2020

考研数学

常考题型

解题方法技巧归纳

数学二

毛纲源◎编著

- 题型分类、解法多样的复习全书
- 阐述严谨，脉络分明，深入浅出
- 反复锤炼，不断更新，长销20年

华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

2020

考研数学

常考题型

解题方法技巧归纳

数学二

毛纲源◎编著

華中科技大學出版社
http://www.hustp.com
中国 · 武汉

图书在版编目(CIP)数据

考研数学常考题型解题方法技巧归纳. 数学二/毛纲源编著. —武汉 ：华中科技大学出版社，2019.3
ISBN 978-7-5680-4887-3

Ⅰ. ①考…　Ⅱ. ①毛…　Ⅲ. ①高等数学-研究生-入学考试-题解　Ⅳ. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 024361 号

考研数学常考题型解题方法技巧归纳(数学二)
Kaoyan Shuxue Changkao Tixing Jieti Fangfa Jiqiao Guina(Shuxue Er)　　毛纲源　编著

策划编辑：王汉江(QQ：14458270)
责任编辑：王汉江
封面设计：杨玉凡
责任校对：李　琴
责任监印：赵　月
出版发行：华中科技大学出版社(中国·武汉)　　电话：(027)81321913
　　　　　武汉市东湖新技术开发区华工科技园　　邮编：430223
录　　排：武汉市洪山区佳年华文印部
印　　刷：武汉科源印刷设计有限公司
开　　本：787mm×1092mm　1/16
印　　张：32.25
字　　数：845 千字
版　　次：2019 年 3 月第 1 版第 1 次印刷
定　　价：78.00 元

前 言

本书是笔者在教育部制定的考研数学二考试大纲的指导下，经过多年的教学实践精心编写而成的，完整的知识体系，更加符合当前考生复习备考的需求. 全书共分为两篇：第1篇为高等数学，第2篇为线性代数. 书中附录给出了与相应章节配套的经典常考题型同步测试题及参考答案.

书中重点讲述与考试大纲中基本概念、基本理论、基本方法有关的经典试题，内容丰富，题型广泛、全面，任何一年的真题均可在本书中找到对应的题型；同时作者还对各类重点常考题型的解题思路、方法和技巧进行归纳、总结，对容易出错的地方以“注意”的形式作了详尽的注解加以强调，讲解的方法通俗易懂，由浅入深，富于启发. 这是一本广度、深度及难度均适合广大考生使用的考研辅导书.

本书有以下几个特点.

首先，本书根据考研数学大纲的要求，将历年考研数学试题按题型分类，对各类题型的解法进行了归纳总结，使考生能做到举一反三. 数学试题是无限的，而题型是有限的，掌握好这些题型及其解题方法与技巧，会减少解题的盲目性，从而提高解题效率，考生的应试能力自然就得到了提高.

本书特别强调对考研数学大纲划定的基本概念、基本定理、基本方法和基本公式的正确理解. 为此针对每一题型在讲解例题前常对上述“四个基本”进行剖析，便于考生理解、记忆，避免常犯错误.

本书另一特点是总结了许多实用快捷的简便算法，这些算法新颖、独特，它们是作者多年来教学经验的总结，会大大提高考生的解题速度和准确性，使考生节省大量的答题时间.

本书还注重培养提高综合应用多个知识点解决问题的能力，对综合型题型进行了较多的分析，以期提高考生在这方面的能力. 与此同时，本书注重一题多解，以期开阔考生的解题思路，使所学知识融会贯通，能灵活地解决问题.

本书的讲述方法由浅入深，适于自学，选用的例题精而易懂、全而不滥.

为使考生具有扎实的数学基础知识，也为了更好地阅读本书，特向读者推荐一套可以指导你全面、系统、深入复习考研数学的参考书，这就是本人编写的理工类数学学习指导、硕士研究生备考指南丛书：《高等数学解题方法技巧归纳》（上、下册）、《线性代数解题方法技巧归纳》. 这套丛书自出版以来一直受到全国广大读者的一致好评，长销不衰. 很多已考取理工类硕士研究生的学生都受益于这套丛书. 本人在撰写本书时，多处引用了这套丛书的内容和方法，如果能把这套丛书结合起来学习，必将达到事半功倍的效果.

