

GONGKE SHUXUE FENXI

工科数学分析

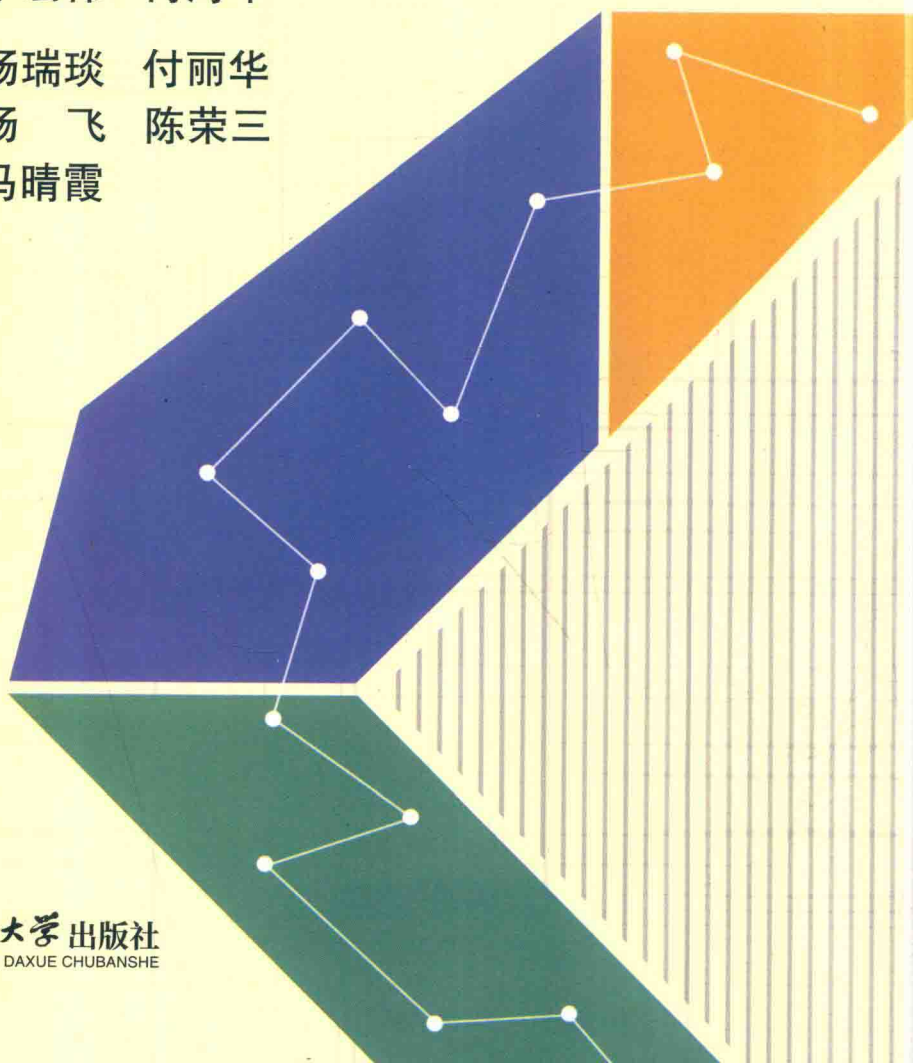
第二版 上册

主 编：李宏伟 肖海军

副主编：杨瑞琰 付丽华

杨 飞 陈荣三

马晴霞



中国地质大学出版社
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE

工科数学分析

GONGKE SHUXUE FENXI

第二版 上册

主 编：李宏伟 肖海军

副主编：杨瑞琰 付丽华

杨 飞 陈荣三

马晴霞



中国地质大学出版社

ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

工科数学分析(上册)/李宏伟,肖海军主编. —2版. 武汉:中国地质大学出版社, 2018.12

ISBN 978-7-5625-4295-7

I. ①工…

II. ①李…②肖…

III. ①数学分析-高等学校-教材

IV. ①O17

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 169031 号

工科数学分析 第二版 上册

李宏伟 肖海军 主 编
杨瑞琰 付丽华 杨 飞 副主编
陈荣三 马晴霞

责任编辑:王凤林 郑济飞 策划编辑:毕克成 段连秀 郑济飞 责任校对:彭钰会

出版发行:中国地质大学出版社(武汉市洪山区鲁磨路 388 号) 邮政编码:430074
电 话:(027)67883511 传真:(027)67883580 E-mail:cbb@cug.edu.cn
经 销:全国新华书店 http://cugp.cug.edu.cn

