

数字 密码

Number
Freak

1到200的身世之谜

From 1 To 200

The Hidden Language Of Numbers Revealed

[美]德里克·尼德曼 著

涂泓 译

冯承天 译校

数字 密码

Number
Freak

1到200的身世之谜

From 1 To 200

The Hidden Language Of Numbers Revealed

[美]德里克·尼德曼 著

涂泓 译

冯承天 译校

图书在版编目(CIP)数据

数字密码:1 到 200 的身世之谜/(美)德里克·
尼德曼著;涂泓译. —上海:上海科技教育出版社,
2019. 1

书名原文: Number Freak—From 1 to 200 The
Hidden Language of Numbers Revealed

ISBN 978 - 7 - 5428 - 6753 - 7

I. ①数… II. ①德… ②涂… III. ①数字 -
普及读物 IV. ①01.49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 171719 号



前 言

“数本身就是使其成为数的原因。”

这句话是马莱斯卡 (Eugene T. Maleska) 说的,他曾担任过《纽约时报》(New York Times) 的纵横填字游戏编辑。那是 1981 年,他刚刚同意发表我的一篇投稿。在审阅期间,他询问了我生活中的许多情况。我回答说,我是一名数学专业的研究生(当时没在忙着写论文,却在编制纵横填字游戏,不过那是另一件事了)。他又回复我说,大多数文字工作者都对数学不感兴趣,由此就令上面这句引文的意义不言而喻了。

马莱斯卡已经离世多年了,不过从某种程度上来说,本书就是为以他为代表的那么一些人写的——这些求知好学者抱定了决心,每天都要学习点新知识,然而,数,对他们而言,仍然有几分神秘。听说过素数的人们,却很可能说不清它的具体定义是什么。

凑巧,当我开始撰写此书时,马莱斯卡的继任者肖兹 (Will Shortz) 为我后来的一个填字游戏加了一个标题,而这个标题在某种程度上正阐明了本书的全部要义。我所说的这个填字游戏刊登在 2006 年 8 月的《纽约时报》上,其中包括了诸如门肯 (H. L. Mencken)、智商测试 (IQ test)、MX 导弹 (MX missile) 和刘易斯 (C. S. Lewis) 这样一些名字和表述。肖兹为这个填字游戏所取的标题为 $13 \times 2 = 26$,以期给出一个重要提示。他的想法是这样的:一旦解谜者想起英文字母表中包含着 26 个字母,他们就



有了去破解这个填字游戏的主题的一个非常有利的开端——13 个词条，每个词条都如同上面几例中那样，以一对字母开头，字母表中的每个字母都出现一次，且仅出现一次。

本书的要义就在于此。翻到以 n 为主题的那一页，你就会找到你曾想知道的关于 n 这个数的一切——它的算术、它的几何，甚至还有它出现在大众文化中的情况。我们会发现，数有自己的个性，而这些是你不仔细研究就永远无法看到的。例如，仅仅因为 16 和 17 紧挨着，我们并不能推断它们的表现也相同。一个是完全平方数，它等于 4×4 ，另一个却是素数，除了它自身和 1 之外没有任何其他因数。16 对于一场周末网球锦标赛而言是一个奇妙的数，而 17 在这方面令人讨厌，但它在其他一些方面却脱颖而出。有多少人会意识到恰好有 17 种对称的壁纸图案呢？

我最终讨论了从 1 到 200 的所有数，在讲到三位数时对讨论进行了遴选。我发现有些数有足够的内容可以独立成书，而另一些却需要进行一番努力才能找到些许内容：138，有谁能想到什么吗？不过，我最后还是惊叹，假如你愿意挖得足够深的话，原来有那么多数是有故事可说的。

现在再来作几条真诚的说明。首先，虽然本书给人一种很完备的感觉，但许多数的性质仍然不很全面，而这只是由于不得不作出取舍这一简单原因。我想我在数 13 中并未提到女巫集会上有 13 位女巫，也没有提起 200 是评估胆固醇读数时的一个常用截止值，抱歉！此外，我本可以光用体育运动中的那些数，就写出一整本书。所以你就可以想象到，本书会有许多与体育运动相关的条目被舍去，从而为其他条目腾出篇幅。



在宗教或其他方面的那些神圣数字也可以构成一本独立的书籍,我也同样不想去写。这是一本关于数的书,而不是一本关于数字命理学的书,两者之间存在很大区别。是的,我确实涉猎了一些数字命理学概念。我甚至提到,像 37 这样的一些数,因为被赋予了神秘主义色彩而赢得了大量狂热信徒。虽然我没有与他们同样的特殊热情,但我至少试图说明这种小题大作究竟是怎么回事。

