



门限自回归模型的 平稳性理论

聂思玥 著



Stationary Theory of TAR Models

中国财经出版传媒集团



经济科学出版社
Economic Science Press

门限自回归模型的 平稳性理论

聂思玥 著



Stationary Theory of TAR Models

中国财经出版传媒集团



经济科学出版社
Economic Science Press

图书在版编目 (CIP) 数据

门限自回归模型的平稳性理论/聂思玥著. —北京:
经济科学出版社, 2018. 8

ISBN 978 - 7 - 5141 - 9831 - 7

I. ①门… II. ①聂… III. ①门限自回归模型
IV. ①O212. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 236453 号

责任编辑: 王 娟 张立莉

责任校对: 隗立娜

责任印制: 邱 天

门限自回归模型的平稳性理论

聂思玥 著

经济科学出版社出版、发行 新华书店经销

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮编: 100142

总编辑部电话: 010 - 88191217 发行部电话: 010 - 88191522

网址: [www. esp. com. cn](http://www.esp.com.cn)

电子邮件: [esp@ esp. com. cn](mailto:esp@esp.com.cn)

天猫网店: 经济科学出版社旗舰店

网址: [http: //jjkxcbs. tmall. com](http://jjkxcbs.tmall.com)

北京季蜂印刷有限公司印装

710 × 1000 16 开 12. 75 印张 220000 字

2019 年 5 月第 1 版 2019 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5141 - 9831 - 7 定价: 59. 00 元

(图书出现印装问题, 本社负责调换。电话: 010 - 88191510)

(版权所有 侵权必究 打击盗版 举报热线: 010 - 88191661)

QQ: 2242791300 营销中心电话: 010 - 88191537

电子邮箱: [dbts@ esp. com. cn](mailto:dbts@esp.com.cn))

前 言

经济学理论和经济研究实践都表明,很多重要的宏观经济时间序列可能表现出非线性动态调整特征。而这类非线性动态调整特征需要依靠非线性时间序列模型才能准确地进行建模。作为非线性时间序列主流模型之一的门限自回归 (TAR) 模型,自汤家豪 (Tong, 1983) 较完整地提出后,其估计和检验理论都得到了迅速的发展和完善。在恩德斯和格兰杰 (Enders and Granger, 1998) 提出了冲量自回归模型 (MTAR) 后,汤家豪 (1983) 提出的模型被称为自激励门限自回归模型 (SETAR),这样 TAR 模型就被区分为 SETAR 模型和 MTAR 模型。然而,学术界一直没有文献对这两类模型进行系统的对比研究。在总体平稳条件下,本书对这两类门限自回归模型进行了系统的对比研究。在非平稳性理论研究方面,本书在坎纳尔和汉森 (Caner and Hansen, 2001) (后文简称为 CH (2001))、西奥 (Seo, 2008) 以及卡普坦尼尔斯和欣恩 (KS, 2006) 等人的基础上,对 SETAR 和 MTAR 模型的单位根检验理论进行了深入的拓展研究。因而,本书的主要研究工作可从以下四个方面阐明。

在 SETAR 与 MTAR 建模的比较研究方面,本书从直观特征、样本统计矩、经济含义以及建模特征四个方面对 SETAR 和 MTAR 模型进行了详细的对比研究。研究结论认为,MTAR 过程比 SETAR 过程有更多的尖点;在平稳条件下,两类模型的样本矩函数都稳定地收敛到其总体矩,但总体矩函数的具体计算公式未知;SETAR 模型一般适用于研究经济变量的均值回复性等问题,而 MTAR 模型则可刻画政策对冲的实时有效性等经济问题;在建模方面,本书认为用 bootstrap 临界值加权的 WSSR 方法可以有效地进行模型甄别,提高建模准确率。

为揭示传统单位根检验方法在非线性条件下的不适用性,本书用 ADF、PP、KPSS、ERS 等单位根检验方法对各类不同的非线性模型进行检验尺度和检验功效模拟。结论认为,非线性特征由于其具体形式和参数的



