

Iterative Learning Control

An Optimization Paradigm

迭代学习控制

——一种优化方法

〔英〕David H. Owens 著
刘艳红 霍本岩 李超 等译



科学出版社

迭代学习控制：一种优化方法

Iterative Learning Control: An Optimization Paradigm

〔英〕 David H. Owens 著

刘艳红 霍本岩 李超等译

科学出版社

北京

图字：01-2018-8140 号

内 容 简 介

本书主要介绍范数优化迭代学习控制的基本理论和最新进展。全书内容分 14 章，系统地介绍了迭代学习控制的基本思想和理论体系，并对基于逆模型的迭代学习控制、范数优化迭代学习控制、参数优化迭代学习控制、基于逐次投影的迭代学习控制等迭代学习控制的最新研究成果进行了详细的阐述。本书也是 Owens 院士关于其在优化迭代学习领域中长期的研究结果的凝练和总结。

本书可作为高等院校控制理论及其应用等专业的研究生教材和教学参考用书，也可供相关领域科研工作者和工程技术人员参考使用。

First published in English under the title
Iterative Learning Control: An Optimization Paradigm
by David H. Owens
Copyright © Springer-Verlag London, 2016
This edition has been translated and published under licence from
Springer-Verlag London Ltd., part of Springer Nature.

图书在版编目(CIP)数据

迭代学习控制：一种优化方法/(英)戴维·欧文斯(David H. Owens)著；
刘艳红等译. —北京：科学出版社，2018.12

书名原文：Iterative Learning Control: An Optimization Paradigm

ISBN 978-7-03-060098-1

I. ①迭… II. ①戴… ②刘… III. ①学习系统-迭代计算 IV. ①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 285773 号

责任编辑：刘信力 张晓云 / 责任校对：彭珍珍

责任印制：吴兆东 / 封面设计：无极书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京建宏印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018 年 12 月第 一 版 开本：720 × 1000 B5

2018 年 12 月第一次印刷 印张：24 3/4

字数：469 000

定价：198.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

后 记

感谢我的妻子 Rose 在本书写作过程中给予的耐心和支持

译者序

迭代学习控制适合于具有重复运行特性的被控对象,它以简单的方式和较少的先验知识处理高度不确定复杂动态系统的控制问题,实现被控对象在有限时间区间内对给定期望轨迹的快速跟踪,在智能机器人、化工过程等领域中有广泛的应用。

David Owens 院士长期从事迭代学习控制领域的研究工作。他开创性地提出了范数优化的迭代学习控制概念,在迭代学习控制中引入参数优化的思想;建立了基于滚动时域原理的预测、范数优化迭代学习控制方法,将当前和预测的未来迭代输入进行凸组合,保证迭代学习控制的单调收敛性;他提出了基于重复和多通道过程的有效建模、分析和设计工具,研究了逆模型迭代学习控制方法,进行了稳定性、收敛性和鲁棒性分析。他还提出了单参数和多参数最优迭代学习控制的基本思想,解决了非线性离散时间迭代学习控制问题。

本书是 Owens 院士对在迭代学习控制领域所取得的研究成果的归纳、总结、凝练和提升,详细阐述了范数优化迭代学习控制的基本理论和最新进展。全书内容分为 14 章。第 1 章介绍迭代学习控制的基本思想、特点和存在的问题等;第 2 章介绍相关的数学预备知识,包括矩阵基本理论、巴拿赫 (Banach) 空间和希尔伯特 (Hilbert) 空间的相关知识、优化控制等;第 3 章主要介绍连续动态系统和离散状态系统的状态空间模型,逆系统、连续线性系统的二次优化控制等;第 4 章主要包括超向量和矩阵模型、线性离散系统的可逆性和二次优化控制等;第 5 章给出迭代学习控制的问题描述、迭代学习的收敛性和鲁棒性等;第 6 章主要讨论基于逆模型算法的迭代学习控制;第 7 章和第 8 章分别考虑单调性和梯度算法、基于逆模型和梯度法相结合的迭代学习控制;第 9 章和第 10 章分别研究范数优化迭代学习控制和扩展的范数优化迭代学习控制;第 11 章和第 12 章分别讨论迭代和辅助优化以及基于逐次投影的迭代学习控制;第 13 章主要讨论迭代学习控制中的算法加速问题和基于参数集的陷波算法;最后,第 14 章介绍参数优化迭代学习控制等。

