

《图书馆杂志》
2014年度最佳科学图书

无穷小

一个危险的数学理论
如何塑造了现代世界

(美) 阿米尔·亚历山大 著 凌波 译

INFINITESIMAL

How a Dangerous Mathematical Theory Shaped the Modern World

无穷小，沉寂了2000年后再获关注，
在16-17世纪的欧洲引发了一场数学大战

两个战场的几十位学者捉对厮杀，
培根、伽利略、托里切利、波义耳、牛顿、
莱布尼茨、欧文、费马、洛克、沃利斯、
霍布斯……悉数登场！

最终，微积分
和数学分析由此而诞生，
形塑出了一个崭新的
科技世界！



化学工业出版社

无穷小

一个危险的数学理论
如何塑造了现代世界

(美) 阿米尔·亚历山大 著 凌波 译

INFINITESIMAL

How a Dangerous
Mathematical Theory
Shaped the Modern World



化学工业出版社

· 北 京 ·

INFINITESIMAL: How a Dangerous Mathematical Theory Shaped the Modern World by Amir Alexander

ISBN 978-0-374-17681-5

Copyright © 2014 by Amir Alexander

Published by arrangement with Scientific American, an imprint of Farrar, Straus and Giroux, LLC,
New York.

Simplified Chinese edition copyright © 2019 by Beijing ERC Media Inc.

All rights reserved.

本书中文简体字版由Scientific American授权化学工业出版社独家出版发行。

本版本仅限在中国内地（不包括中国台湾地区和香港、澳门特别行政区）销售，不得销往中国以外的其他地区。未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分，违者必究。

北京市版权局著作权合同登记号：01-2018-8299

图书在版编目(CIP)数据

无穷小：一个危险的数学理论如何塑造了现代世界 / (美)

阿米尔·亚历山大 (Amir Alexander) 著；凌波译. —北京：

化学工业出版社，2019.3

书名原文：Infinitesimal

ISBN 978-7-122-33840-2

I. ①无… II. ①阿… ②凌… III. ①无穷小—数学史 IV. ①0141

中国版本图书馆CIP数据核字 (2019) 第024155号

责任编辑：王冬军 张 盼

装帧设计：水玉银文化

责任校对：张雨彤

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011）

印 装：北京凯德印刷有限责任公司

710mm×1000mm 1/16 印张 22 字数 308 千字 2019年5月北京第1版第1次印刷

购书咨询：010-64518888

售后服务：010-64518899

网 址：<http://www.cip.com.cn>

凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定 价：69.80元

版权所有 违者必究

献给
乔丹与埃拉

没有哪个连续体，能够分解出没有其任何部分的个体。

——亚里士多德

INFINITESIMAL

How a Dangerous

Mathematical Theory

Shaped the

Modern World

出场人物



无穷小量论者



卢卡·瓦莱里奥 (Luca Valerio, 1553—1618): 他是一位数学家, 并且是伽利略的朋友, 曾对无穷小方法做出过重要贡献。然而, 当伽利略在1616年与耶稣会^①产生冲突时, 瓦莱里奥却最终站到了反对伽利略的一边, 因此受到了他以前朋友的强烈谴责。他此后不久便在耻辱中去世。

伽利略·伽利雷 (Galileo Galilei, 1564—1642): 他是那个时代最杰出的科学家; 因为提倡哥白尼的学说而遭到了SJ的迫害, 导致了他最终受到审判, 巨星陨落。伽利略在他的作品中使用了无穷小量, 并支持和鼓励年轻一代数学家发展这一概念。即使在他遭到判决之后, 他仍是意大利无穷小量论者的无可争议的领袖。

格里高利·圣文森特 (Gregory St.Vincent, 1584—1667): 他是一位SJ数学家, 发明了一种新的方法用来计算被分成无穷多个部分的几何图形的体积。他的SJ上司认为这种方法过于接近无穷小量方法, 因此禁止他发表任何作品。

博纳文图拉·卡瓦列里 (Bonaventura Cavalieri, 1598—1647): 伽利略的弟子, 后来在博洛尼亚大学担任数学教授, 他也是一名圣杰罗姆会成员。