不同，可能会对数据过程的非平稳性起到“激化”作用，也可能对非平稳性起到一定的“隐藏”作用，有必要从非线性模型的理论层面发展非线性单位根检验理论。

在 SETAR 模型与 MTAR 模型单位根检验的理论研究方面，本书第 3 章将坎纳尔和汉森（2001）的 2 体制 MTAR 模型单位根检验理论拓展到 3 体制 MTAR 模型的单位根检验中，得到了检验统计量的渐近分布；在第 4 章中分别将西奥（2008）的 2 体制 SETAR 模型单位根检验理论以及卡普坦尼尔斯和欣恩（2006）的 2 体制 SETAR 模型单位根检验理论拓展到估计方程含截距项的情形下，推导得到了检验统计量的渐近分布。在蒙特·卡洛（Monte Carlo）模拟研究方面，本书在一般情况下和均值突变情况下，分别用各个统计量的渐近临界值和 bootstrap 临界值对其检验尺度和检验功效进行模拟。结果显示在 MTAR 模型的单位根检验中，渐近临界值方法在样本容量较小时检验尺度偏大，但检验功效则尚可；而对于 bootstrap 方法，除了在含均值突变 3 体制 EQ-MTAR 的单位根检验中表现出检验尺度偏大以外，其他时候的检验尺度和检验功效都较为满意。在 SETAR 单位根检验的模拟试验中，渐近临界值法在所有模拟试验中都表现为检验功效偏低，而 bootstrap 方法的检验尺度和检验功效均较好。

在实证研究部分，本书用 3 体制 SETAR 模型研究了人民币对美元汇率的非线性动态调整问题。主要结论是：人民币对美元汇率的退势序列存在“BOI”区域，该过程应该用 3 体制 SETAR 模型来进行描述；在短期动态均衡中，人民币和美元之间存在相对购买力平价的关系，但调整周期长，是一个强持续性过程；人民币汇率有更大比例处于升值体制中，可认为人民币升值压力较大，且升值体制较贬值体制有着更快的均值回复速度，显示了市场对升值压力的抵抗和一定程度的外干预力量。

目 录

第 1 章	绪论	1
1.1	选题背景和研究意义	1
1.2	国内外研究综述	4
1.3	研究内容	13
1.4	本书创新与突破	14
第 2 章	总体平稳条件下的门限自回归模型	16
2.1	门限自回归模型的设定与平稳性质	17
2.2	门限效应的检验与估计	24
2.3	SETAR 与 MTAR 建模的比较	33
2.4	本章小结	51
第 3 章	MTAR 模型的单位根检验	53
3.1	非线性条件下的传统单位根检验	54
3.2	2 体制 MTAR 模型的单位根检验	61
3.3	3 体制 MTAR 模型的单位根检验	73
3.4	非平稳与非线性的联合检验	85
3.5	本章小结	87
第 4 章	SETAR 模型的单位根检验	89
4.1	2 体制 SETAR 模型的单位根检验	89
4.2	3 体制 SETAR 模型的单位根检验	100
4.3	非平稳条件下 SETAR 模型的估计参数推断	116
4.4	本章小结	118



第5章 人民币汇率的均值回复过程与局部非平稳	
——基于 SETAR 模型的实证研究	120
5.1 均衡汇率的研究现状	121
5.2 理论基础与计量方法	124
5.3 数据与模型设定	127
5.4 实证结果	132
5.5 本章小结	137
第6章 总结与展望	139
6.1 总结	139
6.2 研究展望	142
附录	144
参考文献	187
后记	197

1.1 选题背景和研究意义

1.1.1 选题背景

在经典计量经济学领域中，线性模型占据着重要的地位，是其他计量模型的基础。线性模型在模型设定方面较为简便，其参数估计和模型预测方法也已较为成熟，并且线性模型的结果在经济学理论中也易于解释和理解。线性自回归模型（linear auto regressive model）是一类重要的时间序列线性模型，通常用于刻画经济变量自身的线性动态调整机制，是时间序列分析的基础，在时间序列分析中具有的重要意义和地位。但经济学理论也表明，很多重要的宏观经济时间序列可能表现出非线性特征，许多实证研究也支持了“大量宏观经济序列存在非线性动态调整的特征”这一结论。如 GDP 增长率、通货膨胀率、失业率等重要的宏观经济变量在不同的商业周期呈现出不同的动态调整机制（Enders and Siklos, 2001）。GDP 增长率在经济上升周期内的增长速度比经济衰退周期内的下降速度要慢；而通货膨胀率的表现则恰好相反，其上升的速度要高于下降的速度；失业率上升的速度也快于其下降的速度等，这些都是经济序列中的非线性调整现象。如果仍使用线性自回归模型对这些呈现非线性动态调整机制的经济变量进行建模，显然是不合适的。