承蒙读者多年来对本书的厚爱，笔者很欣喜地从网络评论中看到，有人把本书誉为“研究性的考研数学辅导书”“考研数学中的大百科全书”“考研数学中的神书”。他们中有的登门拜访，有的通过出版社编辑转发电子邮件来与我联系，为本书的勘误提供了大量的信息，甚至有的对本书知识点及题型的安排提出了很多宝贵的建议，在此向他们无私的帮助表示衷心的感谢！

由于笔者精力和水平有限，书中错误、疏漏之处在所难免，恳请专家、读者指正！

最后，预祝考生复习顺利，圆入名校之梦！

毛纲源

※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※

读者可在 PC 端完成注册、登录，也可以直接用手机扫码注册并登录。

一、PC 端读者操作步骤

登录网址 http://dzdq.hustp.com，完成注册后点击登录。输入账号密码(读者自设)后，提示登录成功。

点击“课程”→“考研数学(数学二)”，进入课程详情页，浏览“相关资源”→“文档”，点击即可选择下载历年真题。

二、手机端学员扫码操作步骤

手机扫描二维码，即可看到历年真题列表，如需下载真题，会提示登录。新用户先注册，然后再登录。登录之后，即可下载。

若遇到操作上的问题可咨询陈老师(QQ:514009164)和王老师(QQ:14458270)。

欢迎加入考研数学交流 QQ 群:149812311,275350834。

目 录

第1篇 高 等 数 学

第1篇 高等数学

高等数学无论是试题量还是分值在考研真题中都占相当大的比重，分别约为78%和75%，是复习的重中之重。现将2017—2019年的考查题型及知识点进行了整理，希望能对广大考生的备考有所帮助。

2017—2019年考研数学二高等数学题型及知识点分布表

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">题型/知识点分布</td><td colspan="2">2017年试题</td><td colspan="2">2018年试题</td><td colspan="2">2019年试题</td></tr>
<tr><td>试题量</td><td>分值</td><td>试题量</td><td>分值</td><td>试题量</td><td>分值</td></tr>
<tr><td rowspan="3">题量分值</td><td>选择题</td><td>6道</td><td>24分</td><td>6道</td><td>24分</td><td>6道</td><td>24分</td></tr>
<tr><td>填空题</td><td>5道</td><td>20分</td><td>5道</td><td>20分</td><td>5道</td><td>20分</td></tr>
<tr><td>解答题</td><td>7道</td><td>72分</td><td>7道</td><td>72分</td><td>7道</td><td>72分</td></tr>
<tr><td rowspan="3">考查知识点</td><td>选择题</td><td colspan="2">①分段函数在分段点处的连续性
②比较定积分的大小
③数列收敛性的讨论
④二阶常系数微分方程的求解
⑤偏导数的性质
⑥曲线、曲面积分的计算（物理应用）</td><td colspan="2">①含参数极限函数的计算
②讨论函数在某点的可导性
③分段函数的连续性
④二阶泰勒展开式
⑤比较定积分的大小
⑥累次积分的计算</td><td colspan="2">①同阶无穷小
②曲线的拐点
③反常积分的敛散性
④二阶线性微分方程
⑤比较二重积分值的大小
⑥求解两曲线相切及曲率的问题</td></tr>
<tr><td>填空题</td><td colspan="2">①渐近线方程的求解
②参数方程的求导
③分部积分法求定积分
④全微分方程
⑤交换二次积分的积分次序求积分</td><td colspan="2">①利用拉格朗日中值定理和夹逼定理求极限
②微积分的几何应用（拐点和切线）
③反常积分的计算
④导数的几何应用（参数方程求导、曲率）
⑤多元微分学中的隐函数求导</td><td colspan="2">①求1^∞型函数的极限
②求切线在坐标轴上的截距
③求复合函数的偏导数
④求曲线的弧长
⑤求变限积分的定积分</td></tr>
<tr><td>解答题</td><td colspan="2">①求变上限积分函数的极限
②偏导数的计算
③利用定积分定义求极限
④多元函数微分学的应用（无条件极限）
⑤零点定理、微分中值定理
⑥利用积分区域的对称性和极坐标计算二重积分
⑦导数的应用及微分方程的求解</td><td colspan="2">①不定积分的计算
②一阶线性微分方程
③二重积分的计算
④利用导数证明函数不等式
⑤多元函数的条件最值问题
⑥导数的几何和物理应用（变化率问题）
⑦数列单调有界的收敛原理</td><td colspan="2">①求分段函数的导数和极值
②求函数的不定积分
③求满足微分方程的特解及旋转体的体积
④利用极坐标变换求二重积分
⑤求曲面面积及其极值
⑥求解与偏导数方程相关的问题
⑦根的存在性证明（罗尔定理），拉格朗日中值定理的应用</td></tr>
</table>