本书可作为控制科学与工程领域的科研工作者、工程技术人员、高等学校的教师和研究生的教科书或参考书,也适用于机械工程和应用数学专业的研究生和科研人员。

参加本书翻译工作的有刘艳红(翻译丛书序、前言、致谢、第 11 章和第 14 章)、霍本岩(翻译第 5~10 章)、李超(翻译第 1~4 章)、楚冰(翻译第 12 章和第 13 章)。

全书由刘艳红负责统稿和审校。

鉴于译者水平有限，难免有不妥之处，敬请广大读者批评指正。

译者序

刘艳红
郑州大学

本书是作者多年从事《马克思主义基本原理》课程的教学和科研工作的结晶。在编写过程中，参考了国内外许多优秀的教材和有关文献，力求做到概念准确、重点突出、层次分明、语言简洁。本书可作为高等院校哲学社会科学专业及相关专业本科生的教材，也可供从事马克思主义理论研究的学者参考。

本书在编写过程中，得到了许多同仁的帮助和支持。在编写过程中，参考了国内外许多优秀的教材和有关文献，力求做到概念准确、重点突出、层次分明、语言简洁。本书可作为高等院校哲学社会科学专业及相关专业本科生的教材，也可供从事马克思主义理论研究的学者参考。

本书在编写过程中，得到了许多同仁的帮助和支持。在编写过程中，参考了国内外许多优秀的教材和有关文献，力求做到概念准确、重点突出、层次分明、语言简洁。本书可作为高等院校哲学社会科学专业及相关专业本科生的教材，也可供从事马克思主义理论研究的学者参考。

本书在编写过程中，得到了许多同仁的帮助和支持。在编写过程中，参考了国内外许多优秀的教材和有关文献，力求做到概念准确、重点突出、层次分明、语言简洁。本书可作为高等院校哲学社会科学专业及相关专业本科生的教材，也可供从事马克思主义理论研究的学者参考。

本书在编写过程中，得到了许多同仁的帮助和支持。在编写过程中，参考了国内外许多优秀的教材和有关文献，力求做到概念准确、重点突出、层次分明、语言简洁。本书可作为高等院校哲学社会科学专业及相关专业本科生的教材，也可供从事马克思主义理论研究的学者参考。

丛 书 序

“工业控制系列丛书”的目的是展示和鼓励技术在控制工程中的应用。控制技术的迅速发展对控制学科各个领域产生了影响产生了一系列新思想,新理论,新的控制器、执行器和传感器,新的工业过程和计算方法,新应用,也带来了新的挑战。本丛书内容主要来自工业报告、可行性研究报告和先进合作项目报告,为最新研究成果更广泛迅速的传播提供了机会。

20 世纪 80 年代,“新兴技术”是许多会议和控制文献的主题。模糊逻辑控制、遗传算法、迭代学习控制等技术只是众多研究中的分支。由于技术革命的发展以及制造过程中大规模引入重复机械臂,如车身喷漆过程中机器人的重复喷漆动作,因此迭代学习控制引起了研究人员的关注。但过了几年才出现迭代学习控制的专著,包括“工业控制系列丛书”中的 Kevin L. Moore 的一本开创性专著:《确定性系统的迭代学习控制》(ISBN 978-1-4471-1914-2, 1992)。

近年来,David Owens 教授研究了重复动态系统的建模和分析问题,并激发了该领域的研究工作。Owens 教授的研究工作源于对井下采煤机的控制,并形成了“多程过程”理论,该理论于 1976 年被提出,并被 John Edwards 教授应用到多个领域。Owens 教授与 Eric Rogers 教授等合作在重复控制系统研究中取得了突出成果。1996 年之后,他的研究工作集中在迭代学习控制领域。

Owens 教授开创性地将优化引入迭代学习控制,提出了“范数优化迭代学习控制”(NOILC)。目前该研究已经成熟,“工业控制系列丛书”的有幸出版完全基于优化的理论专著:《迭代学习控制:一种优化方法》。