开本:787 毫米×960 毫米 1/16 字数:510 千字 印张:25.75
版次:2010 年 9 月第 1 版 2018 年 12 月第 2 版 印次:2018 年 12 月第 5 次印刷
印刷:武汉市籍缘印刷厂 印数:13 001—17 000 册

ISBN 978-7-5625-4295-7

定价:56.00 元

如有印装质量问题请与印刷厂联系调换

第二版前言

《工科数学分析》第一版出版至今已有八年,一直作为高等数学 A 课程的教材在我校使用。根据作者在多年教学实践中的体会和学生提出的问题与建议,充分采纳使用过本书的同行专家所提出的宝贵意见,并借鉴国内外同类教材的成功经验,这次修订再版对第一版的部分内容进行了增补、删减和修改,以便更好地适应高等数学教学的需要。

这次修订,我们主要进行了以下工作:

(1)在保持本书第一版的优点和特色的基础上,继续坚持改革,反复锤炼,以使教材更好地反映国内外高等数学课程改革的新成果,体现高等数学课程教学的新理念。

(2)对一些章节的内容进行了修订,使之更通俗易懂。由于很多专业在开设高等数学课程的同时,已经开设了线性代数课程,所以第二版删去了关于行列式简介的附录。

(3)对全书例题进行了全面梳理,替换了部分例题,以使例题能更好地与知识内容衔接。

(4)对全书的习题进行了调整,包括替换、增加、删减和调整次序,对习题答案进行了全面订正,并对第一版未给出答案和提示的习题进行了补充。

(5)对全书内容进行了全面勘误,包括文字内容、数学符号、公式表达、图表等的修正。

由于第一版的部分作者退休等原因,本次修订的编者有部分调整。第二版上册由陈荣三(第一章)、杨瑞琰(第二章)、肖海军(第三章)、付丽华(第四章)、杨飞(第五章)、马晴霞(第六章、附录一及附录二)、李宏伟(第七章)修订,李宏伟、肖海军统稿。下册由刘安平(第八章)、罗文强(第九章)、李星(第十章)、黄刚(第十一章)、黄精华(第十二章)、刘鲁文(第十三章)、郭万里(第十四章、第十五章)修订,刘安平、罗文强统稿。本书第二版得到了中国地质大学出版社的大力支持,王凤林、郑济飞编辑为修订工作付出了辛勤的劳动,我们在此表示真诚的感谢!

由于作者水平所限,新版虽经反复修改,但仍会有不少缺点和疏漏,恳请同行专家和广大读者批评指正!

编者

2018年10月

第一版前言

随着信息科学与计算技术的发展,数学课程在理论和应用两方面的重要性越来越突出,同时使得一些专业对数学基础课程在内容的深度和广度上都提出了更高的要求.目前出版的《数学分析》教材,大多数是为数学类本科专业编写的.而信息科学、计算机科学与技术、通信工程、系统工程、软件工程、地理信息系统、地质工程等有关本科专业,它们对于数学分析的内容和方法的要求及教学时数都不同于数学类本科专业.因此,本书是为这些专业的数学基础课程编写的.

本书是以教育部工科数学课程指导委员会颁布的高等工科院校本科《高等数学课程教学基本要求》为纲,在多年开设工科数学分析课程的基础上,广泛吸取国内外知名大学的教学经验而编写的《工科数学分析》课程教材.它是一门重要的基础理论必修课,不仅包含了一般理工科“高等数学”的全部内容,而且加强和拓宽了微积分的理论基础,注重无穷小分析思想的应用,在数学逻辑性、严谨性及抽象性方面也有一定的要求和训练.

