

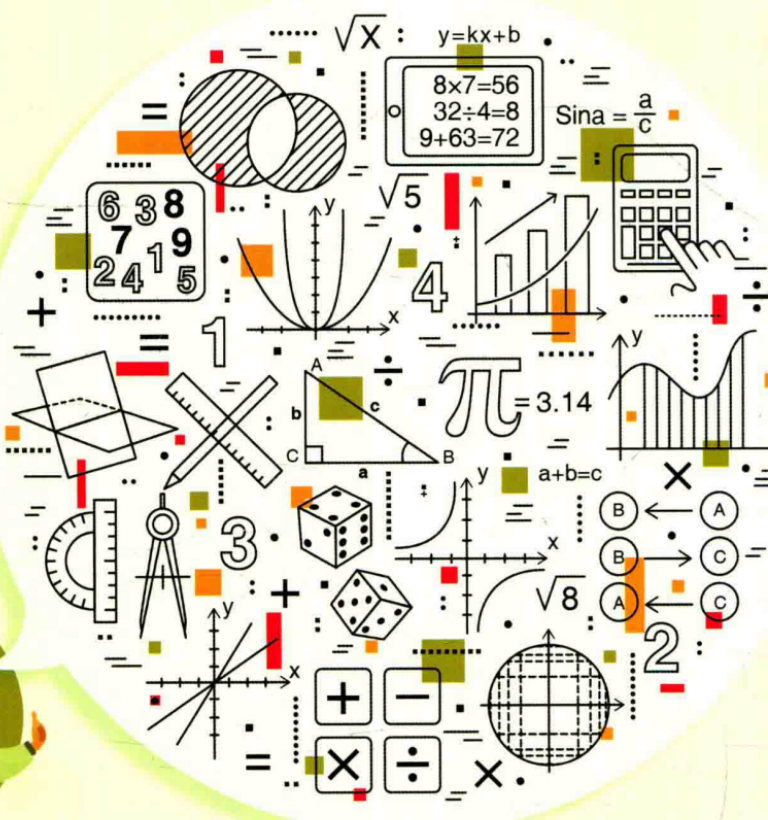
STORIES OF

MATHEMATICS & MATHEMATICIANS

数学和数学家的故事

第9册

〔美〕李学数一编著



上海科学技术出版社
SHANGHAI SCIENTIFIC & TECHNICAL PUBLISHERS

国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

数学和数学家的故事

(第 9 册)

[美] 李学数 编著

上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学和数学家的故事. 第9册 / (美) 李学数编著.
—上海: 上海科学技术出版社, 2019. 8

ISBN 978-7-5478-4455-7/O·73

I. ①数… II. ①李… III. ①数学—普及读物 IV.
①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 090931 号

策 划: 包惠芳 田廷彦

责任编辑: 田廷彦

封面设计: 陈宇思

数学和数学家的故事(第9册)

[美] 李学数 编著

上海世纪出版(集团)有限公司 出版、发行
上海科学技术出版社

(上海钦州南路71号 邮政编码 200235 www.sstp.cn)

苏州望电印刷有限公司印刷

开本 700×1000 1/16 印张 13.75

字数 160千字

2019年8月第1版 2019年8月第1次印刷

ISBN 978-7-5478-4455-7/O·73

定价: 35.00元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题, 请向工厂联系调换



序

2000年,在《数学教育研究》上,有两位数学教育工作者发表了一项调查报告,探讨初中学生对数学家的印象^①。参与研究计划的初中学生各自画一张数学家的图像,并且回答两个问题,分别是:(1)你认为哪些工作岗位需要聘用数学家?(2)为什么你认为数学家有如你描绘的样子?共有476名初中学生参与研究计划,他们的年龄介乎12至13岁,来自美国、英国、芬兰、瑞典和罗马尼亚。虽然研究者指出学生作答(1)时并非全部只选中学教师为答案,意指他们并非把数学家的工作范围局限于中学的数学教师,但从大部分图像显示出来,初中学生心目中的数学家形象,其实都是来自他们的数学教师。

正因如此,这项调查结果使数学教育界十分担忧。大部分学生都把数学家描绘成令人生厌的闷蛋,甚至是令人害怕的专制独裁者,脾气暴躁,强迫学生

^① Picker S H, Berry J S. Investigating pupils' images of mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 2000,43(1): 65-94.



