

远程量子态制备 与操控理论

周 萍 著



科学出版社

现代物理基础丛书 87

远程量子态制备与操控理论

周 萍 著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

量子信息以量子态为信息载体,将量子力学基本原理应用到信息处理中,为信息的传输、处理提供新方法.量子态远程制备与操控是量子信息研究的重要任务之一.本书主要介绍量子态远程制备与操控基本原理,然后介绍量子态远程制备与操控模型,从不同角度对远程量子信息处理的最新发展进行评述介绍.

本书主要内容对量子信息教学研究具有参考价值,也可供从事量子通信及相关研究方向的科研工作者、研究生以及本科生学习使用.

图书在版编目(CIP)数据

远程量子态制备与操控理论/周萍著. —北京:科学出版社,2019.2

(现代物理基础丛书)

ISBN 978-7-03-060540-5

I. ①远… II. ①周… III. ①量子力学-光通信-制备过程 IV. ①TN929.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 028461 号

责任编辑:周 涵 郭学变/责任校对:杨 然

责任印制:吴兆东/封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京虎彩文化传播有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2019年2月第 一 版 开本:720×1000 B5

2019年2月第一次印刷 印张:9 1/2

字数:117 000

定价:69.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《现代物理基础丛书》编委会

主 编 杨国桢

副主编 阎守胜 聂玉昕

编 委 (按姓氏笔画排序)

王 牧	王鼎盛	朱邦芬	刘寄星
杜东生	邹振隆	宋菲君	张元仲
张守著	张海澜	张焕乔	张维岩
侯建国	侯晓远	夏建白	黄 涛
解思深			

前 言

量子信息是量子力学、信息学等学科相互交叉而形成的新兴交叉学科, 包含量子通信与量子计算两大重要分支. 量子信息将量子力学基本原理应用到信息处理当中, 应用量子叠加态、量子纠缠态等量子通信独有的信息资源实现信息的安全传输以及计算能力的提高. 远程量子态制备与操控是量子信息的重要任务之一, 自从 20 世纪 90 年代 IBM 公司 Bennett 等提出任意未知量子态可在发送端分解为经典信息与量子关联, 并在接收端量子系统上重组, 远程量子信息处理引起了国内外研究者的广泛关注, 在理论和实验上都取得了巨大进展.

从 1993 年第一个量子隐形传态模型的建立到 2017 年地星量子隐形传态的成功实现, 远程量子信息处理取得了一系列激动人心的研究成果, 成为最为引人注目的热点课题之一. 近年来, 远程量子信息处理在量子态多方联合制备、量子可控隐形传态、量子操控远程实现、量子态多方联合操控、并行量子态远程制备等许多方向的理论研究和实验验证方面都取得了巨大进展. 本书对远程量子态制备与操控理论模型进行了详细介绍, 并重点开展了基于线性光学元件和环境噪声影响下的远程量子信息处理应用研究.

本书首先介绍了远程量子态制备与操控原理, 然后讨论了量子力学基本假设在远程量子态制备与操控模型 (包括量子态多方联合制备模型、噪声环境下的量子态远程制备模型、基于线性光学元件的光量子态远程制备模型、量子操控远程实现), 类 GHZ 态远程制备, 量子操控多方联合

实现等量子通信模型当中的应用. 本书主要研究噪声环境下的远程量子态制备与操控, 讨论不同噪声信道下的量子态联合制备、联合操控以及并行制备等远程量子信息处理过程.

本书由周萍教授执笔, 共 7 章, 其中, 龙柳蓉、李朝参与编写第 4 章“噪声环境下的量子态远程制备研究”, 余仁凤、焦显芳参与编写第 5 章“基于线性光学元件的光量子态远程制备研究”, 吕舒欣参与编写第 7 章“远程量子态操控”.

本书主要内容来自国家自然科学基金项目 (61501129、11564004) 和广西自然科学基金项目 (2014GXNSFAA118008) 的研究成果. 在撰写书稿过程中得到了广西民族大学理学院领导, 科学出版社的王胡权、周涵编辑的大力支持和帮助, 在此一并表示感谢.

感谢吕莉、任树榆、桂润金、王志永等同学在资料整理、校对等方面提供的支持.

由于水平和时间有限, 若有不妥之处, 恳请批评指正.