本书可作为理工科院校对数学要求较高的非数学类专业本科生教材,但如果略去理论性较强的部分和带*号的内容,其他专业也可以使用.

编写本书的宗旨是:①通过这门课的学习,使学生系统地获得一元与多元微积分及其应用、向量代数与空间解析几何、无穷级数与常微分方程等方面的基本概念、基本理论、基本方法和运算技能,为学习后续课程和知识的自我更新奠定必要的数学基础;②在传授知识的同时,培养学生比较熟练的运算能力、抽象思维和形象思维能力、逻辑推理能力、自主学习能力以及一定的数学建模能力,正确领会一些重要的数学思想方法,使学生受到用数学分析的基本概念、理论、方法解决几何、物理及其他实际问题的初步训练,以提高抽象概括问题的能力和应用数学知识分析解决实际问题的能力.

本书在体现教材内容的深度和广度方面有一定拓宽、加强,在课程体系方面有一些改革与创新,在内容详略和增减、编写次序等方面有所变动与革新,特说明如下:

1. 本教材的课堂教学时数(包括习题课)为170~210学时.以篇、章、节为单位编写,全书上、下册共分三篇十五章.带*号的内容为选学内容,教师可根据专业需要和教学时数选择讲授内容或者安排学生自学.

2. 本教材拓宽和加强了数学基础.在实数完备性基础上讲解极限理论,增加了

关于实数基本理论、一致连续、一致收敛、函数可积性、矢量分析和含参变量积分的内容,以加强对学生的逻辑思维训练。

3. 在结构上进行了精心编排和重组,本书内容按照向量代数与空间解析几何、一元函数微积分学、级数理论、多元函数微积分学、常微分方程的顺序进行编写。

4. 由于本教材不仅包含了一般“高等数学”的全部内容,而且拓宽和加强了数学基础,因此篇幅会有所扩大,编写者采用了集中表达、有所偏重(主要篇幅用于典型情况,类似情况简单交待)、简化(如排除完全类似的证明)等手段尽量做到精炼。

5. 本教材在加强高等数学内容中一些重要的数学思想方法和实际应用方面做了一些尝试,对现行教材中的例题和习题作了较大变更和调整,加深、扩大了应用实例和习题的范围.通过典型例题的介绍突出数学思想方法的讲解;配以相应习题,加强应用数学能力的训练,培养学生运用高等数学的思想方法和思维方式解决实际问题能力。

6. 关于习题的配置:本教材每节及每章后均配有一定数量的习题,任课教师可从中酌情选择布置学生练习.所配习题力争做到反映各节内容的基本要求,并在一般高等数学的基础上有所加深。

每节的习题分为 A、B 两类:A 类为基本练习,其中第一题一般为思考题或讨论题,用于巩固基础知识和基本技能;B 类为加深和拓宽练习,用于扩大视野和熟练技巧。

每章配总习题,这部分习题综合性较强,既反映基本内容又有一定难度,增加一些考研的习题,题型多样,供学生综合练习和复习使用。

书末附有习题和总习题的答案与提示。

7. 本教材附有常用曲线、行列式和积分表的附录,以备教师和学生查阅。

8. 本教材中所有外国人名均用英文表示(如泰勒公式写为 Taylor 公式、洛必达法则写为 L'Hospital 法则等等)。

本书上册由朱小宁(第一、二章及附录一)、赵晶(第三章)、张益群(第四章)、韩世勤(第五章)、马晴霞(第六章、附录二及附录三)、李宏伟(第七章)编写,赵晶、李宏伟统稿.下册由刘安平(第八章)、刘小雅(第九章)、李星(第十章)、吴振远(第十一、十二章)、刘鲁文(第十三章)、彭放(第十四、十五章)编写,彭放统稿.我们在编写出版过程中得到了中国地质大学数理学院领导和教师的大力支持与帮助.段连秀编辑为本书的出版付出了辛勤的劳动,谨在此向他们表示衷心的感谢。