20 世纪 70 年代,控制工程和工程专业的研究生们都在阅读基于泛函分析的控制等相关文献,E.K. Blum 的《变分法、泛函分析和最优控制问题》(1967),J.M. Ortega 和 W.C. Rheinboldt 的《泛函分析与数值数学》(1970),R.F. Curtain 和 A.J. Prichard 的《现代应用数学中的泛函分析》(1977) 都是其中经典的教科书。

泛函分析的优势在于对一般问题的描述、分析和解决方法的抽象。Owens 教授在本书中充分运用该思想,提出了新的基于迭代学习控制的优化范式。鉴于此,在第 1 章绪论部分之后,第 2 章“数学方法”中介绍了 Banach 空间、Hilbert 空间和实 Hilbert 空间上的泛函分析知识;第 3 章和第 4 章分别介绍了连续和离散状态空间模型和矩阵模型;从第 5 章开始介绍迭代学习控制,并一直延续到第 11 章。

该书首先给出迭代学习控制相关概念和算法的一般描述,这些章节凸显了泛函分析的强大分析功能。该书内容自我完备,适用于迭代学习控制领域的研究人员和

工程师,也适用于机械工程、控制工程和应用数学专业的研究生和科研人员。Owens 教授的专著是对下面两本先进“工业控制系列丛书”中关于迭代学习控制著作的有益补充:

[1] Jian-Xin Xu, Sanjib K. Panda, Tong H. Lee. Real-time Iterative Learning Control. ISBN 978-1-84882-174-3, 2009.

[2] Danwei Wang, Yongqiang Ye, Bin Zhang. Practical Iterative Learning Control with Frequency Domain Design and Sampled Data Implementation. ISBN 978-981-4585-59-0, 2014.

作者简介:

Owens 教授有长达 48 年的学术和工程研究经历。他是埃克塞特大学工程与计算机科学学院院长 (1990—1999), 斯特拉斯克莱德大学机械工程系主任 (1985—1990), 谢菲尔德大学自动控制与系统工程系主任 (1999—2008) 和工程学院院长 (2002—2006)。自 2009 年起,他是谢菲尔德大学自动控制与系统工程系的名誉教授。Owens 教授是南安普顿大学客座教授、意大利理工学院访问研究员。Owens 教授是英国皇家工程院院士、工程技术学会 (IET) 会士、机械工程学会 (IMechE) 会士。

Michael J. Grimble

Michael A. Johnson

前 言

控制理论和控制系统设计已有六十多年的历史,所涉及的范围非常广泛,其中许多研究内容与控制工程实践、教育和培训有关。迭代学习控制(ILC)是控制理论 and 应用研究的一个重要分支,在过去三十年中得到了广泛关注。如果要求系统在有限的时间间隔 $[0, T]$ 内准确地完成给定的跟踪任务,且控制精度超过反馈控制的实际能力,则传统的反馈手段无法实现控制目标,但有可能采用迭代学习控制满足控制要求,条件是要完成的任务能够重复一定次数,最初几次基于迭代学习控制的误差在可接受的范围内(虽然可能比较大),且重复执行过程中的跟踪误差、输入和其他需要的信号能够被测量和存储。

制造机器人、康复机器人、汽车及相关工业中的机械零部件检测和装配系统等均具有上述特征。在汽车制造领域,需要利用实验测试装置检测整个汽车的性能以满足实际道路运行的要求。迭代控制可用于描述系统行为的重复性和控制要求。“迭代”这个术语常出现在数值分析中,指通过一系列重复计算减小代数方程组的解的误差。“重复控制”没有被领域内的研究人员采用,原因在于它曾被用于描述对周期已知的周期性参考信号的跟踪控制问题。

迭代学习控制是控制理论和控制系统的一个分支,但与其他传统控制方法不同,它要求同时给出迭代次数和运行时间,即需要用到信号 f 在第 k 次迭代时 t 时刻的值 $f_k(t)$,所以控制问题也有两个相互独立的变量 (t, k) 。除了需要在每一次迭代过程中进行有效的控制(可以在 $[0, T]$ 上采用传统控制性能指标进行描述),还需要在 $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ 次逐次迭代中满足控制性能要求,且通过一次次迭代提高系统性能。迭代学习控制的最终目标是满足高精度跟踪控制需求,当 k 趋于无穷时能够实现完美跟踪,甚至当存在建模误差时系统依然具有高精度跟踪性能。