著 者

2018 年 10 月

目 录

前言

第 1 章	引言	1
第 2 章	量子测量	4
2.1	正交投影测量	4
2.2	半正定算子测量	5
第 3 章	量子态多方联合制备	7
3.1	RSP 方案	7
3.1.1	Pati-RSP 方案	8
3.1.2	Pati-RSP 方案通信效率	10
3.2	半正定算子测量量子态联合制备 (POVM-JRSP)	11
3.2.1	POVM-JRSP 方案原理	11
3.2.2	POVM-JRSP 方案主要步骤	21
3.2.3	POVM-JRSP 方案效率分析	22
3.3	双量子比特 JRSP 协议	23
3.3.1	测量匹配方式双量子比特 JRSP 的物理原理与过程	24
3.3.2	简便方式双量子比特 JRSP 的物理原理与过程	31
3.3.3	双量子比特 JRSP 的通信效率	34
第 4 章	噪声环境下的量子态远程制备研究	36
4.1	退相干无关子空间物理原理	36
4.2	信道联合噪声下的量子态远程制备协议	38
4.2.1	联合退相位噪声信道下的远程量子态制备协议	38
4.2.2	联合转动噪声信道下的远程量子态制备协议	43
4.3	信道联合噪声下的量子可控隐形传态协议	50

4.3.1 联合退相位噪声信道下的量子可控隐形传态协议	50
4.3.2 联合转动噪声信道下的量子可控隐形传态协议	55
第 5 章 基于线性光学元件的光量子态远程制备研究	61
5.1 基于线性光学元件的光量子态远程制备协议	61
5.1.1 任意双光子态远程联合制备模型	61
5.1.2 基于线性光学元件任意三光子态远程联合制备协议	67
5.2 并行光量子态远程制备协议	77
5.2.1 基于超纠缠态的并行光量子态远程制备模型	77
5.2.2 基于部分超纠缠态的并行量子态远程制备方案	84
第 6 章 类 GHZ 态远程制备	93
6.1 高效的类 GHZ 态远程制备协议	93
6.2 类 GHZ 态可控隐形传态	99
第 7 章 远程量子态操控	109
7.1 量子态双向远程操控	109
7.1.1 基于双粒子纠缠态和簇态的量子态双向可控远程操控 协议	109
7.1.2 部分未知量子操控双向可控远程传送协议	114
7.2 量子态远程联合操控	117
7.2.1 任意单量子比特四方联合操控	117
7.2.2 任意单量子比特多方联合操控	125
参考文献	134
《现代物理基础丛书》已出版书目	138

第 1 章 引 言

量子态的独特性质赋予了量子信息独有的信息处理方式, 基于量子叠加态的量子计算具有神奇的并行计算能力, 可以指数倍地加速大数因子分解算法, 平方根级地加速数据库搜索算法. 网络中不同节点之间的远程量子态制备与操控是远程量子信息处理的重要任务之一.

基于预先共享量子纠缠态非定域相关性, 量子信息可以完成任意已知或未知量子态的远程传送. 按发送方已知或未知需制备量子态信息, 可将远程量子态制备分为量子隐形传态 (quantum teleportation) 和量子态远程制备 (remote state preparation, RSP) 两种类型^[1]. 在量子隐形传态中, 发送方和接收方都未知需制备量子态信息, 远程量子态传送所消耗的通信资源是固定的, 即每传送 1 量子比特 (qubit) 需要消耗 1 个双量子比特最大纠缠以及交换 2 比特 (bit) 经典信息^[2]. 远程量子态制备过程中, 若发送方已知需制备量子态信息, 依据已知需制备量子态信息, 选择执行相应的量子测量, 则对于某一类特殊量子态, 远程量子态制备所消耗的通信资源可减少. 将这一过程称为量子态远程制备^[3-5]. IBM 公司的 Bennett 首先开展了远程量子态制备研究. 1993 年, 他与加拿大蒙特利尔大学的 Brassard 提出第一个量子隐形传态方案^[2]. 2000 年, 他与 Lo, Pati 等又提出了量子态远程制备方案^[3-5]. 这些方案都是基于双粒子纠缠态完成任意已知或未知单量子比特态的远程制备. 此后, 人们提出了多种不同的量子态远程制备模型, 包括可信量子态远程制备 (faithful remote state preparation)^[6], 低纠缠量子态远程制备 (low-

entanglement remote state preparation)^[7], 最优量子态远程制备 (optimal remote state preparation)^[8], 高维量子态远程制备 (high-dimensional remote state preparation)^[9], 多粒子量子态远程制备 (multiparticle remote state preparation)^[10] 等不同的理论方案. 这些方案针对远程量子态制备的不同方面开展研究, 因而不同的方案具有不同的特点^[11-21].