为了适应快速发展的经济学理论，非线性的计量方法也得到了飞速发展。在非线性时间序列分析领域，发展的重点之一是各种非线性参数模



型。其中,门限自回归模型(threshold auto regressive model)是计量经济学中研究经济变量非线性动态调整的重要理论。门限自回归(TAR)模型由华人统计学家汤家豪通过其三篇论文提出。三篇文章分别是汤家豪(Tong, 1978)、汤家豪(1983)和汤家豪(1990),是用多体制“分段式”的局部线性自回归模型对数据进行建模逼近。依据门限变量的取值,把时间序列区分成多个体制(regime),每个体制各自建立不同的线性自回归模型。这样,门限自回归模型就可以用不同体制对经济变量中不同的动态特征进行刻画,实现对经济变量的准确描述。具备非线性特征的经济变量,其平稳性特征与线性经济变量的平稳性特征不相同,在实际研究中,呈现非线性特征的经济变量常常会被误检验为非平稳过程。究其原因,主要在于当经济存在结构不稳定时,有些经济序列即使不存在单位根,在短期内仍会表现出高度非平稳性,但在长期又会收敛。为了区别这些经济现象,需要发展新的非线性单位根检验方法。

就我国实际而言,由于中央政府一直在推行经济体制改革,我国经济经历了不同时期的经济体制转变,经济变量在这种情况下极有可能表现出非线性的动态调整特征。如果使用线性模型进行研究,则很有可能忽略了这些非线性特征,得到不准确甚至错误的结论。在此背景下,本书对门限自回归模型的理论进行研究,比较不同类型的门限自回归模型的特点,对不同条件下门限自回归模型的非平稳性检验方法的渐近分布理论和有限样本性质进行研究,并用这些理论对人民币汇率的非线性动态调整过程进行实证研究。

1.1.2 研究意义

经济研究人员的首要目标是对客观经济规律进行探索发现,以给相关政策制定部门提供一定的政策参考建议。经济规律主要是指,各经济变量本身波动的规律以及经济变量相互之间存在的变动规律,一般通过建立计量经济模型对这些经济规律的存在性进行检验,并形成对经济理论的支撑。门限自回归模型旨在捕捉经济变量本身的非线性动态调整特征,并对这些特征进行建模,本书的选题“门限自回归模型的理论与应用研究”正是在此背景之下提出的,因而,具有以下现实意义和理论意义。

1.1.2.1 现实意义

长期以来,金融市场中的动荡和不稳定性现象被解释为泡沫效应或溢



出效应等,但近年大量的研究表明,这种现象更可能反映了变量之间存在的非线性关系。例如,在对汇率的购买力平价问题研究中,早期很多文献的结论是多数国家汇率的长期购买力平价不成立,检验发现对汇率购买力平价建立的模型与随机游走模型并无显著差异。但运用非线性建模技术后,发现是传统单位检验方法对非线性时间序列的低功效导致得到上述结论。这种非线性现象很多时候是由于交易成本和信息不对称而引发的,如在无交易成本的时候,套利原则会使得价格调整围绕长期均衡波动;但当存在交易成本的时候,价格的持续调整会被阻碍,只有当价格偏离带来的无风险套利利润能够弥补交易成本时,套利行为才会发生,此时价格围绕长期均衡调整的路径就呈现出非线性特征。这种经济现象中的非线性特征在宏观经济变量和金融市场变量中已被许多研究所证实。因此,利用非线性时间序列模型对宏观经济变量和金融时间序列变量建模已经成为一个主流方向。目前,计量经济学中主要使用的非线性时间序列模型有门限自回归模型、平滑转换自回归模型(smooth transition auto regression model)与马尔科夫体制转换模型(markov regime switching model)。此外,我国经济中的时间序列数据普遍都比较短,上述理论的有限样本性质对现实研究极为重要。因而,本书研究门限自回归模型及其平稳性检验理论,并将之应用到我国汇率的研究中,具有现实意义。