实现完美跟踪的机制在于在一次次迭代中改变数据,该过程类似于从经验中学习,故迭代学习控制因此而得名。迭代学习控制就是设计控制算法在 t 时刻产生第 k 次迭代输入信号 $u_k(t)$,使得在 $t \in [0, T]$ 时间内的跟踪性能得到提高。具体地,迭代学习控制的设计目标为以下几方面:

- (1) 在每次迭代过程中系统稳定。
- (2) 当 $k \rightarrow \infty$ 时,跟踪误差渐近收敛到零。
- (3) 迭代过程中跟踪误差满足:
 - (a) 有限次迭代后跟踪误差有效减小;

(b) 存在模型误差时具有可接受的收敛性和动态性能。

(4) 算法先进, 形式简单, 便于实现。

与传统的控制理论类似, 迭代学习控制理论的研究内容非常丰富, 包括反馈和前馈、输出反馈和状态反馈、时域和频域设计、自适应和预测算法、优化控制等, 控制对象包括线性、非线性、混杂系统等。本书不可能涵盖所有内容, 而且很多问题目前还没有完善的分析和控制方案。因此, 本书仅讨论目前迭代学习控制体系中的一个特定分支, 为研究人员、学生和工程人员提供一套完整的理论和方法, 并对现有的研究成果、算法进行有效的补充。

本书重点讨论线性系统的迭代学习控制框架, 其中算法与线性化方法结合可以应用到一些非线性系统中。由于主要的控制目标是在迭代过程中减小跟踪误差, 因此本书将优化作为算法设计工具。本书内容涵盖单输入单输出系统 (SISO) 和多输入多输出系统 (MIMO)、连续和离散状态空间系统。因为对离散系统更容易阐述和迭代学习控制理论和算法, 并且目前多采用数字控制完成控制算法的软硬件实现, 所以本书将更多地讨论离散系统。事实上, 如果把采样频率设为无穷大, 则连续时间系统也可视为离散系统。为了处理连续时间系统, 本书需要增加很多复杂的数学推导。此外, 本书包含了很多“无穷维”内容, 但作者认为理解和应用迭代学习控制思想并不需要掌握这些内容。

本书采用优化作为设计框架, 因为在没有模型误差时将利用优化证明从 k 次迭代到 $k+1$ 次迭代时跟踪误差时间序列的范数单调减小。单调减小有多种解释, 最简单的一种是跟踪误差“能量”的减小, 而能量与均方差范数直接相关。鉴于此, 本书在第 1 章中除了介绍迭代学习控制理论和应用的发展过程, 也阐述了关于能量的相关结论和设计思路。具体地, 本书包括以下内容。

(1) 虽然算法设计往往依赖于模型, 但利用算子描述系统并将输入输出和其他信号作为适当的 Hilbert 空间的元素对算法构造、特性分析会很便利, 如利用传递函数描述线性系统。为了读者学习方便, 本书用一章内容阐述有关的数学方法, 包括 Hilbert 空间算子的主要特性、信号的几何描述及它们之间的关系、离散时间状态空间模型及 (矩阵) 超向量描述。

(2) 许多思想和算法有广泛的应用。本书利用算子理论给出了迭代学习控制的概述、问题描述, 根据在 Hilbert 空间 $\mathcal{Y}$ 上 $e_{k+1} = Le_k$, $k \geq 0$ 的迭代关系, 建立了解序列 $\{e_k\}_{k \geq 0}$ 的收敛性与算子 $L: \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{Y}$ 的谱的联系。可以看到, 如果 $\mathcal{Y}$ 是有限维的, 相关结论与矩阵理论类似, 但当 $\mathcal{Y}$ 是无限维时, 问题要复杂得多。由于本书以优化为目的, 所以仅讨论了 L 自伴时的解序列收敛性与算子的谱之间的关系, 这对分析连续时间系统非常重要。