与远程量子态制备类似, 基于预先共享的量子纠缠信道, 量子信息还可以完成任意量子操控的远程传送. 按发送方已知或未知需远程传送量子操控信息, 可将量子操控远程传送分为量子操控远程实现 (remote implementation of quantum operation, RIO)^[22] 和量子远程操控 (quantum remote control, QRC)^[23] 两种类型. 在量子操控远程实现中, 发送方和接收方都未知传送量子操控信息, 每完成一个单量子比特态, 任意操控的远程传送需消耗的资源是量子隐形传态的 2 倍, 即需消耗 2 个双量子比特最大纠缠态和交换 4 比特的经典信息. 同样, 如果在量子操控远程传送中发送方已知需传送量子操控信息, 则可以依据已知信息选择执行相应的量子操作和量子测量, 协助远方的接收方完成对任意量子态的操控. 对于某一类特殊的量子操控, 所需消耗的资源可少于量子操控远程实现. 2001 年, Huelga 等^[22] 提出了第一个量子操控远程实现模型. 2002 年, 他们又提出了量子态远程操控模型^[23]. 此后为增加量子操控远程传送安全, 人们将量子态远程操控扩展到量子态多方远程联合操控^[24-28].

近 20 年来, 远程量子态制备与操控在实验上取得了巨大进展. 奥地利 Zeilinger 研究小组于 1997 年采用参量下转换装置产生的纠缠光子完成光子偏振态隐形传态, 成功率为 25%^[29]. 意大利的 Furusawa 研究组也于 1998 年以连续氩离子激光器为光源完成单光子态隐形传态实验^[30]. 2004 年, 美国 Barrett 等^[31] 在以纠缠离子为量子信道的量子隐形传态实

验中完成了传输距离为 $30\mu\text{m}$ 的原子态隐形传态, 保真度可以达到 78%. 2003 年, 欧洲小组完成了空间间隔距离为 55m 的光纤连接, 距离为 2km 的量子态隐形传送^[32]. 2004 年, Zeilinger 研究小组在多瑙河底光纤中实现了 600m 的量子态隐形传送^[33]. 2012 年, 欧洲小组在自由空间的量子隐形传态实验中传输距离达到了 143km^[34]. 2013 年, Krauter 等^[35] 完成基于连续变量的量子隐形传态实验. 近年来, 我国的科学工作者在远程量子态制备与操控实验上也做了很多工作. 中国科学院武汉物理与数学研究所使用核磁共振技术完成了国际上第一个量子态远程制备实验^[36]. 国防科技大学实现了仅基于线性光学元件的任意单光子态远程制备实验^[37]; 中国科学技术大学 (简称中科大) 首先实现了任意单光子态旋转操作远程传送实验^[38], 完成任意双量子光子偏振态隐形传态实验^[39]; 清华大学与中科大联合组开展了自由空间量子隐形传态实验研究^[40]; 中国科学院在远距离量子态制备实验中也做了大量研究^[41].

自从 1993 年第一个量子隐形传态方案提出以来, 我国科技工作者在远程量子信息处理研究方面做了大量突出工作, 包括量子态远程制备, 量子操控远程实现, 部分未知量子操控远程联合实现, 量子态可控联合制备等各个方面. 这些研究工作在理论和实验上都取得了大量优秀的成果.

本书主要就远程量子态制备与操控一些新模型的物理原理进行讨论, 包括远程量子态制备和远程量子态操控.

第2章 量子测量

远程量子态制备中发送方可依据已知需制备量子态信息, 选择执行相应的量子测量, 不同的测量方案对远程量子信息处理效率的影响很大, 在此对量子力学中量子测量基本假设以及两种基本测量进行简要介绍.

与经典信息类似, 量子信息的基本信息单位成为量子比特. 经典比特两个态用数字 0, 1 表示, 量子比特两个量子态用 $|0\rangle, |1\rangle$ 表示. 与经典信息不同的是, 量子比特还可以处于状态 $|0\rangle, |1\rangle$ 的叠加态 $|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, 其中复数 α, β 满足归一化条件 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. 对同样的叠加态 $|\varphi\rangle$ 进行在计算基下的测量可能会获得不同的测量结果 $|0\rangle$ 或 $|1\rangle$, 获得测量结果 $|0\rangle$ 的概率为 $|\alpha|^2$, 获得 $|1\rangle$ 的概率为 $|\beta|^2$. 测量后量子态坍缩到与测量结果相应的状态.