1.1.2.2 理论意义

门限自回归模型从汤家豪(1983)较完整地提出,发展至今已有30余年,由于非线性计量方法不断受到重视,众多计量研究人员参与到门限自回归模型的理论研究中来,逐步完善了检验、估计和推断等计量理论,一些新的检验和估计方法还在不断发展中。同时,时间序列的重要分支——单位根检验理论,在格兰杰和纽伯德(Granger and Newbold, 1974)以及纳尔森和普罗瑟(Nelson and Plosser, 1982)的发现之后,受到学术界的极大关注。线性时间序列的单位根检验理论已经成为时间序列领域成熟的理论,然而,由于传统线性时间序列的单位检验方法对非线性时间序列进行检验所表现出来的低功效问题,使得单位根检验理论的研究又出现了一个新的分支,即对非线性时间序列单位根检验方法的理论研究。目前,有关门限自回归模型中的单位根检验理论在相关文献中已有研究,但还没有完善成熟,甚至一般形式下TAR模型的平稳遍历性条件也尚未有确切结论。现有的门限自回归模型的单位根检验理论一般是在特定的、简单化的形式



下进行推导得到的。本书对 SETAR 和 MTAR 两类不同的门限自回归模型的建模理论进行了比较；也对门限自回归模型的非线性单位根检验相关理论进行了扩展研究，如前所述，这两类问题的计量理论还在不断发展中，本书的研究在这方面做了进一步的补充，因而具有一定的理论意义。

1.2 国内外研究综述

在时间序列分析领域，ARMA 模型迅速而又持续地普及，证明了线性模型的实用性。然而，任何计量经济学模型都是对经济变量调整运动过程的近似描述，线性 ARMA 模型只是用数学公式来解释经济变量未知动态关系的第一步。真实的经济学世界存在大量的非线性动态特征，同时，经验证据也指出线性 ARMA 模型存在较大的局限性，为了给大量的非线性经济现象建模，我们需要研究和发展非线性时间序列模型。由于在处理非线性问题时，建立全局线性模型是不合适的，较为常见的替代方法就是把全局空间分成几个子空间，在状态空间的每个子空间上建立线性模型。门限自回归模型就是这样一类非线性时间序列模型，它对非线性动态特征建模是基于“分段”线性逼近，即把全局空间分割成多个子空间（门限自回归模型中称之为体制），每个体制上使用线性逼近。体制的分割标准依赖于门限变量，由这个变量的取值来确定每个体制内的样本。

1.2.1 门限自回归模型

汤家豪（1990）提出的门限自回归模型一般以原序列的滞后变量当作门限变量，在文献中一般称为自激励门限自回归（self-exciting TAR, SETAR）模型，其一般形式可表示如下：

$$X_t = \sum_{i=1}^k \{b_{i0} + b_{i1}X_{t-1} + \cdots + b_{i,p_i}X_{t-p_i} + \sigma_i \varepsilon_t\} I(X_{t-d} \in A_i) \quad (1.1)$$

式（1.1）被记为 SETAR(p, d, k)， $I(X_{t-d} \in A_i)$ 是指示函数，当门限变量 X_{t-d} 取值在体制 A_i 内，则取值为 1，否则为 0。恩德斯和格兰杰（Enders and Granger, 1998）在讨论门限自回归模型的单位根检验问题时，提出了冲量门限自回归（momentum TAR, MTAR）模型的概念，MTAR 的门限变量是差分序列的滞后变量，即式（1.1）中的指示函数变为：