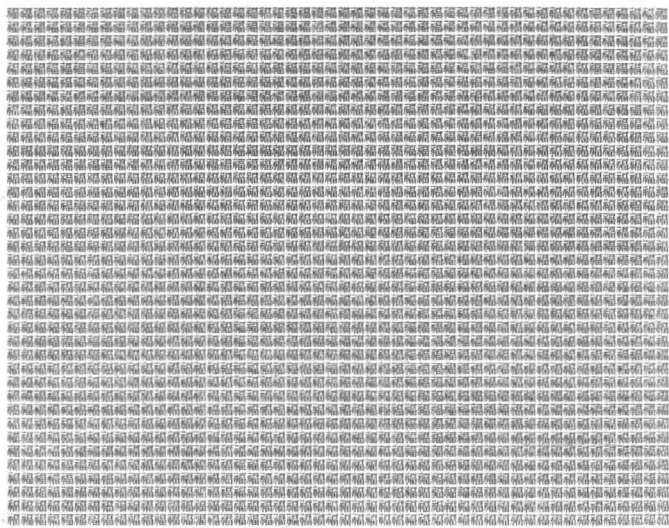
做大量他们不感兴趣的习题,但又少作解释。有些学生把数学家描绘成古怪孤僻的人,没有朋友(除了别的同样古怪的数学家!),不修边幅,衣衫褴褛,面容憔悴,愁眉深锁(因为经常思考难题!)。似乎多数人对数学家得来的印象,是他们与别人格格不入,有如生活在另一个世界的怪物。如果学生从小便认为数学家是怪物,他们自然对数学这行业亦畏而远之,不想因为从事这行业而被人视为怪物。于是,不单从事数学工作的生力军数目减少,数学教师的数目也减少,数学教师的素质也因此降低,导致的恶性循环就是学生的数学素质受影响,更少有志者继续进修数学,以致数学这行业将会日渐凋零。证诸数学在现代社会各领域发挥的作用,这绝不是大家愿意见到的现象。

其实,数学家也是凡人一名,与其他人没有分别。很多数学家的行为举止和品格性情与常人无异,既有好人也有不那么好的人,既有正常人也有不那么正常的人;总而言之,数学家并不算是一群特别与其他人非常不同的“怪蛋”,与其他人一样,他们也有喜怒哀乐。但话得说回来,好些数学家由于所受的数学教养熏陶,在工作环境当中培养出来某些习性,又的确与一般人有点分别。20世纪60年代在纽约库朗数学科学研究所任职的数学家卡佩尔(Sylvain Edward Cappell)曾经作了这样的中肯解释:

所有数学家都生活在两个不同的世界里。一个是由完美的理想形式构成的晶莹剔透的世界,一座冰宫。但他们还生活在普通世界里,事物因其发展或转瞬即逝,或朦胧不清。数学家们穿梭于这两个世界,在透明世界里,他们是成人,在现实世界里,他们成了婴儿。

同时,由于数学感觉较敏锐,好些数学家比别人拥有一种“行内幽默感”,却不一定受到其他人即时认同。让我说一则个人的小故事以说明这一点。在2004年除夕,有一位好友寄来贺岁电邮,

是一页印得密密麻麻的“福”字，填满了一个矩形框，下面有句祝福语，内容是说送上 2 004 个“福”以祝安康愉快！我马上回复好友，向他道谢并送上同样的祝福，但不忘加上一句：“非常感谢你的一番心意，不过那儿绝对不会有 2 004 个‘福’字，不用数也知道！”



我没有仔细数，不知道那矩形框内有多少个“福”字，但我知道 $2\ 004 = 2 \times 2 \times 3 \times 167$ 是 2 004 的质因数分解。要把 2 004 个“福”字恰好放在一个矩形框内，那个矩形框的长和宽必定相差很多（例如 12×167 , 4×501 , 6×334 , 等等），矩形必定非常狭长，绝不能有如那种接近方形的样子。

数学家的传记并不缺乏，其中最广为人知的一本是贝尔 (Eric Temple Bell) 在 1932 年出版的《大数学家》(Men of Mathematics)。不过这本书得到的评价却是褒贬参半，有不少评论者认为书的内容与史实不符，渲染之余以讹传讹。不过，我们对作者应该持较公平的态度，因为在序言中他已作声明：“本书绝无任何意思作为一本数学史著述，甚至不是数学史的任何片断叙述。”书内讲述多位古往今来的数学大师的生平故事，弥漫着一种浪漫情怀，虽然与史实不一