根据量子力学测量假设, 量子测量可用一组测量算子 $M_i (i=1, 2, \dots, n)$ 描述, 算子满足完备性关系: $\sum_{i=1}^n M_i M_i^\dagger = I$. 初态为 $|\psi\rangle$ 的量子系统, 测量后得到结果为 M_i 的概率为 $p_i = \langle\psi| M_i^\dagger M_i |\psi\rangle$, 测量后系统坍缩到与测量结果相应的状态:

$$|\psi\rangle_i = \frac{M_i |\psi\rangle}{\langle\psi| M_i^\dagger M_i |\psi\rangle}.$$

2.1 正交投影测量

在量子测量中, 若量子测量可用一组么正算符 $P_i (i=1, 2, \dots, n)$ 表

示, 算符满足完备性关系且两两正交:

$$\sum_{i=1}^n P_i P_i^\dagger = I,$$

$$P_i^\dagger P_j = \delta_{ij}.$$

测量后系统处于状态 $\frac{P_i |\psi\rangle}{\langle \psi | P_i^\dagger P_i | \psi \rangle}$ 的概率为 $\langle \psi | P_i^\dagger P_i | \psi \rangle$. 则该测量为正交投影测量. 如对量子态 $|\varphi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$ 作 Z 基下的正交投影测量, 则两个测量算子 P_0, P_1 可表示为

$$P_0 = |0\rangle \langle 0|, \quad P_1 = |1\rangle \langle 1|.$$

测量后系统处于状态 $|0\rangle$ 的概率为

$$\begin{aligned} p_0 &= (\alpha^* \langle 0| + \beta^* \langle 1|) |0\rangle \langle 0| |0\rangle \langle 0| (\alpha |0\rangle + \beta |1\rangle) \\ &= |\alpha|^2, \end{aligned}$$

处于状态 $|1\rangle$ 的概率为 $|\beta|^2$.

2.2 半正定算子测量

在正交投影测量中, 测量算子除了需要满足归一化关系外, 还需要两两正交, 量子态远程制备中, 基于已知量子态信息建立正交投影测量难度较高. 在量子测量中除了正交投影测量之外, 还有一种常用的测量, 称为半正定算子测量 (positive operator valued measure, POVM).

假设 $M_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为一组测量算子, 则由测量基本假设, 初态为 $|\psi\rangle$ 的量子系统, 测量后得到结果 M_i 的概率为 $p_i = \langle \psi | M_i^\dagger M_i | \psi \rangle$. 定义算子 $E_i (i = 1, 2, \dots, n)$

$$E_i = M_i^\dagger M_i.$$

则初态为 $|\psi\rangle$ 的量子系统, 测量后得到结果 M_i 的概率可由公式 $p_i = \langle\psi| E_i |\psi\rangle$ 确定. 算子 $E_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 满足完备性方程

$$\sum_{i=1}^n E_i = I.$$

称与算子 $\{E_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ 相应的测量为半正定算子测量.

第3章 量子态多方联合制备

量子态远程制备 (RSP) 是经典通信中没有对应的纯量子效应. 在量子态远程制备过程中, 基于预先共享量子纠缠信道非定域相关性, 需传送量子态信息被分解为量子关联和经典信息, 并在接收方粒子处重建. 这样做可以避免直接发送粒子或发送粒子信息时被拦截窃听的危险, 从而提高远程量子态制备安全性与效率.

在量子态远程制备中, 不同的发送方按已知需制备量子态信息选择相应的量子测量来提高量子态远程制备效率和安全. 因此, 我们可以根据发送方的不同将量子态远程制备大体上分为三类: ① 基于单个发送方的量子态远程制备模型; ② 基于多个发送方的量子态远程联合制备模型; ③ 基于多个发送方和控制方的量子态远程可控联合制备模型. 下面我们主要介绍前两类量子态远程制备模型.