$$I(\Delta X_{t-d} \in A_i) \quad (1.2)$$

SETAR 和 MTAR 是目前较为常见的两类门限自回归模型。在本小节, 主要回顾关于门限自回归模型的估计、检验和模型识别等方面的文献。

1.2.1.1 门限自回归非线性特征检验

门限自回归模型是在全局空间上对不同体制建立的线性模型, 从而达到描述变量的非线性特征的目的, 但是, 一个变量到底应该建立线性模型还是应该建立非线性模型, 需要有相应的检验标准才能让人信服。早期, 门限自回归模型研究领域研究重点之一就是门限效应的检验, 并发展了许多可用的检验方法, 这些检验方法的原假设一般为建立线性模型, 它们可以大致分成两类: 一类是混合检验, 即没有指定的备择假设模型, 主要是检验对线性模型的偏离; 另一类检验是针对某些特定的备择假设模型所设计的。关于第一类检验, 早期的有拉姆西 (Ramsey, 1969) 提出的基于拉格朗日乘子原理的 RESET 检验、麦理德和李 (McLeod and Li, 1983) 关于模型残差 ARCH 效应的检验以及布洛克和欣克曼等 (Broock and Scheinkman et al., 1996) 提出的检验残差独立性的 BDS 检验, 本书不对这些内容进行讨论。

关于第二类检验, 备择假设模型可以是平滑转移自回归模型 (STAR) 或门限自回归模型 (TAR) 等。例如, 塔斯沃塔 (Teräsvirta, 1994) 研究了用泰勒 (Taylor) 展开式对 LSTAR 模型和 ESTAR 模型效应进行检验的方法。在非线性特征的第二类检验中, 备择假设模型为门限自回归模型的检验方法是本书关注的重点。

事实上, 在对门限自回归的非线性特征检验中, 由于原假设和备择假设中的参数不一致, 会导致在原假设下推导得到的分布包含冗余参数 (在原假设下为不可识别参数), 进而导致分布函数不会随着样本容量增大渐近收敛到一个标准分布。戴维斯 (Davies, 1987) 最早对该问题进行了研究, 因此, 该问题也被称为 “Davies 问题”。为了解决这个难题, 有学者采用非参数的方法, 如蔡瑞胸 (Tsay, 1989); 也有学者提出采用综合统计量^①的方法, 如戴维斯 (1987) 与安德鲁和普罗伯格 (Andrews and

① 安德鲁和普罗伯格 (Andrews and Ploberger, 1994) 针对 “Davies 问题” 提出了利用综合统计量 (summary statistics, 包括 average、exponential average 和 supremum 三类统计量) 来解决参数不可识别的问题。这些综合统计量不设定估计参数, 而是假定格点内的值都是可行值, 经过格点搜索逐一计算其统计量值, 最后再计算用加权计算这些统计量值的加权值或取其上确界最优而得到。



Ploberger, 1994); 汉森 (Hansen, 1996) 在研究门限自回归的非线性特征检验时, 采用了一个局部近似原假设, 并构造了一个 P 值转换函数, 可以很方便地直接获得接受原假设的 P 值。

蔡瑞胸 (Tsay, 1989) 用一个排列回归方程 (arranged regression) 对门限自回归模型的非线性特征检验进行了研究。该方法是在不需要真实门限值的情况下, 用一个不断迭代得到的预测残差对方程回归变量进行回归, 再构造 F 统计量对方程显著性进行检验。当线性模型的原假设成立且样本量很大时, 这个检验统计量的分布是一个标准 F 分布, 而统计量的另一个变形则渐近服从 χ^2 分布。该方法没有对门限的非线性类型进行特别地限制, 是一个非参数方法, 因而, 不存在冗余参数问题。此外, 该方法的计算程序也较为简便。蔡瑞胸 (1998) 将该方法推广到了向量门限自回归模型的非线性特征检验中。陈和汤 (Chan and Tong, 1990) 以及陈 (Chan, 1991) 提供了一个针对备择假设为 2 体制 SETAR 模型的检验统计量, 这个统计量是基于似然比检验原理的。陈和汤 (1990) 将该统计量由似然比检验形式经过相应变换, 转化得到一个 F 检验。而陈 (1991) 则基于泊松块形启发法 (poisson clumping heuristic), 对该似然比检验统计量进行推导转换, 得到了一个近似的经验分布, 从而避免了冗余参数问题, 并给出了一个与模型自回归滞后阶数 p 有关的临界值表。汉森 (1996) 对门限模型非线性特征检验中的冗余参数问题进行了研究, 构造了一个基于稳健异方差的 $Wald$ 统计量, 并推导了该统计量的渐近分布, 还构造了 P 值转换函数计算 $Wald$ 统计量的分布函数概率值。该 P 值转换函数的构造使用了函数单调变换映射原理, 保证了 P 值与统计量值的单调关系。最后, 汉森 (1996) 以 SETAR 模型为例, 对该方法进行了阐述, 并研究了 SETAR 模型下 $Wald$ 统计量的三个综合统计量, 即平均统计量、指数平均统计量和上确界最优统计量的有限样本性质。