我也没能充分地解释诸如“the whole nine yards”或“23 - skidoo”* 之类的表述,不过在这种情况下,请不要怪罪于我。这些例子中,有 95% 的起源都很复杂,它们有一系列源头。对于“86”这个数字,我尽了最大努力,比如说在解释其“丢弃”之义时,但是我发现一旦陷入了作免责声明和警告的泥沼,就很难下笔了。因此,对于很多(如果不说是大部分的话)与此类数字相似的表述方式我都没有提及。竟然有那么多与数字相关的表述方式都没有明确的来源,坦白地说,光是这一点就令我感到惊讶不已。

此书中充满了琐屑的小事,不过其中也充满了数学的历史——你是否有胆量将这两者等同起来!就论述数学的历史这一点而言,这是你所能想象得到的最具跳跃性的描述。这一页你还在 1800 年,下一页你就回到了公元前 200 年。不过,在你阅读此书的过程中,你会遇到所有的伟人,从欧几里得到欧拉,再到你从未听说过的那些现代杰出人物。

* “the whole nine yards”的意思是“一切、从头至尾”;“23 - skidoo”的意思是“快速离开”。——译注



令我有些担心的是,我可能在某些场合下损害了这些伟大学者的形象。毕竟,本书中有许多只是为了好玩和傻里傻气的内容,常常与某些重要的数学知识刚好擦边。更糟糕的是,我不一定会事先告诉你哪个是哪个。有些时候,在我们所谓的“趣味数学”与那些具有广泛应用范围的数学领域之间,分界线相当明显。不过,关键的一点在于,这个领域中的大多数名人在两方面都有涉猎,这是他们好奇心驱使的必然结果。本书从根本上来说是开发你的数学思维,而做到这一点的方法不止一种。假如有些基本的数学术语仍然令你感到陌生,那么我匆匆准备的专业词汇表应该能帮助你继续坚持下去。

假如你仅仅想从流行文化的角度来阅读本书,那也很好。古代世界七大奇迹与柯尼斯堡七桥问题在“与七相关的”程度上是完全一样的,你不需要任何图论的知识去理解它们。你也不需要我来告诉你一周有七天,但是我还是尽量不遗漏这些日常的点点滴滴。

由于数字本身的特点,有关它的故事永远也说不完,我对于它不得不收尾而略感伤怀。不过,这只是刚刚开始,我希望你的数字之旅行愉快。

——德里克·尼德曼

马萨诸塞州尼德姆(Needham, Massachusetts)

目 录

1		1
2	[素数]	6
3	[素数]	10
4	[2^2]	18
5	[素数]	24
6	[2×3 1 + 2 + 3 1 $\times 2 \times 3$]	31
7	[素数]	39
8	[2^3]	45
9	[3^2]	50
10	[2×5]	55
11	[素数]	59
12	[$2^2 \times 3$]	66
13	[素数]	71
14	[2×7]	75
15	[3×5]	78
16	[2^4]	82
17	[素数]	88
18	[2×3^2]	94
19	[素数]	97





20	$[2^2 \times 5]$	102
21	$[3 \times 7]$	105
22	$[2 \times 11]$	109
23	[素数 $2^3 + 3^2 + 2 \times 3$]	114
24	$[2^3 \times 3]$	120
25	$[5^2]$	124
26	$[2 \times 13]$	126
27	$[3^3]$	130
28	$[2^2 \times 7]$	132
29	[素数 $(2 \times 9) + (2 + 9)$]	135
30	$[2 \times 3 \times 5]$	138
31	[素数]	141
32	$[2^5]$	145
33	$[3 \times 11 \quad 1! + 2! + 3! + 4!]$	147
34	$[2 \times 17]$	149
35	$[5 \times 7 \quad (10 - 3)(10 - 5)]$	152
36	$[2^2 \times 3^2]$	155
37	[素数]	161
38	$[2 \times 19]$	164
39	$[3 \times 13]$	167
40	$[2^3 \times 5]$	169
41	[素数]	172
42	$[2 \times 3 \times 7]$	174
43	[素数]	177
44	$[2^2 \times 11]$	179
45	$[3^2 \times 5]$	181
46	$[2 \times 23]$	184
47	[素数]	187
48	$[2^4 \times 3]$	190
49	$[7^2 = (11 - 4)^{(11 - 9)}]$	192