(3) 尽管不直接与优化概念相关, 本书仍较为详细地阐述了逆模型算法, 该方

法在系统算子存在左逆或者右逆的条件下给出了一系列迭代控制算法,以保证误差按照一定速度单调收敛,且收敛速度可以用单增益参数给出。该结论有其应用价值,但对后续优化方法其意义在于能够完成鲁棒性能分析。本书将讨论存在正实乘子模型误差时算法的鲁棒性。当系统为离散时间状态空间模型时,相关结论可以转换到频域。在本书的最后,读者会发现,经过适当修正,这些鲁棒性分析结果可以应用到本书很多算法。

(4) 受常见数值优化方法的启发,在迭代学习控制优化框架方面,本书首先考虑梯度或最速下降算法,因为梯度可以用伴随算子自然地加以描述,而且与优化控制理论中的协态方程有关。本书给出了算法分析及鲁棒性能分析,对离散状态空间系统,这些算法也具有频域形式。

(5) 本书的核心章节给出了范数优化迭代学习控制(NOILC)的基本概念。NOILC算法与线性二次型最优控制理论密切相关,需要最小化一系列二次目标函数。对离散状态空间系统,基于时变矩阵 Riccati 方程的解,NOILC 算法可以采用前馈或者反馈的形式予以实现。本书给出的是一种基准算法,因为虽然算法的收敛速度受误差和输入间的权重影响,但总是误差单调收敛。此外,本书利用频域特征值/奇异值分析和近似特征向量更深入地剖析了算法的特性。由于 NOILC 算法既是一种下降算法,也是对逆过程的近似,因此该算法的鲁棒性能分析与逆模型和梯度相关。

(6) 通过对 NOILC 算法进行扩展,阐述了算法的优势和算子描述方法的应用,包括内点控制问题、多速率采样问题和初始条件变化问题。基于多任务算法将这些控制问题统一成波动问题。所有波动问题都可以用 NOILC 进行研究,但将算子转化为状态空间方程时的形式有所不同。

(7) 通过考虑下面问题提高算法性能:

(a) 寻找跟踪问题的解,同时最小化附加目标函数;

(b) 通过多模型提高收敛速度,在多模型中同时考虑优化问题和误差预测,即采用预测范数优化迭代学习控制算法。对状态空间系统,基于 Riccati 矩阵方程的解,该算法可以以前馈或反馈方式予以实现。

在以上所有问题中,鲁棒性能分析理论均与逆模型和梯度算法类似。

(8) 尽管 NOILC 算法比较理想,但在收敛性证明中不能给出收敛速度的所有信息,特别地,对非最小相位离散状态空间系统,由于系统的逆不稳定,逆模型控制在实际应用时存在问题。对梯度和 NOILC 算法,则存在高原/平地效应(plateauing/flatlining effect),即误差范数经过一段时间的快速衰减后,在很长一段时间内收敛速度极度缓慢(表现为误差和误差范数的无限小的变化),对实际系统这是不可接受的。因为虽然算法在理论上收敛,但不能在有限次迭代后实现准确跟踪。本书证明了该现象与时间区间长度及初始误差 e_0 的结构有关。

(9) 算子方法虽然强大, 但不方便考虑约束问题。逐次投影方法给出了解决方案。逐次投影方法与 NOILC 算法相比, 由于其基于在闭凸集上的投影, 因此可以考虑多种凸约束问题, 无论是关于输入输出的约束还是关于辅助变量的约束目标。利用外推机制, 该方法在几何上被应用于建立加速算法。在“操作员介入的‘迭代管理’”一节中给出了逐次投影算法的一种有趣解释, 迭代学习控制不作为自动控制算法, 而是为人们监管迭代过程提供决策支持。

(10) 本书给出的新的陷波算法可以进一步解释逐次投影。陷波算法需要逐次投影到由修正后的系统动态定义的集合上。修正动态基于 σ^2 的参数化系统, 与误差到该参数的谱成分的近似湮没特性有关。通过在迭代过程中改变 σ^2 , 谱中的不同成分大幅减少, 使得收敛速度加快, 整个过程与近似逆算法类似。如果 σ^2 的选择不受限制, 算法的鲁棒性将降低。