^①耶稣会 (Jesuit, The Society of Jesus), 天主教主要修会之一, 1534年由西班牙贵族圣依纳爵·罗耀拉 (Ignatius de Loyola) 在巴黎大学成立。16~18世纪, 它在欧洲广开学校, 发展教育。本书以下简称SJ。——编者注

他的两部著作《不可分量几何学》和《六道几何学练习题》成为新数学方法的标准文本，他称这种新方法为“不可分量法”。

埃万杰利斯塔·托里切利 (Evangelista Torricelli, 1608—1647): 伽利略的弟子，并最终成为伽利略在佛罗伦萨的继任者。他是一位充满热情的无穷小量论者，比卡瓦列里更加不注重数学方法上的严谨性，因其强大而具有创造性的数学方法而著称。他的方法适用于涉及计算无穷小量的“宽度”和“厚度”的问题。他在1644年发表的《几何算法》在欧洲各地的数学家中得到了广泛的传播，特别是沃利斯还根据他的著作创作完成了自己的《无穷算术》。托里切利最突出的成就是，成功地计算出了具有无穷长度的几何体的体积。

约翰·沃利斯 (John Wallis, 1616—1703): 他是一位充满热情的国会议员和清教徒神学家，在空位期的初期，他曾担任西敏寺神学家议会的秘书。17世纪40年代中期，他经常参与在一些学者中间举办的私人会议，并最终参与创建了伦敦皇家学会。1649年，他被任命为牛津大学萨维尔几何学教授。在数学上，沃利斯是主要的无穷小量论者；在政治上，他与他在皇家学会的同仁一样，是一位实用主义者，并且对不同意见保持了宽容的态度。针对霍布斯的数学方法和他的专制政治，他与霍布斯展开了一场长达数十年的斗争。

斯特凡诺·德利·安杰利 (Stefano degli Angeli, 1623—1697): 他是卡瓦列里的朋友和弟子，帕多瓦大学的数学教授，并且是一位圣杰罗姆会成员。在17世纪50年代和60年代，他是意大利最后一位仍在公开捍卫无穷小量学说并且公开谴责圣杰罗姆会的学者。但是，在圣杰罗姆会于1668年被教皇突然解散之后，安杰利终于不再发出声音，从此再没有发表过任何有关无穷小量的作品。



反无穷小量论者

克里斯托弗·克拉维斯 (Christopher Clavius, 1538—1612): SJ罗

马学院的数学教授，SJ数学传统的创始人。克拉维斯推崇几何方法，他非常珍视几何学中有序、严谨的演绎法以及绝对正确的证明结果。他希望将这种方法应用于所有知识领域，不鼓励在数学上进行创新。克拉维斯没有直接涉及有关无穷小量的问题，因为在他的职业生涯期间，大部分的数学家都几乎没有使用过这种方法，但他是SJ数学的核心原则的创造者，这也直接导致了后来针对无穷小的“战争”。

保罗·古尔丁（Paul Guldin, 1577—1643）：领先的SJ数学家，负责诋毁无穷小学说。他在1641年出版的《论重心》一书中曾攻击过卡瓦列里的数学方法。

马里奥·贝蒂尼（Mario Bettini, 1584—1657）：SJ数学家，在古尔丁去世之后，他成为SJ针对无穷小学说的主要批评者。在他于1642发表的《数学哲学通集》和1648年发表的《数学哲学精华》中，他曾嘲讽过无穷小学说。

托马斯·霍布斯（Thomas Hobbes, 1588—1679）：《利维坦》一书的作者，并且是专制国家的倡导者。霍布斯认为自己也是一位数学家。他认为，自己的哲学是建立在数学原则基础之上的，并因此像几何证明一样具有确定性。他认为，利维坦的预旨将像几何证明一样无可辩驳。