在此次编写过程中参考了大量的有关教材,其中对本书影响较大的书目均列在书后的参考文献中,但由于编者水平所限,不足和疏漏之处在所难免,恳请读者和专家学者批评指正。

编者

2010年9月

目 录

上篇 向量代数与空间解析几何

第 1 章 向量代数	(1)
1.1 向量及其线性运算	(1)
1.1.1 向量概念	(1)
1.1.2 向量的线性运算	(2)
1.1.3 空间直角坐标系	(6)
1.1.4 向量的坐标表示	(8)
1.1.5 向量的模、方向角	(10)
习题 1.1	(12)
1.2 数量积、向量积、混合积	(13)
1.2.1 两向量的数量积	(13)
1.2.2 两向量的向量积	(15)
1.2.3 向量的混合积	(17)
* 1.2.4 二重向量积	(18)
习题 1.2	(20)
总习题 1	(21)
第 2 章 空间解析几何	(24)
2.1 平面与直线	(24)
2.1.1 平面方程	(24)
2.1.2 直线方程	(27)
习题 2.1	(29)
2.2 关于直线与平面的基本问题	(30)

2.2.1	距离问题	(30)
2.2.2	两平面的关系	(31)
2.2.3	两直线的关系	(32)
2.2.4	直线与平面的关系	(33)
2.2.5	平面束方程	(34)
	习题 2.2	(35)
2.3	曲面	(37)
2.3.1	曲面及其方程	(37)
2.3.2	球面	(38)
2.3.3	柱面	(38)
2.3.4	旋转曲面	(39)
2.3.5	常见的二次曲面	(40)
	习题 2.3	(43)
2.4	曲线	(44)
2.4.1	空间曲线及其方程	(44)
2.4.2	空间曲线的投影柱面和投影曲线	(46)
	习题 2.4	(46)
	总习题 2	(47)

下篇 微积分

第 3 章	函数、极限、连续	(51)
3.1	集合与实数系	(51)
3.1.1	集合及其运算	(51)
3.1.2	常用的逻辑符号	(54)
3.1.3	数集的上确界与下确界	(54)
	习题 3.1	(56)
3.2	映射与函数	(58)
3.2.1	映射与函数的概念	(58)

3.2.2	函数的初等性质	(60)
3.2.3	函数的四则运算	(61)
3.2.4	复合函数与反函数	(62)
3.2.5	初等函数	(63)
	习题 3.2	(66)
3.3	数列的极限	(69)
3.3.1	引例	(69)
3.3.2	数列极限	(70)
3.3.3	收敛数列的性质	(73)
	习题 3.3	(77)
3.4	收敛数列的判别定理	(79)
3.4.1	两边夹准则	(79)
3.4.2	单调有界准则	(79)
3.4.3	区间套定理	(81)
3.4.4	Weierstrass 致密性定理	(82)
3.4.5	Cauchy 收敛准则	(83)
	习题 3.4	(84)
3.5	函数的极限	(85)
3.5.1	函数极限的概念	(85)
3.5.2	函数极限的性质	(89)
	习题 3.5	(92)
3.6	两个重要极限与函数极限的存在准则	(94)
3.6.1	两个重要极限	(94)
3.6.2	函数极限的存在准则	(97)
	习题 3.6	(99)
3.7	无穷小和无穷大	(100)
3.7.1	无穷小及其运算	(100)
3.7.2	无穷大	(102)
3.7.3	无穷小的比较	(103)