(11) 本书最后一章讨论参数优化迭代学习控制(POILC), 该算法将对输入信号的优化变为对仅包含已知误差数据和有限个自由参数的线性输入更新方程中的参数的优化, 从而降低优化问题的维数, 并利用公式或离线计算定义需要的参数。当参数数量非常多时, 该方法与 NOILC 密切相关。该算法通常具有单调范数误差衰减特性, 且控制器实现和相关计算都比较简单。虽然算法中的参数可以任意选择, 但可参考前面章节中对逆、梯度和范数优化器的近似。逆模型和其他情形的研究表明, 在增益较小且正实的条件下, 该算法具有鲁棒性。

本书尽量以讲故事的方式组织相关内容, 而不是论述研究思想的发展过程。本书的宗旨是让读者理解相关算法的思想并为自己的学习、研究和应用提供帮助。本书包含很多章节, 希望读者能快速找到自己感兴趣的内容。此外, 关于本书作者有以下说明:

(1) 尽管本书的内容建立在优化概念的基础上, 但书中很多内容和算法在文献中并未出现过。即使某些已经公开发表过的算法, 本书也更详细地分析了算法的特性, 并纳入了以往没有发表过的鲁棒性能分析。

(2) 本书尽量保持符号的一致性, 但必须面对有限多个字符及大量使用的上下标。例如, 下标 y_j 一般表示在第 j 次迭代时的信号, 但也可能表示列矩阵 y 的第 j 个元素。根据上下文, 读者可以理解符号的正确含义。

(3) 本书大部分内容具有实际应用背景, 但也有部分内容是科学研究的需要。虽然实验结果验证了这些方法的有效性, 某些结果也得到了工业的实际验证, 但必须指出, 真实的物理系统中总存在理论研究中没有考虑的问题, 包括严重的非线性、大量噪声、不可重复/不可预测的干扰、时变参数等, 我们不可能一一列出。此外, 不理想的实验装置中的硬件结构、系统动态、参数选择、参考信号的混合等加强算法、敏感性的问题也需要考虑。所以, 读者在使用本书的思想和方法时需要考

虑要研究的实际系统。作者尽力使本书的内容准确、易于理解，也相信本书所提出的方法兼具理论研究和工程应用价值，但对使用这些方法所带来的不确定后果不承担责任。

David H. Owens

2015 年 4 月

致 谢

作者感谢在本书写作过程中发挥作用的学生和同事。作者对物理工程系统中重复控制的兴趣源自他职业生涯早期在采矿系统的多程过程研究与英国谢菲尔德大学控制工程系约翰·爱德华兹教授的合作。

南安普顿大学 Eric Rogers 教授是研究多程/重复系统的许多研究生中的第一个，他的工作为长期的、卓有成效的合作研究奠定了基础。在过去二十二年中，超过十四名研究生对迭代控制研究做出了贡献。特别需要提到的是 Notker Amann 博士（他在范数最优迭代学习控制初期起到了作用），楚冰博士（他在发展逐次投影中起了作用）和 Kevin Feng 博士（他参与了参数优化迭代学习控制的初期研究）。

其他做出重要贡献的资深研究人员包括 Jari Hätonen，他与南安普敦大学的 Steve Daley 教授、Paul Lewin 教授、Chris Freeman 博士和楚冰博士的合作既有价值又令人愉快，尤其是在机械系统测试、工业机器人和康复机器人的应用研究中。

作者是谢菲尔德大学自动控制与系统工程系的名誉教授、南安普敦大学电子与计算机科学的客座教授、意大利理工学院机器人学研究所的访问研究员。感谢这些机构在本书写作过程中提供的研究经费及差旅等方面的支持。

最后，每个研究者都有自己的榜样和导师。感谢 Brian Knowles 教授、David Mayne 院士及已故的 Jan Willems 教授帮助我走上科研道路，告诉我什么是科研，应该怎么做科研。