定完全相符,但对读者而言,倒是非常吸引及鼓舞人的。书的数学内容不要求读者懂得很多,几乎不涉及任何技术细节,但又带出数学家学术生涯引人入胜之处,令读者深深感受到数学家驰骋于智性世界的乐趣和激情。当年我在大学一年级暑假借了此书阅读,深受数学学术生涯吸引,日后从事数学工作,此书对我的影响是明显的。

另外一套《数学和数学家的故事》丛书,从20世纪的1978年至1999年陆续出版第一集至第八集,就更为海峡两岸、港澳地区的中学师生熟悉,是不少人从中获益匪浅的数学普及读物。这套丛书影响了一代又一代的师生,丛书的作者用的笔名是“李学数”,真名是李信明。我与信明兄相识于20世纪70年代后期,也算是一段缘分。1975年我回到母校香港大学数学系任教,当时有意多做一些普及数学工作。早在回港任教之前几年,我在美国一所大学任职,课余与在香港的朋友合作为一本中学生杂志的专栏撰稿,写一些介绍数学知识的趣味小品,用的笔名是“萧学算”。回到香港后,在1977年秋季到一所中学以“从圆周率的计算看数学的发展和应用”为题,作了一次讲座。过了不久,在一本香港杂志《广角镜》读到一篇文章,题为“科学上常用的常数——圆周率”^①,感到很亲切,自然萌生与作者取得联络的念头,好向他请教写作普及数学文章之道。尤其见到作者的名字“李学数”,想起自己用过的笔名,就更有那股意欲了!于是,我写信给《广角镜》,请编辑向作者转交我写给他的信。过了一些时候,我收到信明兄的热情回函,接着大家信来信往,成了好友,过了两年后大家还有机会见面呢。

信明兄的数学普及作品,除了数学内容新颖吸引,使读者在数学方面大有得益以外,他笔下那种感时忧国的人文情怀,更为难得,往往感染了读者,使读者更好明白作为知识分子的责任和说真话的精神。就像在这本书里叙述的数学家的故事,其实每一章都

^① 广角镜. 1978, 68(5): 53-59.



刻画出这些数学家和他们的同伴身处大时代的精神面貌,读者仔细玩味的话,当有所得。

这一点令我想起利伯(Lillian Rosanoff Lieber)在1942年出版的一本很特别的数学读物 *The Education of T. C. Mits: What Modern Mathematics Means to You*, 书中主角 T. C. Mits 其实意指 **The Celebrated Man In The Street**, 即是一般的公民。在第十四章作者写下了这样的一段话^①:

所以,你看到了,
 数学可以启发各色各样的主题,
 其中许多人在讨论这些问题时,
 都显得油腔滑调、漫不经心,
 这是因为他们不曾受过训练,
 学习用数学家做研究般的严谨细心
 来检视一个想法。
 我们必须试着模仿
 直线式思维的模型。
 不是像假思想家那样
 喋喋不休地论辩,
 而是
 安静的、
 诚实的、
 谨慎的、
 有力量的。

萧文强

2014年1月15日,香港大学

① 莉莉安·利伯,启发每个人的小书,洪万生,英家铭译,台北:究竟出版社,2012.



不向人间怨不平，相期浴火凤凰生。柔蚕老去应无憾，要见天孙织锦成！

——叶嘉莹《迎陵诗词稿》

守榕姐在2015年8月15日电传她的好友陈文茜《今天的你比昨日的你慈悲、感恩》给我。

看到陈文茜说：“自小我们学习许多课程，学数学‘ $1+1=2$ ’‘ $9-5=4$ ’，但我们没有学过人生何时该加、何时该减才会快乐；我们学英文、学历史、学地理、学化学、甚至学天文学……宇宙大爆炸，在某个点上创造了生命，偶然创造了我们。但人如何才能快乐？所有我们学习的‘课本’，都少了这门课。”心里有同感。

现在的教育实际走偏了，缺少兴趣培养是中国基础数学教育中的失误。中国的教育只重视传授知识给学生，传授学生会做题、会猜题的能力，侧重在技术性训练，培养的是应试能力，鼓励的是拿了奖就是好学生。为在高考时得到高分，很多重点学校往