安德烈·塔丘特（Andre Tacquet, 1612—1660）：领先的SJ数学家，同样负责诋毁无穷小学说。他曾在1651年出版的《圆柱体和圆》中谴责过无穷小数学方法，但他接受将这些方法作为启发式方法来使用。后来他的上司授意他停止发表原创作品，并把重点放到专门编写教科书上面。他照做执行了。



SJ会士

依纳爵·罗耀拉（Ignacio de Loyola, 1491—1556）：他是来自于巴斯克地区的一位西班牙贵族和战士，在1521年的潘普洛纳之战中负伤之后，经历了

一个宗教觉醒过程。在只有10位忠实追随者的情况下，他创立了SJ，并于1540年得到了教皇保罗三世的官方认可。在他的领导下，SJ成为教会中最具活力的宗教团体，并且在对抗宗教改革的过程中发挥了巨大的作用。到依纳爵去世时，SJ已发展到了一千多名成员和几十所学校和学院，而且其规模还在不断迅速壮大。

贝尼托·佩雷拉（Benito Pereira, 1536—1610）：克拉维斯在罗马学院的对手，他坚持认为数学没有资格成为一门科学。他还是第一位直接谴责无穷小学说的SJ会士，尽管其不是在数学背景下而是针对亚里士多德哲学做出的评论。

克劳迪奥·阿奎维瓦（Claudio Acquaviva, 1543—1615）：1581年至1615年担任SJ总会长，建立了监督委员会，并支持反对无穷小的早期运动。

穆奇奥·维特莱斯奇（Mutio Vitelleschi, 1563—1645）：1615年至1645年担任SJ总会长，他的任期包括SJ的失势时期（1623年至1631年）以及他们重回罗马权力中心的时期。他主持发动了针对无穷小学说最后的反对活动，并写信给各省禁止这一学说。

雅各·比德曼（Jacob Bidermann, 1578—1639）：在1632年担任监督委员会总会长，当时SJ重新展开了对无穷小学说的攻击。

温森蒂奥·卡拉法（Vincenzo Carafa, 1585—1649）：1646至1649年担任SJ总会长。他强制执行关于无穷小学说的禁令，并通过迫使帕拉维奇诺收回自己的观点羞辱了他。他写信给他的下属，让他们对无穷小学说保持警惕，并着手准备将无穷小学说列为被永久禁止的学说。

罗德里戈·阿里亚加（Rodrigo de Arriaga, 1592—1667）：SJ领先的哲学家。在1632年，他发表了《哲学大纲》，在书中他得出了一个令人惊讶的结论，即无穷小学说似乎是可信的。但是，在这本书出版时，正是SJ重新回到罗马权力中心并决心镇压维护无穷小学说的观点的时期。总会长卡拉法宣布，将不会允许出现下一个阿里亚加。

彼得·斯福尔扎·帕拉维奇诺 (Pietro Sforza Pallavicino, 1607—1667): 出身侯爵, 他在青年时期是一位狂热的伽利略派支持者, 在伽利略失势之后, 他从罗马被流放。他因势利导地转变了立场, 回归之后成了一名SJ会士, 并最终成为一名红衣主教。他依然持有伽利略的观点, 并在罗马学院声称无穷小学说是貌似可信的学说。1649年, SJ总会长在一封信中对他进行了谴责, 他因此被迫公开收回了自己的观点。



伦敦皇家学会

弗朗西斯·培根爵士 (Sir Francis Bacon, 1561—1626): 英国法学家、哲学家、政治家, 并于1618年至1621年担任詹姆斯一世的大法官。虽然培根本身不是一位科学家, 但由于他倡导利用实验法对自然界进行研究, 因此他仍被认为是科学革命的领军人物之一。在一系列具有重要影响力的论文和著作当中, 培根指出, 研究自然界的合理方法是通过系统的观察和实验的方法, 而不是通过先验的推理或数学的方法。在他去世很长一段时间之后, 培根成为皇家学会的非官方守护神, 皇家学会提倡并捍卫他的经验学派方法。