3.7.4 曲线的渐近线	(107)
习题 3.7	(108)
3.8 函数的连续性	(110)
3.8.1 连续与间断	(110)
3.8.2 连续函数的运算性质与初等函数的连续性	(113)
3.8.3 闭区间上连续函数的性质	(115)
3.8.4 函数的一致连续性	(118)
习题 3.8	(120)
总习题 3	(122)
第 4 章 导数与微分	(127)
4.1 导数概念	(127)
4.1.1 切线问题与速度问题	(127)
4.1.2 导数的定义	(129)
4.1.3 导数的几何意义	(132)
4.1.4 函数可导性与连续性的关系	(133)
4.1.5 单侧导数	(134)
习题 4.1	(135)
4.2 求导法则与导数基本公式	(137)
4.2.1 函数的和、差、积、商的求导法则	(138)
4.2.2 复合函数的求导法则	(139)
4.2.3 反函数的求导法则	(141)
4.2.4 高阶导数	(143)
习题 4.2	(148)
4.3 隐函数与参数式函数的求导法则	(151)
4.3.1 隐函数求导法则	(151)
4.3.2 由参数方程确定的函数的求导法则	(154)
4.3.3 极坐标式求导	(157)
4.3.4 相关变化率问题	(158)
习题 4.3	(160)

4.4 微分	(162)
4.4.1 微分的概念	(162)
4.4.2 一阶微分形式的不变性	(164)
4.4.3 微分的运算法则	(164)
4.4.4 高阶微分	(166)
4.4.5 微分在近似计算中的应用	(167)
习题 4.4	(169)
总习题 4	(170)
第 5 章 微分中值定理与导数的应用	(174)
5.1 微分中值定理	(174)
5.1.1 极值概念与 Fermat 定理	(174)
5.1.2 Rolle 定理	(175)
5.1.3 Lagrange 中值定理	(177)
5.1.4 Cauchy 中值定理	(179)
习题 5.1	(181)
5.2 L'Hospital 法则	(183)
5.2.1 $\frac{0}{0}$ 与 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	(183)
5.2.2 其他类型未定式	(186)
习题 5.2	(189)
5.3 Taylor 公式	(190)
5.3.1 Taylor 公式	(190)
5.3.2 几个基本初等函数的 Maclaurin 公式	(194)
5.3.3 Taylor 公式的应用	(198)
习题 5.3	(201)
5.4 函数形态的研究	(202)
5.4.1 函数的单调性	(202)
5.4.2 函数极值的判定	(204)
5.4.3 函数的凹凸性	(206)

5.4.4	函数作图	(208)
5.4.5	平面曲线的曲率	(211)
	习题 5.4	(214)
5.5	函数的最大(小)值及其应用	(216)
	习题 5.5	(218)
* 5.6	求函数零点的 Newton 迭代法	(220)
	习题 5.6	(221)
	总习题 5	(221)
第 6 章	一元函数的不定积分	(226)
6.1	不定积分的概念与性质	(226)
6.1.1	原函数与不定积分的概念	(226)
6.1.2	基本积分表	(228)
6.1.3	不定积分的性质	(229)
	习题 6.1	(230)
6.2	换元积分法和分部积分法	(231)
6.2.1	第一换元法	(231)
6.2.2	第二换元法	(236)
6.2.3	分部积分法	(240)
	习题 6.2	(243)
6.3	几类初等函数的积分	(245)
6.3.1	有理函数的积分	(245)
6.3.2	三角函数有理式的积分	(248)
6.3.3	某些含根式的函数的积分	(250)
	习题 6.3	(252)
	总习题 6	(253)
第 7 章	一元函数定积分	(255)
7.1	定积分的概念	(255)
7.1.1	面积问题与路程问题	(255)

7.1.2	定积分的定义	(258)
7.1.3	用定义计算定积分	(260)
	习题 7.1	(262)
7.2	函数可积准则	(263)
* 7.2.1	可积函数的判别定理	(263)
7.2.2	可积函数类	(266)
	习题 7.2	(268)
7.3	定积分的性质	(269)
	习题 7.3	(274)
7.4	微积分基本公式	(275)
7.4.1	问题的提出	(275)
7.4.2	积分上限函数及其性质	(276)
7.4.3	Newton-Leibniz 公式	(279)
	习题 7.4	(281)
7.5	定积分的计算	(283)
7.5.1	定积分的换元法	(283)
7.5.2	定积分的分部积分法	(286)
7.5.3	定积分计算和证明的若干方法	(288)
	习题 7.5	(296)
7.6	反常积分	(299)
7.6.1	无穷区间的反常积分	(299)
7.6.2	无界函数的反常积分	(302)
7.6.3	收敛判别法	(306)
* 7.6.4	Γ 函数与 B 函数	(311)
	习题 7.6	(314)
7.7	定积分的应用	(316)
7.7.1	微元法	(317)
7.7.2	定积分在几何中的应用举例	(318)
7.7.3	定积分在物理中的应用举例	(329)