往采取题海战术,训练学生的应试能力。孩子放学回家后,除了完成教师留的功课,还要在家长强逼下,做完规定数量的教辅书上的题。让学生感到读书是一件不快乐的事情,不少原本对数学很有兴趣的学生,变成了做题机器,在机械性的劳动中逐渐失去了对数学的兴趣,学生的创新能力被打压了,埋没了天赋很高的人才。

丁肇中在2014年10月上海中欧国际工商学院大师课堂上谈从物理实验中获得的体会:“许多人认为,如果一个国家想要在技术和经济方面有竞争力,它必须集中于能有实际市场效益的实用性技术的发展,并使经济持续发展。从历史的观点来看,这观点是错误的。如果一个社会将自己局限于技术转化,显然,经过一段时间,基础研究不能发现新的知识和新的现象后,也就没有什么可以转化的。所以,技术的发展是生根于基础研究之中。”

李克强总理在一次座谈会上讲道:“我们要搞原始创新,就必须更加重视基础研究,没有扎实的基础研究,就不可能有原始创新。国际数学界的最高奖项菲尔兹奖,中国至今没有一人获得。现在IT业发展迅猛,源代码靠什么?靠数学!我们造大飞机,但发动机还要买国外的,为什么?数学基础不行……所以,大学要从百年大计着眼,确实要有一批坐得住冷板凳的人。”

2016年2月11日,麻省理工学院、加州理工学院以及美国国家科学基金在华盛顿进行物理学界的一次历史性发布:人类首次直接探测到引力波,爱因斯坦百年前预见的一种时空干扰波。麻省理工学院校长赖夫(L. Rafael Reif)就人类首次探测到引力波于12日致信全校,信中明确地指出:“我们今天庆祝的发现体现了基础科学的悖论:它是辛苦的、严谨的和缓慢的,又是震撼性的、革命性的和催化性的。没有基础科学,最好的设想就无法得到改进,‘创新’只能是小打小闹。只有随着基础科学的进步,社会才能进步。”



在圣何塞州立大学举办感谢教授服务餐会，轮到教书 30 年的我演讲，我让负责人念我提供的德隆古尔(Will Allen Dromgoole)写的诗歌《造桥者》：

在一个寒冷阴沉的夜晚，
一个老人走在孤独的路上，
不久来到一个巨大、深厚的裂口，
裂口下流着迟缓的水流。
他在微暗中走过去，
但是，当他安全到达彼岸时，
他回头在那里造了一座桥梁。
旁边一个旅人说：“老人家，
你是在浪费你的力气和精神，
因为这天结束时，你的旅程亦将结束，
你绝不会再经过这里，
而你已渡过这个巨大、深厚的裂口，
你却还要造一座桥，这是为了什么？”
造桥的老人抬起他那灰白的头，
说：“这位朋友，在我来的这条路上，
有个少年跟在我后面，
他必定也会来到这裂口旁。
这个地方对我是没构成烦恼，
但对那位少年却可能是个圈套。
因为他也必须在微暗中渡过这裂口，
我这座桥是为他而造的，这位朋友！”

我只简单地说：“感谢圣何塞州立大学提供我机会从事教学和研究，我是为年轻一代造桥的人，如果有来生，我仍愿意从事教育

的工作。”

在我的散文集《梦里寻她千百度》中有一篇短文《我们都是造桥的人》，我写道：“有河，于是就应该有桥，于是就有造桥的人。我们现在所取得的一些成绩和成果，都是因为有许多人在我们的前面铺路造桥。当我们要走完人生道路时，不应该忘记还有后来人，我们应该给他们造路建桥。”

俄罗斯和苏联有很好的科普传统，许多著名科学家十分重视科普工作。我小时候患有数学恐惧症，在初一时看到从苏联翻译的带有故事性的趣味数学书才对数学有兴趣，以后还成为数学工作者。让数学家把他们掌握的那些抽象生僻的词汇带进一般人的经验范围却是一件非常困难的事。我为了写高度通俗化的类似法国数学家庞加莱(H. Poincaré)能够使工人、家庭妇女及教育水平不高的人看得懂的书，所费的时间比我写数学论文还要多十倍以上。