目 录

译者序

丛书序

前言

致谢

第 1 章 绪论	1
1.1 控制系统、模型和算法	1
1.2 重复和迭代	2
1.2.1 周期性参考信号	3
1.2.2 重复控制和多通道系统	3
1.2.3 迭代学习控制	4
1.3 迭代的动态特性: 概念回顾	7
1.4 预备知识的需求	9
1.4.1 数学知识综述	10
1.4.2 算法的概念基础	11
1.5 讨论和扩展阅读	12
第 2 章 数学方法	14
2.1 矩阵元素的理论	14
2.2 二次最优和二次型	21
2.2.1 配方	21
2.2.2 奇异值、拉格朗日方法和矩阵范数	22
2.3 Banach 空间、算子、范数和收敛序列	23
2.3.1 向量空间	23
2.3.2 范数空间	25
2.3.3 收敛性、闭包、完备性和 Banach 空间	26
2.3.4 线性算子和稠密子集	27
2.4 Hilbert 空间	30
2.4.1 内积和范数	30
2.4.2 范数和弱收敛	31
2.4.3 Hilbert 空间上的伴随和自伴随算子	33
2.5 实 Hilbert 空间、凸集和投影	38

2.6 Hilbert 空间上的最优控制	40
2.6.1 通过配方法证明	41
2.6.2 使用映射定理证明	42
2.6.3 讨论	43
2.7 进一步讨论和参考书目	44
第 3 章 状态空间模型	45
3.1 连续状态空间系统模型	46
3.1.1 状态方程的解	47
3.1.2 卷积算子和脉冲响应	48
3.1.3 系统作为函数空间之间的算子	48
3.2 拉普拉斯变换	49
3.3 传递函数矩阵、极点、零点和相对阶	50
3.4 系统的频率响应	51
3.5 离散时间、采样数据状态空间模型	52
3.5.1 用差分方程表示的状态空间模型	52
3.5.2 线性离散时间状态方程的解	53
3.5.3 离散卷积算子和离散冲激响应序列	54
3.6 $\mathcal{Z}$ -变换和离散传递函数矩阵	55
3.6.1 离散传递函数矩阵、极点、零点和相对阶	56
3.6.2 离散系统的频域响应	57
3.7 多速率离散时间系统	57
3.8 能控性、能观性、最小实现和极点配置	58
3.9 逆系统	59
3.9.1 $m = \ell$ 、零点和 ν^* 的情况	59
3.9.2 当 $m \neq \ell$ 时的左逆和右逆	61
3.10 线性连续系统的二次最优控制	62
3.10.1 相关算子和空间	63
3.10.2 伴随算子的计算	64
3.10.3 两点边值问题	66
3.10.4 Riccati 方程和状态前馈加反馈的描述	67
3.10.5 另一种 Riccati 描述	69
3.11 扩展阅读和参考书目	70
第 4 章 矩阵模型、超向量和离散系统	72
4.1 超向量和矩阵模型	72
4.2 串联和并联代数	73

4.3	转置系统和时间反转	74
4.4	可逆性、值域和相对阶	75
4.4.1	相对阶、核和 G 的值域	76
4.4.2	G 的值域和解耦理论	77
4.5	值域、核及逆系统的使用	79
4.5.1	逆的划分	80
4.5.2	$P^{-1}(z)$ 的保稳定性	81
4.6	值域、核和 $\mathcal{C}^*$ 规范型	82
4.6.1	使用状态反馈和输出注入的分解	82
4.6.2	$\mathcal{C}^*$ 规范型	83
4.6.3	一致秩系统的特殊情况	85
4.7	线性离散系统的二次最优控制	86
4.7.1	伴随和离散两点边界值问题	87
4.7.2	状态反馈/前馈解	88
4.8	频域关系	89
4.8.1	有限区间的边界范数	90
4.8.2	用频率响应计算范数	91
4.8.3	二次型和正实传递函数矩阵	92
4.8.4	依赖频率的下界	94
4.9	讨论和扩展阅读	97
第 5 章	迭代学习控制的构建	99
5.1	设计问题的抽象构建	99
5.1.1	设计问题	99
5.1.2	输入和误差更新公式: 线性系统	102
5.1.3	鲁棒性和不确定模型	103
5.2	线性迭代收敛的一般性条件	106
5.2.1	谱半径和范数条件	107
5.2.2	无限维空间内 $r(L) = \ L\ = 1$ 和 $L = L^*$ 的情况	109
5.2.3	松弛条件、收敛性和鲁棒性	111
5.2.4	特征值分析	114
5.2.5	特征值和特征函数的计算方法	115
5.3	鲁棒性、正定性和逆系统	117
5.4	讨论和扩展阅读	119
第 6 章	逆模型控制算法	121
6.1	逆模型控制: 基本算法	121