习题 7.7	(335)
* 7.8 定积分的近似计算	(339)
7.8.1 矩形法	(339)
7.8.2 梯形法	(340)
7.8.3 抛物线法	(341)
习题 7.8	(343)
总习题 7	(343)
附录 I 积分表	(350)
附录 II 几种常用的二次曲线	(360)
参考文献	(364)
习题答案与提示	(365)

上篇 向量代数与空间解析几何

在平面解析几何中,通过坐标法把平面上的点与一对有次序的数对应起来,把平面上的图形和方程对应起来,从而可以用代数方法来研究几何问题,空间解析几何也是按照类似的方法建立起来的.

平面解析几何的知识对学习一元函数微积分是不可缺少的,而空间解析几何的知识对学习多元函数微积分也是必要的.

本篇首先建立空间直角坐标系,引进在工程技术上有着广泛应用的向量,介绍向量的一些运算,然后介绍空间曲面和空间曲线的部分内容,并以向量为工具来讨论空间的平面和直线,最后介绍二次曲面.

第1章 向量代数

1.1 向量及其线性运算

1.1.1 向量概念

在研究力学、物理学以及其他应用科学时,常会遇到这样一类量,它们既有大小,又有方向.例如力、力矩、位移、速度、加速度等,这一类量叫做**向量**.

在数学上,往往用一条有方向的线段,即有向线段来表示向量.有向线段的长度表示向量的大小,有向线段的方向表示向量的方向.以 M_1 为起点、 M_2 为终点的有向线段所表示的向量,记作 $\overrightarrow{M_1M_2}$ (图 1.1).有时也用一个粗体字母或用一个上面加箭头的书写体字母表示向量,例如 \mathbf{a} 、 \mathbf{i} 、 \mathbf{v} 、 \mathbf{F} 或 \vec{a} 、 \vec{i} 、 \vec{v} 、 \vec{F} 等.

以坐标原点 O 为起点,向一个点 M 引向量 \overrightarrow{OM} ,这个向

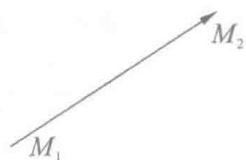


图 1.1

量叫做点 M 对于点 O 的向径,常用粗体字母 r 表示.

在实际问题中,有些向量与其起点有关,有些向量与其起点无关.由于一切向量的共性是它们都有大小和方向,所以在数学上我们只研究与起点无关的向量,并称这种向量为自由向量(以下简称为向量),即只考虑向量的大小和方向,而不论它的起点在什么地方.当遇到与起点有关的向量时(例如,谈到某一质点的运动速度时,这速度就是与所考虑的那一质点的位置有关的向量),可在一般原则下作特别处理.

由于我们只讨论自由向量,所以如果两个向量 a 和 b 的大小相等,且方向相同,我们就说向量 a 和 b 是相等的,记作 $a=b$.这就是说,经过平行移动后能完全重合的向量是相等的.

向量的大小叫做向量的模.向量 $\overrightarrow{M_1M_2}$ 、 a 、 \vec{a} 的模依次记作 $|\overrightarrow{M_1M_2}|$ 、 $|a|$ 、 $|\vec{a}|$.模等于 1 的向量叫做单位向量.模等于零的向量叫做零向量,记作 0 或 $\vec{0}$.零向量的起点和终点重合,它的方向可以看作是任意的.

两个非零向量,如果它们的方向相同或者相反,就称这两个向量平行.向量 a 与 b 平行,记作 $a \parallel b$.由于零向量的方向可以看作是任意的,因此可以认为零向量与任何向量都平行.