1.2.1.2 门限自回归的识别与估计

如果经非线性特征检验发现经济变量存在门限自回归效应, 即可对其建立门限自回归模型。在门限自回归模型中, 模型设定与识别主要是要确定体制个数 k , 门限变量的滞后参数 d , 以及各个体制内的自回归阶数。现有文献中, 一般认为门限自回归的自回归阶数确定方法与线性 AR 模型类似, 可以直接采用 AIC、BIC 准则; 胡进 (2010) 针对门限自回归模型, 讨论了不同的信息准则和偏自相关函数法对自回归阶数估计的准确



性, 并进行了有限样本下的模拟。下面对系统体制个数 k 以及门限变量滞后参数 d 的确定方法进行简要回顾。

皮丘西里和戴维斯 (Petrucelli and Davies, 1986) 证明了门限自回归模型的条件最小二乘法 (CLS) 估计量是一致估计量。在该理论的基础上, 陈 (1993) 对门限自回归模型的估计进行了详细讨论, 对皮丘西里和戴维斯 (1986) 的估计理论进行拓展完善, 证明了通过门限值格点搜索法得到的 $SETAR(p, d, 2)$ 模型参数估计是一致估计量。该方法以模型的残差平方和为目标函数, 门限值 γ 和滞后参数 d 作为函数变量, 确定 $\gamma \times d$ 的搜索范围, 通过格点搜索得到最小残差平方和的门限值 and 滞后参数。陈 (1993) 经过严格的数学证明, 得到结论是: 对于平稳遍历过程, 上述格点搜索方法得到的参数估计量中 γ 的收敛级数是 T^{-1} , 且 $T(\hat{\gamma}_T - \gamma)$ 收敛到一个复合 Poisson 过程的泛函; 自回归系数估计量的收敛级数是 $T^{-1/2}$, 且其渐近分布是一个多元的正态分布; 并且上述两个渐近分布之间是渐近独立的。在平稳条件的假设条件下, 陈和蔡 (Chan and Tsay, 1998) 推导得到了条件最小二乘估计参数的收敛级数都是 $T^{-1/2}$, 且是渐近正态的。汉森 (2000) 认为, 陈 (1993) 得到的参数估计量的分布依赖于不可识别的冗余参数, 他分析得到了门限值估计的另一个形式的渐近分布, 该分布与冗余参数是渐近无关的, 从而能够对门限变量的估计值构造置信区间; 此外, 还构造了 LR 统计量对门限效应进行检验, 并推导了该检验统计量渐近分布的相关性质。

汉森 (1999) 讨论了如何确定 SETAR 模型中的体制个数, 建议以 SETAR 模型的残差平方和 (SSR) 最小为目标函数进行门限值估计, 门限值的搜索方法使用陈 (1993) 方法。当模型中的体制个数较多的时候, 上述方法的计算量非常大。而白聚山 (Bai, 1997) 以及白聚山和皮隆 (Bai and Perron, 1998) 的结论表明: 如果模型是 3 体制的门限自回归模型, 则第二个门限值的确定是以第一个已搜索到的门限值为条件, 进行第二次搜索。这样即可得到一个与真实门限值一致的门限估计量, 无须在空间 $\gamma_1 \times \gamma_2 \times d$ 上重新搜索, 因而, 采用白聚山和皮隆等建议的方法, 可以节约大量的计算工作量。汉森 (1999) 构造 F 统计量, $F_{ij} = T(SSR_i - SSR_j) / SSR_j$ 对不同体制的门限效应进行显著性检验, SSR_i 表示 i 体制 SETAR 模型的残差平方和。 F_{ij} 可以比较 i 体制 SETAR 模型与 j 体制 SETAR 模型是否存在显著差别, 如 F_{21} 用来比较应该建立线性 AR 模型还是建立 2 体制的 SETAR 模型, 可视为模型的非线性特征检验。汉森并未讨论该统计量的渐