3.1 RSP 方案

Bennett, Pati 和 Lo 首先开展了量子态远程制备研究^[3-5]. Pati 在 2000 年提出的量子态远程制备方案简称 Pati-RSP 方案^[4]. Pati-RSP 方案以双量子比特最大纠缠态为量子纠缠信道. 在量子信息中, 双量子比特最大纠缠态是由 2 个量子比特组成的具有最大纠缠度的复合量子系统, 也称为 Bell 态或 EPR 态.

$$|\varphi^+\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)_{AB},$$

$$\begin{aligned}
|\varphi^-\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle)_{AB}, \\
|\psi^+\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)_{AB}, \\
|\psi^-\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)_{AB}.
\end{aligned}$$

单量子比特翻转操作:

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

可实现不同 Bell 态之间的转化:

$$\begin{aligned}
\sigma_x |\varphi^\pm\rangle_{AB} &= |\psi^\pm\rangle_{AB}, \\
\sigma_z |\varphi^\pm\rangle_{AB} &= |\varphi^\mp\rangle_{AB}.
\end{aligned}$$

3.1.1 Pati-RSP 方案

在 Pati-RSP 方案中, 发送方 Alice 和接收方 Bob 共享一个双粒子最大纠缠态 $|\psi^-\rangle_{AB}$. 其中, 发送方 Alice 拥有纠缠粒子 A, 接收方 Bob 拥有纠缠粒子 B. 任意单量子比特态 $|\varphi\rangle_x$ 可表示为

$$|\varphi\rangle_x = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle,$$

其中, α 为任意实数, β 为任意复数. 发送方 Alice 完全已知需制备量子态 $|\varphi\rangle_x$ 信息, 接收方 Bob 未知需制备量子态信息. 发送方 Alice 的任务是协助远方接收方 Bob 在他的纠缠粒子 B 上重建需制备量子态 $|\varphi\rangle_x$.

在安全建立量子纠缠信道后, 发送方依据已知需制备量子态信息 α, β 对手中的纠缠粒子执行测量基 $\{|\varphi\rangle_A, |\varphi_\perp\rangle_A\}$ 下的正交投影测量:

$$|0\rangle_A = (\alpha|\varphi\rangle - \beta|\varphi_\perp\rangle)_A,$$

$$|1\rangle_A = (\beta^* |\varphi\rangle + \alpha |\varphi_\perp\rangle)_A,$$

其中, 量子态 $|\varphi_\perp\rangle = \alpha |1\rangle - \beta^* |0\rangle$ 与量子态 $|\varphi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$ 正交. 复合系统量子态可改写为

$$|\psi^-\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\varphi\rangle_A |\varphi_\perp\rangle_B - |\varphi_\perp\rangle_A |\varphi\rangle_B).$$

即对粒子 A 作 $\{|\varphi\rangle_A, |\varphi_\perp\rangle_A\}$ 基下的正交投影测量. 若测量结果为 $|\varphi_\perp\rangle$, 测量后粒子 A, B 所组成的复合系统量子态可由测量算子 $|\varphi_\perp\rangle\langle\varphi_\perp|$ 所确定:

$$|\varphi_\perp\rangle_A \langle\varphi_\perp| |\psi^-\rangle_{AB} = |\varphi_\perp\rangle_A |\varphi\rangle_B.$$

Alice 通过向 Bob 传送 1 比特的经典信息将她的测量结果传递给接收方 Bob. 若 Alice 正交投影测量结果为 $|\varphi_\perp\rangle$, 则粒子 B 所处状态 $|\varphi\rangle_B$ 即需制备量子态. Bob 不需要对手中的纠缠粒子执行任何局域幺正操作, 量子态远程制备成功. 若 Alice 正交投影测量结果为 $|\varphi\rangle$, 则粒子 B 处于状态 $|\varphi_\perp\rangle_B$. 在未知需制备量子态信息的情况下, Bob 无法通过局域幺正操作将量子态 $|\varphi_\perp\rangle_B$ 转化为需制备量子态 $|\varphi\rangle_B$, 量子态远程制备失败. 根据量子测量假设可知量子态远程制备的成功概率即 Alice 对粒子 A 执行正交基 $\{|\varphi\rangle_A, |\varphi_\perp\rangle_A\}$ 下的正交投影测量, 获得测量结果 $|\varphi_\perp\rangle$ 的概率为

$$P_{s=AB} \langle\psi^-| |\varphi_\perp\rangle_A \langle\varphi_\perp| |\varphi_\perp\rangle_A \langle\varphi_\perp| |\psi^-\rangle_{AB} = \frac{1}{2}.$$

若需制备量子态为任意单量子比特态, 发送方仅需向接收方传送 1 比特经典信息用于传递她的单粒子正交测量结果, 方案所消耗的经典通信量少于量子隐形传态. 由于单粒子测量结果为 $|\varphi\rangle$ 时, 无法通过局域