1.1 函　数

1.1.1 求两类函数的表达式

题型 1.1.1.1　已知一函数求其反函数的表达式

求反函数的方法是在原函数 $y=f(x)$ 中解出 x，再交换 x 与 y 的位置即得所求的反函数 $y=f^{-1}(x)$，同时得到 f^{-1} 的定义域即为 f 的值域.

如 $y=f(x)$ 为分段函数，且在各分段区间上都是单调函数，则分别求出各分段区间上的反函数就得到该分段函数的反函数，且 $f(x)$ 每段的值域就是其对应分段区间上反函数的定义域.

例 1　设函数 $f(x)=\begin{cases}1-2x^2, & x<-1,\\ x^3, & -1\leqslant x\leqslant 2,\\ 12x-16, & x>2,\end{cases}$ 写出 $f(x)$ 的反函数的表达式.

解　(1) 当 $x<-1$ 时，$y=1-2x^2<-1$，从 $y=1-2x^2$ 中解出 x 得到 $x=-\sqrt{(1-y)/2}$，交换 x 与 y 的位置得到反函数 $y=-\sqrt{(1-x)/2}$，$x<-1$.

(2) 当 $-1\leqslant x\leqslant 2$ 时，$-1\leqslant y=x^3\leqslant 8$. 从 $y=x^3$ 中解出 x，得到 $x=\sqrt[3]{y}$，交换 x 与 y 的位置得到反函数 $y=\sqrt[3]{x}$，$-1\leqslant x\leqslant 8$.

(3) 当 $x>2$ 时，$y=12x-16>8$，从 $y=12x-16$ 中解出 x 得到 $x=(y+16)/12$，交换 x 与 y 的位置得反函数 $y=(x+16)/12$，$x>8$.

综上得到 $f(x)$ 的反函数 $g(x)$ 的表达式为

$$g(x)=f^{-1}(x)=\begin{cases}-\sqrt{(1-x)/2}, & x<-1,\\ \sqrt[3]{x}, & -1\leqslant x\leqslant 8,\\ (x+16)/12, & x>8.\end{cases}$$

题型 1.1.1.2　求与复合函数有关的函数表达式

定义 1.1.1.1　设 y 是 u 的函数 $y=f(u)$，而 u 又是 x 的函数 $u=\varphi(x)$，且当 x 在某一区间 I 取值时，相应的 u 值要使 y 有定义，则称 y 是 x 的定义于 I 的复合函数，记为

$$y=(f\circ\varphi)(x)=f[\varphi(x)],$$

u 称为中间变量，$\varphi(x)$ 称为内层函数，$f(x)$ 称为外层函数，

$$I=D_{f\circ\varphi}=\{x\mid\varphi(x)\in D_f, x\in D_\varphi\}\neq\varnothing.$$

由上述定义可知，复合函数 $f(\varphi(x))$ 的定义区间 $D_{f\circ\varphi}$ 或者与 $\varphi(x)$ 的定义区间一致，或者只是 $\varphi(x)$ 的定义区间的一部分.

在 $f(x)$，$\varphi(x)$ 和 $f[\varphi(x)]$ 这三个函数中，若已知其中两个，可求得另一函数.

类型(一)　已知 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$，求 $f[\varphi(x)]$ 或 $\varphi[f(x)]$.

若 $f(x)$ 为分段函数，$\varphi(x)$ 为分段函数或为初等函数，求复合函数 $f[\varphi(x)]$ 或 $\varphi[f(x)]$ 时，常用分段代入法或代入法求之. 先将内(外)层函数的表示式代入，然后再将外(内)层函数的表