近分布,他建议使用模拟的方法来获取渐近分布的分位数值或用 Bootstrap 有限样本分布的临界值进行检验。此外,斯曲克侯姆和塔斯沃塔 (Strikholm and Teräsvirta, 2006) 提出了一个序贯检验门限自回归模型体制个数的方法,该方法借助平滑转移函数来替代门限自回归模型的指示函数进行回归,再分析模型残差作为因变量时的混合线性检验结果,如果拒绝,则说明存在一个额外的体制,需要重新进行估计,然后重复上述过程直到混合线性检验不再被拒绝;该方法与冈扎罗和皮塔拉基斯 (Gonzalo and Pitarakis, 2002) 以及汉森 (1999) 的思路一致,只不过,后两者选择的分别是用模型的信息准则和 F 统计量来判断 m 与 $m+1$ 个体制的建模方式是否存在显著差别。

1.2.1.3 门限自回归模型在经济领域的应用

门限自回归模型被广泛地应用到经济研究的各个领域。恩德斯和斯科罗斯 (Enders and Siklos, 2001) 用 MTAR 模型和 SETAR 模型研究了美国利率和联邦基金利率之间的协整关系,恩德斯和霍克等 (Enders and Falk et al., 2007) 用 SETAR 模型对美国的 GDP 序列进行了研究。皮凡和斯科特曼等 (Pfann and Schotman et al., 1996) 在条件异方差假定下用 SETAR 模型对美国的利率序列进行建模,发现存在显著的非对称调整效应。梅耶尔和克拉蒙 (Meyer and Cramon Taubadel, 2004) 对门限模型在价格调整领域的研究作了详尽的综述。纳拉延 (Narayan, 2006) 发现美国的股价指数序列是一个含单位根的 SETAR 过程。在汇率的应用方面,泰勒 (Taylor, 2001) 发现,使用线性模型对汇率序列建模研究持续性和均值回复问题会有很大偏倚,建议使用 SETAR 进行建模。贝克和本萨勒姆等 (Bec and Ben Salem et al., 2004) 在研究 SETAR 模型单位根检验的基础上,对欧洲国家的汇率序列进行单位根检验,得到的结论是多数国家的汇率序列能够拒绝单位根过程,是平稳的 3 体制 SETAR 过程。在国内,研究人员应用门限自回归模型进行实证研究的文献在近几年也日渐增加。刘金全和郑挺国等 (2007) 在货币模型框架下,利用恩德斯和斯科罗斯 (2001) 的门限协整方法研究人民币名义汇率与基本因素均衡汇率估计值的偏离,发现均衡汇率偏离具有显著的门限效应。靳晓婷和张晓峒等 (2008) 用人民币对美元名义汇率的差分序列进行了计量研究,通过建立基于不同时间段汇率数据的门限自回归 (SETAR) 模型,发现人民币汇率波动存在门限类型的非线性特征。朱孟楠和尤海波 (2013) 使用门限自回归模型,用月度实际汇率数据检验了人民币对主要贸易伙伴国家和地区



货币是否满足长期购买力平价理论。

1.2.2 单位根检验文献综述

不论是在计量经济学的理论分析还是应用经济学的实证研究中,单位根检验都具有重要意义。格兰杰和纽伯德(1974)通过蒙特卡洛(Monte Carlo)模拟研究表明,两个独立的单位根过程会产生虚假回归问题;纳尔森和普罗瑟(Nelson and Plosser, 1982)用 ADF 方法检验 14 个美国宏观经济数据,发现存在 13 个单位根过程。这些研究结论使得经济序列的平稳性检验成为经济研究人员的一项必备工作。

如果对两个独立的随机过程进行回归发现存在统计意义上的显著关系时,即为虚假回归。菲利普斯(Phillips, 1986)推导出了两个独立的单位根过程进行回归时的几个常用检验统计量的渐近分布,从而从理论上揭示了虚假回归的性质。虚假回归现象让经济研究人员开始重视随机过程序列的单位根检验。单位根检验是对时间序列数据进行深入研究的基础,主流的单位根检验方法有迪基和富勒(Dickey and Fuller, 1979, 1981)提出的 DF 单位根检验和 ADF 单位根检验、菲利普斯(1987)与菲利普斯和皮隆(Phillips and Perron, 1988)提出的 PP 单位根检验等。