亨利·奥登伯格 (Henry Oldenburg, 1619—1677): 出生于德国, 17世纪50年代在伦敦定居, 并成为学术界和科学界中的一位重要人物, 因其广泛的通信网络而著称。他与罗伯特·波义耳、约翰·沃利斯等人是伦敦皇家学会的主要创始人之一, 并且他还担任了皇家学会的第一任秘书。在他的领导下, 皇家学会走过了其艰难的早期岁月, 并将其确立为了欧洲领先的科学院, 使其因坚持经验主义而著称。

罗伯特·波义耳 (Robert Boyle, 1627—1691): 现代化学的奠基人之一, 在伦敦皇家学会的早期成员中, 波义耳是一位最杰出和最受人敬佩的科学家。波义耳倡导以谦逊的实验法作为研究自然的正确方法, 认为实验法无论对宗教还是

对国家都是有益的。

托马斯·斯普拉特 (Thomas Sprat, 1635—1713): 早期伦敦皇家学会的主要宣传者。1667年, 他出版了《皇家学会史》, 从而拟定了伦敦皇家学会的科学方针以及政治目标。斯普拉特指出, 对自然界的实验研究不仅能够增加人类知识, 而且能够促进社会和宗教和谐。1665年, 学者索比耶在访问完英国回到法国之后, 写了一篇针对伦敦皇家学会的文章, 斯普拉特对其进行了尖锐而讽刺的回应。



统治者

查理五世 (Charles V, 1500—1558): 从1519年开始成为神圣罗马帝国皇帝, 从1516年直到他于1556年退位, 他一直是西班牙国王 (即卡洛斯一世)。他的统治范围从欧洲东部一直延伸到了秘鲁, 虽然他对其领土的控制力通常较弱, 但他仍是历史上最伟大帝国的名义统治者。他把自己视为天主教会捍卫者, 在1521年的沃木斯会议上对路德施压, 并颁布了一项法令, 宣布路德为异教徒并废除了他的教义。在他的统治时期, 他一直都试图在自己的领土上铲除新教, 但未能取得成功。

古斯塔夫·阿道夫 (Gustavus Adolphus, 1594—1632): 从1611年开始成为瑞典国王, 被广泛认为是有史以来最伟大的军事创新者之一。1630年6月, 他的军队在德国北部登陆, 以支持在三十年战争中处于困境的新教诸侯。在接下来的两年时间里, 他在一系列的战斗中, 连续击败了神圣罗马帝国的天主教军队, 从而打破了欧洲局势的平衡。来自瑞典人的威胁也改变了罗马的政治格局, 结束了伽利略派在权力上的上升期, 并使SJ重新回到了权力中心。在吕岑战役中, 古斯塔夫率领一支骑兵在攻击罗马帝国军队的战斗中战死。

奥利弗·克伦威尔 (Oliver Cromwe II, 1599—1658): 英国内战期

间，国会新模范军的主要指挥官之一，并且是清教徒独立派（对抗长老会派）的领袖。1653年，他成为英格兰、苏格兰和爱尔兰的护国公。一些人认为，霍布斯的《利维坦》就是在支持他的专制统治。

查理一世 (Charles I, 1600—1649): 从1625年开始就任英国国王，他在位时期最突出的是与国会之间日益增加的冲突，并最终导致了内战。查理一世希望按照法国国王的统治模式，在英国建立一个君主专制国家，但受到了国会的强烈抵制。国会控制着国家的财政收入，并与国王产生了冲突。他注定失败的个人统治最终导致了1640年的危机以及在国会与国王之间爆发的内战。由于在战斗中战败，查理一世被国会军抓获，并于1649年遭到处决。

查理二世 (Charles II, 1630—1685): 查理一世之子，在流亡法国的宫廷里长大，并在那里曾接受过霍布斯的辅导。一些前国会议员和保皇党成员由于担心宗教和社会激进者崛起，于是在1660年将查理二世召回了英国，查理二世重新登上了王位。为了避免他父亲的命运，查理二世谨慎地依附于国会进行着他的统治。在1662年，他对一个由自然哲学家组成的团体授予了皇家特许状，这些哲学家相信，他们对自然的研究方法将会对社会和政治的和平起到至关重要的作用。这个团体最终成为伦敦皇家学会。