50	$[2 \times 5^2 (10 - 5)(10 - 0)]$	194
51	$[3 \times 17]$	197
52	$[2^2 \times 13]$	200
53	[素数]	205
54	$[2 \times 3^3]$	207
55	$[5 \times 11]$	210
56	$[2^3 \times 7]$	213
57	$[3 \times 19 \quad 2^5 + 5^2]$	216
58	$[2 \times 29]$	218
59	[素数]	220
60	$[2^2 \times 3 \times 5]$	222
61	[素数]	225
62	$[2 \times 31]$	227
63	$[3^2 \times 7]$	229
64	$[2^6]$	231
65	$[5 \times 13]$	234
66	$[2 \times 3 \times 11]$	238
67	[素数]	240
68	$[2^2 \times 17]$	242
69	$[3 \times 23]$	244
70	$[2 \times 5 \times 7]$	246
71	[素数]	249
72	$[2^3 \times 3^2]$	252
73	[素数]	255
74	$[2 \times 37]$	257
75	$[3 \times 5^2]$	259
76	$[2^2 \times 19]$	261
77	$[7 \times 11 \quad 4 \times 4 + 5 \times 5 + 6 \times 6]$	263
78	$[2 \times 3 \times 13]$	265
79	[素数 $7 \times 9 + 7 + 9 \quad 2^7 - 7^2$]	267





80	$[2^4 \times 5]$	269
81	$[3^4]$	271
82	$[2 \times 41]$	273
83	[素数]	275
84	$[2^2 \times 3 \times 7]$	277
85	$[5 \times 17]$	279
86	$[2 \times 43]$	282
87	$[3 \times 29]$	284
88	$[2^3 \times 11]$	286
89	[素数 $8^1 + 9^2$]	288
90	$[2 \times 3^2 \times 5 \quad 9^1 + 9^2 \quad (15 - 9) \times (15 - 0)]$	291
91	$[7 \times 13]$	293
92	$[2^2 \times 23]$	296
93	$[3 \times 31]$	298
94	$[2 \times 47]$	301
95	$[5 \times 19]$	304
96	$[2^5 \times 3]$	306
97	[素数]	308
98	$[2 \times 7^2]$	311
99	$[3^2 \times 11]$	312
100	$[2^2 \times 5^2]$	314
101	[素数]	317
102	$[2 \times 3 \times 17]$	318
103	[素数]	319
104	$[2^3 \times 13]$	320
105	$[3 \times 5 \times 7]$	321
106	$[2 \times 53]$	322
107	[素数]	324
108	$[2^2 \times 3^3]$	325
109	[素数]	327

110	$[2 \times 5 \times 11 \quad 5^2 + 6^2 + 7^2]$	328
111	$[3 \times 37]$	329
112	$[2^4 \times 7]$	330
113	[素数]	331
114	$[2 \times 3 \times 19]$	332
115	$[5 \times 23]$	333
116	$[2^2 \times 29]$	334
117	$[3^2 \times 13]$	335
118	$[2 \times 59]$	336
119	$[7 \times 17]$	337
120	$[2^3 \times 3 \times 5]$	338
121	$[11^2 \quad 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4]$	340
122	$[2 \times 61]$	341
123	$[3 \times 41]$	342
124	$[2^2 \times 31]$	343
125	$[5^3]$	344
126	$[2 \times 3^2 \times 7]$	345
127	[素数 $-1 + 2^7$]	346
128	$[2^7]$	347
129	$[3 \times 43]$	348
130	$[2 \times 5 \times 13]$	349
131	[素数]	350
132	$[2^2 \times 3 \times 11]$	351
133	$[7 \times 19]$	352
134	$[2 \times 67]$	353
135	$[3^3 \times 5 \quad 1^1 + 3^2 + 5^3]$	354
136	$[2^3 \times 17]$	355
137	[素数]	356
138	$[2 \times 3 \times 23]$	357
139	[素数]	358



140	$[2^2 \times 5 \times 7]$	359
141	$[3 \times 47]$	361
142	$[2 \times 71]$	362
143	$[11 \times 13]$	363
144	$[2^4 \times 3^2 (1 + 4 + 4) (1 \times 4 \times 4)]$	364
145	$[5 \times 29]$	365
146	$[2 \times 73]$	366
147	[素数]	367
148	$[2^2 \times 37]$	368
149	[素数]	369
150	$[2 \times 3 \times 5^2]$	370
151	[素数]	371
152	$[2^3 \times 19]$	372
153	$[3^2 \times 17]$	373
154	$[2 \times 7 \times 11]$	374
155	$[5 \times 31]$	375
156	$[2^2 \times 3 \times 13]$	376
157	[素数]	377
158	$[2 \times 79]$	378
159	$[3 \times 53]$	379
160	$[2^5 \times 5]$	380
161	$[7 \times 23]$	381
162	$[2 \times 3^4]$	382
163	[素数]	384
164	$[2^2 \times 41]$	385
165	$[3 \times 5 \times 11]$	386
166	$[2 \times 83]$	387
167	[素数]	388
168	$[2^3 \times 3 \times 7]$	389
169	$[13^2]$	390



