $0.3(3 \text{ 循环}) = 3/9 = 1/3$.

如是混循环小数, 循环节有几位, 分母就有几个 9; 不循环的数字有几位, 9 后面就有几个 0, 分子是第二个循环节以前的小数部分组成的数与小数部分中不循环部分组成的数的差. 例: $0.12(2 \text{ 循环}) = (12 - 1)/90 = 11/90$.

注 最后一定要约分.

分数可以分成:真分数,假分数,带分数.

真分数的值小于 1. 分子比分母小. 例: $1/3$.

假分数的值大于 1, 或者等于 1. 分子比分母大或相等(假分数包括带分数). 例: $5/3, 7/7, 11/10$.

带分数的值大于 1. 例: $1\frac{7}{9}, 4\frac{1}{6}$.

注 ① 分母不能为 0, 否则无意义, 分子可以等于 0, 相当于 0 除以任何一个数, 不论分母是多少, 答案都是 0.

② 分数中的分子或分母经过约分后不能出现无理数(如 2 的平方根), 否则就不是分数.

③ 一个最简分数的分母中只有 2 和 5 两个质因数就能化成有限小数; 如果最简分数的分母中只含有 2 和 5 以外的质因数那么就能化成纯循环小数; 如果最简分数的分母中既含有 2 或 5 两个质因数也含有 2 和 5 以外的质因数那么就能化成混循环小数.(注: 如果不是一个最简分数就要先化成最简分数再判断; 分母是 2 或 5 的最简分数一定能化成有限小数, 分母是其他质数的最简分数一定能化成纯循环小数).

(3) 小数化百分数

用小数乘以 100, 然后添上百分号. 如, 0.756, 化成百分数是 75.6%.

(4) 百分数化小数

就是用分母是 100 的分数化成小数, 或去掉百分号, 除以 100.

(二) 考点精析与技巧点拨

1. 化循环小数为分数

纯循环小数: 一个循环节作分子, 分母是与一个循环节数字个数相同的 9.

如 $0.217\ 217\cdots = 0.\dot{2}1\dot{7} = \frac{217}{999}$ ———— 循环节
————— 与循环节数字个数相同的 9

混合循环小数: 分子是第二个循环节前, 小数点后的数减去小数点后不循环的部分, 分母是和—个循环节数字个数相同的 9, 后面加与小数点后不循环数字个数相同的 0.

如 $0.235\ 353\ 5\cdots = 0.2\dot{3}5 = \frac{235-2}{990} = \frac{233}{990}$.

2. 几个重要关系

原值 a 增长了 $p\%$, 现值为 $a(1+p\%)$.

原值 a 下降了 $p\%$, 现值为 $a(1-p\%)$.

甲比乙大 $p\% \Leftrightarrow \frac{\text{甲}-\text{乙}}{\text{乙}} = p\% \Leftrightarrow \text{甲} = \text{乙} \times (1+p\%)$.

甲是乙的 $p\% \Leftrightarrow \text{甲} = \text{乙} \times p\%$.

注 甲比乙大 $p\%$ 不等于乙比甲小 $p\%$.

先减小 $p\%$, 再增加 $p\%$ 并不能等于原值.

(三) 典型例题

1. (2012 年 1 月) 某商品的定价为 200 元, 受金融危机的影响, 连续两次降价 20% 后的售