教皇

利奥十世 (Leo X, 1513—1521年在位): 佛罗伦萨美第奇家族成员，是一个博学多识的人，并且是文艺复兴时期艺术的伟大赞助人。但当他面对路德的挑战时，由于没有给出迅速而果断的对策，从而使德国的天主教会遭遇了生存危机。

保罗三世 (Paul III, 1534—1549年在位): 他在宗教改革进入高潮时就任教皇，当时新教浪潮风头正劲，他发起了恢复天主教并向新教发起反攻的运

动。1540年，他批准了依纳爵·罗耀拉的请求，成立了一个名为SJ的新的宗教团体，SJ在后来的反宗教改革中发挥了关键作用。1545年，他召集了特伦托会议，在这次会议中设定的一些天主教会的基本教义一直沿用至今。

格里高利十三世 (Gregory XIII, 1572—1585年在位): SJ的朋友和保护者，他为SJ批准了土地和资源，来为他们领先的罗马学院建造一座永久的校舍。他还成立了一个委员会进行历法改革，克拉维斯在历法改革委员会中发挥了关键作用，并在1582年推行了新历法。今天仍在普遍使用的格里历（公历）就是以他的名字命名的。

乌尔班八世 (Urban VIII, 1623—1644年在位): 在就任教皇之前（当时称为红衣主教马费奥·巴贝里尼）是伽利略的朋友和保护者，当上教皇之后继续作为伽利略的资助者，这引起了罗马一个黄金“自由时代”。但到了1632年，在伽利略发表了关于哥白尼体系的《对话》以及一些不利的政治态势之后，乌尔班八世改变了对伽利略的立场，从而导致了后者的受审判、被流放。从此，SJ重返罗马的权力中心，并能更加自由地压制无穷小学说。

克莱门特九世 (Clement IX, 1667—1669年在位): 作为一位任期较短并且没有突出成就的教皇，他曾下令镇压圣杰罗姆会，因为有两位提倡无穷小学说的主要数学家——博纳文图拉·卡瓦列里和斯特凡诺·安杰利——正是该组织的成员。



其他改革者、革命者和朝臣

马丁·路德 (Martin Luther, 1483—1546): 最初是一名奥古斯丁修士以及维滕贝格大学的神学教授。1517年，路德将他的《九十五条论纲》张贴在了城堡教堂的大门上，由此启动了宗教改革运动。到1521年时，他被教皇逐出了天主教会，并且他的教义也遭到了罗马皇帝的禁止，但新教的传播势头已经不可逆转。其他宗教改革者跟随着路德的脚步，很快建立了自己的新教教派。

查尔斯·卡文迪许 (Charles Cavendish, 1594—1654): 他是一位受人尊敬的数学家, 卡文迪许家族成员。卡文迪许家族是英国最伟大的贵族之一, 他们是17世纪艺术和科学的主要资助者和实践者。他的弟弟威廉是纽卡斯尔公爵, 他在自己的庄园里开设了一座实验室, 威廉的妻子玛格丽特是一位备受欢迎的诗人和散文家。卡文迪许家族将查茨沃斯庄园和维尔贝克庄园变成了繁荣的学术中心。他们也是霍布斯的终身资助人。

杰拉德·温斯坦利 (Gerrard Winstanley, 1609—1676): 掘土派领袖, 他们在1649年开始挖掘位于萨里郡圣乔治山的土地。温斯坦利和他的追随者认为, 土地是共有财产, 所有人都有权耕种。掘土派的活动惊动了当地的土地所有者, 他们通过法律手段和暴力袭击将掘土派驱逐出了自己的领地。由于害怕掘土派和其他激进团体推翻有产阶级, 最终导致了1660年的君主制复辟。

塞缪尔·索比耶 (Samuel Sorbiere, 1615—1670): 法国朝臣、医生和作家, 并且是托马斯·霍布斯的朋友和崇拜者。1663年至1664年, 索比耶访问了英国, 其中的大部分时间都在伦敦皇家学会做客。他回到法国所写的一篇访问记录极大地冒犯了曾经招待过他的伦敦皇家学会, 尤其是他对霍布斯的夸赞以及对沃利斯的嘲讽。这引起了托马斯·斯普拉特的强烈反驳, 并最终导致索比耶结束了他在法国宫廷的职业生涯。