无截距项和趋势项的 AR(1) 模型的单位根检验是最基础的一类单位根检验, DF 检验的一般检验式可记为:

$$\Delta X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.3)$$

在国内,张晓峒和攸频(2006)对含截距项和时间趋势项的单位根过程检验中的截距项和时间趋势项进行了研究,推导了估计参数的渐近分布,并研究了其有限样本性质。张凌翔和张晓峒(2009, 2010)分别对单位根过程中的 Wald 统计量和 LM 统计量进行了研究,并得到了它们的渐近分布,研究了这些统计量的有限样本性质。

上述文献是对经典的单位根过程检验方法及性质的研究。皮隆(1989)对纳尔森和普罗瑟(1982)研究的 14 个经济序列重新进行单位根检验,发现因没考虑数据生成过程中的结构突变,导致了单位根检验功效大幅下降。他在序列的数据生成过程中引入结构突变后,得到的结论是真正的单位根过程只有 3 个,这一现象后来被称为“Perron 现象”。皮隆(1989)建立了相对完备的理论体系,成为结构突变单位根研究方法的一个里程碑,把结构突变引入 ADF 单位根检验,从而将结构突变单位根检



验方法带入主流经济学研究领域。皮隆（1990）以及皮隆和沃格桑（Peron and Vogelsang, 1992）在序列存在均值突变的情况下，推导了单位根检验统计量的渐近分布，并对有限样本下的临界值进行了模拟。

在序列含有内生结构突变的单位根检验理论方面，李和斯塔兹茨齐（Lee and Strazicich, 2003）、鲁姆斯丹和帕佩儿（Lumsdaine and Papell, 1997）研究了序列存在内生结构突变点的时候进行单位根检验的问题。他们在皮隆（1989）原假设的基础上做了扩展，提出了含两个内生结构突变点的 LM 单位根检验，若检验结果拒绝原假设，则接受被检验序列为含结构突变的趋势平稳过程。布萨第和泰勒（Busetti and Taylor, 2004）提出了一个新的统计量，并认为这一统计量对未知突变点也有较好的检验效果，且这一统计量还能用于检验由于趋势函数变化导致发生的结构突变，进一步拓宽了结构突变单位根检验的研究范围。

1.2.3 门限自回模型的单位根研究综述

前文所述的经典 ADF 和 PP 单位根检验法，主要是针对线性自回归模型检验式而产生的单位根检验理论，是一类对称单位根检验^①的方法。门限自回归模型的非对称单位根检验，其原假设是单位根过程，而备择假设是平稳门限自回归模型的假设检验。以 SETAR (1, 1, 2) 为例，简化的检验式可写为：

$$\Delta X_t = \begin{cases} \rho_1 X_{t-1} + \varepsilon_t & \text{if } X_{t-1} \in A_1 \\ \rho_2 X_{t-1} + \varepsilon_t & \text{if } X_{t-1} \in A_2 \end{cases} \quad (1.4)$$

当式 (1.4) 中 $\rho_1 = \rho_2$ 成立时，就退化为普通线性单位根检验式 (1.3)。皮朋杰和吉尔灵（Pippenger and Goering, 1993）用 ADF 和 PP 单位根检验法对 TAR 模型进行单位根检验，结论是 ADF 与 PP 检验在 TAR 模型下具有较低的检验功效。巴尔克和姆比（Balke and Fomby, 1997）在研究门限协整问题时，通过模拟得到的结论也是 ADF 和 PP 检验法对 Band-TAR 和 EQ-TAR 的检验功效较低。因此，迫切需要对非线性模型的单位根检验方法进行研究。

恩德斯和格兰杰（1998）最早对 SETAR 模型和 MTAR 模型中的单位

^① 将传统单位根检验法称为对称单位根检验，是相对于非线性模型中的非对称单位根检验而言的。非线性模型如式 (1.4) 中， ρ_1 与 ρ_2 常不相等，表现出了非对称性。刘汉中（2008）认为，这种非对称性会影响传统单位根检验法对非线性模型进行单位根检验的检验功效。