1.1.2 向量的线性运算

现在我们引进向量的加法和数乘这两种运算,称之为向量的线性运算.

1. 向量的加法

根据力学中两个力的合成法则,我们用平行四边形法则来定义两个向量的相加.

将两个向量 a 与 b 平移至同一起点 A ,作 $\overrightarrow{AB}=a$, $\overrightarrow{AD}=b$,以 AB 、 AD 为边作一个平行四边形 $ABCD$,连接对角线 AC ,见图 1.2(a),则向量 \overrightarrow{AC} 即等于向量 a 与 b 的和 $a+b$,即

$$a+b=\overrightarrow{AC}.$$

为了解决两个平行向量相加的问题,我们进一步引进下面的三角形法则.

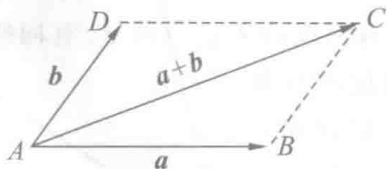


图 1.2(a)

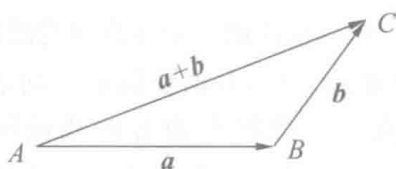


图 1.2(b)

通过平移将向量 a 与 b 首尾相接,则由起点到终点的向量 \overrightarrow{AC} 为向量 a 、 b 之和,见图 1.2(b),即

$$a+b=\overrightarrow{AC}.$$

不难看出,三角形法则蕴含了平行四边形法则.

2. 向量的数乘

向量 a 与实数 k 的乘积(称为向量的数乘)定义为一个向量,记作 ka ,它的模为 $|ka|=|k||a|$,它的方向与 a 平行.当 $k>0$ 时, ka 与 a 同向;当 $k<0$ 时, ka 与 a 反向(图 1.3);当 $k=0$ 时, $|ka|=0$,即 ka 为零向量,这时它的方向可以是任意的.特别地,当 $k=1$ 时, $1 \cdot a=a$; $k=-1$ 时, $(-1) \cdot a=-a$,是与 a 的模相同而方向相反的向量, $-a$ 叫做 a 的负向量.

由向量的数乘可以导出向量的减法,即 b 与 a 的差定义为

$$b-a=b+(-1) \cdot a=b+(-a).$$

也就是将 a 变成 $-a$ 再和 b 相加(图 1.4).

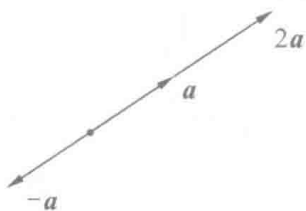


图 1.3

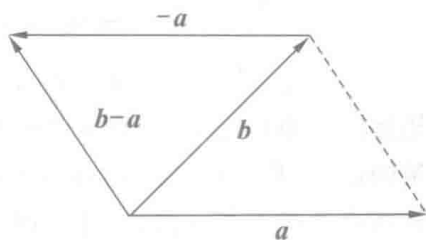


图 1.4

如果用记号 e_a 表示与向量 a 同方向的单位向量,则依向量的数乘定义,有

$$a=|a|e_a.$$

因此,一个非零向量除以它的模便可得到一个同方向的单位向量,即

$$\frac{a}{|a|}=e_a.$$

3. 向量加法和数乘的运算律

定理 1.1 对于任意向量 a 、 b 、 c 以及任意的数 α 、 β ,以下的运算律成立:

- (1) $a+b=b+a$ (交换律);
- (2) $(a+b)+c=a+(b+c)$ (结合律);
- (3) $\alpha(\beta a)=(\alpha\beta)a$ (数乘的结合律);
- (4) $(\alpha+\beta)a=\alpha a+\beta a$ (分配律);
- (5) $\alpha(a+b)=\alpha a+\alpha b$ (分配律).

证 仅证明(2),其余证明留作练习.