INFINITESIMAL

How a Dangerous

Mathematical Theory

Shaped the

Modern World

— 时间轴 —

- 公元前6世纪:

毕达哥拉斯及其追随者声称“万物皆数”，意思是说，世界上的所有事物都可以用整数或者整数的比值来进行描述。

- 公元前5世纪:

阿布德拉的德谟克利特（Democritus of Abdera）用无穷小计算了圆锥体和圆柱体的体积。

- 公元前5世纪:

毕达哥拉斯学派的梅塔蓬图姆的希帕索斯（Hippasus of Metapontum）发现了不可通约性（即无理数）。由此可见，不同的数值不是由独立的微小原子或无穷小量构成的。希帕索斯在公布这一发现之后，神秘地在海上失踪了，这很可能是毕达哥拉斯学派的人致使他溺水身亡。

- 公元前5世纪:

埃利亚的芝诺（Zeno of Elea）提出了若干悖论，说明无穷小会导致逻辑上的矛盾。此后无穷小成了古代数学家有意避开的问题。

- 公元前300年:

欧几里得发表了他极具影响力的几何著作——《几何原本》，它小心地避开了无穷小问题。在此后近两千年的时间里，它一直是数学格式和方法的典范。

● 约公元前250年:

阿基米德（约公元前287—前212年）打破了回避无穷小的常规，开始尝试利用无穷小解决几何问题。他在关于几何图形所包围的面积和体积方面得出了举世瞩目的新成果。

● 1517年:

马丁·路德将他的《九十五条论纲》钉在了维滕贝格城堡教堂的大门上，由此启动了宗教改革运动。随后发生在天主教徒和新教徒之间的斗争持续了两个世纪之久。

● 1540年:

依纳爵·罗耀拉创立了SJ，致力于恢复天主教的教义和重新确立天主教会的权威。

● 1544年:

阿基米德的著作被翻译成拉丁文在巴塞尔出版，首次让众多学者了解到他对无穷小的研究。

● 1560年:

克里斯托弗·克拉维斯开始在SJ的罗马学院任教。他在欧几里得几何的基础上创立了SJ的数学传统。

● 16世纪末至17世纪初:

欧洲数学家重新燃起了对无穷小量的兴趣。

● 1601年至1615年:

负责裁决各种学说的SJ“监督委员会”，颁布了一系列针对无穷小学说的禁令。

● 1616年:

由于伽利略不仅提倡哥白尼学说，而且使用无穷小方法，SJ与他发生了冲突。

伽利略收敛了他的声音，但他仍在等待时机以重新展开这场争论。

● 1616年：

数学家卢卡·瓦莱里奥站在了SJ一边，反对他的朋友伽利略。他没过多久便在耻辱中去世。

● 1618年：

爆发了三十年战争，点燃了天主教徒对抗新教徒的战争。

● 1623年：

伽利略的朋友马费奥·巴贝里尼成为教皇乌尔班八世，并公开支持伽利略和他的追随者。

● 1623年至1631年：

罗马黄金“自由时代”。伽利略学派呈崛起之势。

● 1625年至1627年：

SJ数学家格里高利·圣文森特的著作由于过于接近无穷小学说而遭到其上司的禁止。

● 1628年：

托马斯·霍布斯在欧洲旅行期间第一次遇见几何证明。

● 1629年：

博纳文图拉·卡瓦列里被任命为博洛尼亚大学的数学教授。

● 17世纪30年代：

埃万杰利斯塔·托里切利发明了他的无穷小方法，但没有发表任何作品。

● 1631年：

三十年战争期间，在布赖滕费尔德之战中，瑞典的新教国王古斯塔夫·阿道夫击败了神圣罗马帝国皇帝的军队。他的胜利改变了欧洲局势的平衡。