170	$[2 \times 5 \times 17]$	391
171	$[3^2 \times 19]$	392
172	$[2^2 \times 43]$	393
173	[素数]	394
174	$[2 \times 3 \times 29]$	395
175	$[5^2 \times 7 \quad 100 + 1^2 + 7^2 + 5^2 \quad 1^1 + 7^2 + 5^3]$	396
176	$[2^4 \times 11]$	397
177	$[3 \times 59]$	397
178	$[2 \times 89]$	398
179	[素数 $17 \times 9 + 17 + 9]$	399
180	$[2^2 \times 3^2 \times 5 \quad (10 - 1)(10 - 8)(10 - 0)]$	400
181	[素数]	402
182	$[2 \times 7 \times 13]$	403
183	$[3 \times 61]$	404
184	$[2^3 \times 23]$	404
185	$[5 \times 37]$	406
186	$[2 \times 3 \times 31]$	407
187	$[11 \times 17]$	408
188	$[2^2 \times 47]$	409
189	$[3^3 \times 7]$	410
190	$[2 \times 5 \times 19]$	411
191	[素数]	412
192	$[2^6 \times 3]$	413
193	[素数]	415
194	$[2 \times 97]$	416
195	$[3 \times 5 \times 13]$	417
196	$[2^2 \times 7^2]$	418
197	[素数]	419
198	$[2 \times 3^2 \times 11 \quad (1 + 9 + 8) \times 11 \quad 11 + 99 + 88]$	420
199	[素数]	421



200	$[2^3 \times 5^2]$	422
答案		424
致谢		435
关于作者		439



用 1 作为本书的开始,既是一种符合逻辑的方式,也是一种啰唆的方式。符合逻辑,是因为 1 位列第一,因此若将它遗漏的话似乎是荒唐的。但也啰唆,是因为本书介绍的是关于整数的各种特殊性质,而 1 这个数本身就具有太多的特殊性质。

首先,1 是“乘法单位”——用任何数乘以 1,这个数都保持不变。特别是 1 就等于其本身的平方和立方,并且一般而言,对于任意 n ,1 的 n 次幂都等于 1。如果某概率等于 1 的话,就等同于必然。1 也是基本三角函数正弦和余弦能达到的最大值。1 这个数还是数学家们所研究的许多方程的一个明显的解,甚至达到了几乎必须将它完全排除在外的程度:它不仅是完全平方数和完全立方数,还是三角形数、五边形数、六边形数等。那么,你看出问题所在了吗?

1 这个数无处不在,这个概念在本福德定律的形式之中有着特殊的基础。这条 1938 年由物理学家本福德*提出的概念是:在各种各样自然发生的数据集中(本福德研究过数以千计的数据集,仅举其中几例,有分子重量、人口规模、报纸头版上的数字等),各个数字并不是均匀分布的。特别是,此类数的首位数字是 1 的概率达到三成,远远超过预想中的九分

* 本福德(Frank Benford, 1883—1948),美国电气工程师、物理学家。——译注





之一。(抱歉,我们在这里不考虑零。)

本福德定律的原型是天文学家纽科姆*在1881年发现的:在对数用表中,包括以1为首的那些对数的书页边角处更容易破损。最近,本福德定律已被应用于稽查税务和账务造假。其基本原理是,临时编造数字的那些人并不熟悉本福德定律,因此,他们所伪造的虚假数据集就会由于出现在其中的1太少而露出马脚。



希腊哲学家巴门尼德** (公元前5世纪)持有的观点是“万物归一”。虽然我不能说我确切理解他的意思,但看起来正是受到了巴门尼德的启发,芝诺*** (他的名字 Zeno 的首字母既可以拼写成 Z,也可以拼写成 X,随后是反过来拼写的“一”(one))才想出了那一系列很出名的悖论。也许其中最为著名的便是被内行们称为二分法的那个悖论:在你能够到达某目的地之前,必须先经过其一半路程。这里没有任何问题,只是从半程点出发,你必须再经过剩下的一半路程的一半,以此类推。由此导致的悖论就是,只要你这样做,就永远不会真正到达你的目的地。这种推理思路令芝诺那个时代的思考者们困惑不解,不过到17世纪末牛顿和莱布尼兹草拟出微积分概念的时候,一个无穷级数能收敛于一个有限数的观点已经不再存在矛盾了。我们现在所考虑的这个特定级数可表示为以下等式:

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \cdots,$$

或者写成更简洁的形式 $1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

* 纽科姆(Simon Newcomb, 1835—1909),加拿大裔美国天文学家、应用数学家、科幻小说家。——译注

** 巴门尼德(Parmenides),公元前5世纪的古希腊“前苏格拉底”哲学家之一。——译注

*** 芝诺(Zeno,约前490年—前430年),古希腊哲学家,以提出了4个关于运动不可能的悖论而知名。——译注