这本书的对象是一般的读者——没有经过专业训练的人、一些害怕数学或者对数学误解的孩子。希望这套书能揭开数学神秘的面纱，让更多人能欣赏它的美貌。希望一些对数学鄙视、认为数学无用的人，能知道自己是多么无知和幼稚。因此我不要求读者是个有高深数学知识、了解各种数学符号和公式的人，只要读者能耐心看完，这套书能让读者了解科学工作者的想象力和人文情怀。对于有强烈求知欲的孩子，以及想在数学领域有创新工作的年轻人，我在这里介绍一些有深度的难题以及还未解决的问题，他们可以通过对这些问题的解决与探索提高自己的能力。我期盼着所有数学教师都能成为研究者，期盼着数学教学研究能真正在学校生根、开花、结果，这样才能提高学生研究性学习能力和素养。贫瘠深山里的老师们，不像在城市的数学老师容易取得参考资料和信息资讯，想到他们匮乏的情况，因此在写书过程中尽量搜罗一些资料 and 题目，让他们容易利用，让这套书成为一个小型图书馆。对于



学数学专业的朋友们、数学爱好者阅读这套书也不会是浪费时间，你们会看到许多和你们专业不相关的数学家的故事，知道他们的研究方法，“他山之石可以攻玉”，或许得到启示另辟新天地。

我想衷心感谢下面的朋友：吴沛林、邵慰慈、高振滨、梁崇惠、梁培基、张福基、刘宜春、郑振勇、陈锦福、林节玄、林开亮、萧文强、钱永红、唐小明，李小露帮我把一些文稿打成文档校对，提供意见和资料，感谢上海科学技术出版社编辑包惠芳、田廷彦为这套书的出版而奔忙。

2014年10月、11月、12月及2015年1月3日我进入急诊室9次，真是“大难不死”。觉得“时不我待啊！要赶快工作”。本来我计划在2015年10月时寄第6、7集的书稿给出版社，不幸在9月我的电脑坏了，我前几年写的书稿和研究论文及资料都没有了。我找朋友及大学电脑技工都没法使我的硬盘资料恢复。四个月只好恢复数学研究，用研究忘却失去文稿的悲伤。“屋漏偏逢连夜雨”，健康又出状况。13个月前我动了“食道裂孔疝”手术，把上升到横膈膜上的胃拉下去，把食道孔与胃连接的贲门缝小，结果不能吃东西，食欲下降，体重迅速下降38磅，几次因食物而呕吐。2016年1月14日又发生呕吐不止的情况，要进入急诊室。

在病房，我试写了几十年不写的旧体诗：

病房抒怀一首

风烛残年病魔摧，
 形容枯槁似犯囚。
 好事多磨折腾频，
 电脑机毁文稿丢，
 多年辛劳尽湮灭，
 人无远虑近忧多。
 枕戈达旦忍孤寂，



踟蹰蜗行从头越。
千难万苦何所惧，
欲将心血洒寰宇。
我祈天公悯愚志，
不惜怜爱降霖雨。
苍茫天地呈碧翠，
枯木逢春复苏生。
荣誉财富身外物，
生命终结万事空。

年轻时写完第八集《数学和数学家的故事》时，我曾说：“希望我有时间和余力能完成第九集到第四十集的计划。”属于自己的日子已经不多，不愿让脑海中孕育出的众多新思想和自己一同离去，生命是经不起等待的，人生短暂，须只争朝夕。身体亏损不易恢复，终日无食欲。只要有力气，精神好，我就尽力把这套书写完，没有忘记华罗庚教授的心愿：“寸知片识献人民。”

为促进中国科技和文化事业的发展起到积极作用，我希望读者如有兴趣可以发送电子邮件至：lixueshu2014@gmail.com，和我交流。

2016. 2. 14 于美国联合市



目录

序

前言

1. “众数归 0”的狄非游戏——小学老师训练
 孩子的一个游戏 / 1
 狄非游戏 / 1
 6 次归 0 的正方形 / 5
 安琪拉的三角形游戏 / 6
 历史与推广 / 9
 动脑筋 想想看 / 10
2. 几何数列与级数 / 12
 世界上最古老的数学趣题 / 18
 函数的概念 / 18
 动脑筋 想想看 / 23
3. 魅力无穷的无字证明 / 25
 平面几何的两个基本定理 / 26



勾股定理	/ 28
其他一些有趣结果	/ 31
与整数有关的结果	/ 34
与三角比有关的定理	/ 39
动脑筋 想想看	/ 40
4. 婆罗摩笈多定理	/ 42
婆罗摩笈多的算术工作	/ 43
婆罗摩笈多的几何工作	/ 44
婆罗摩笈多面积公式更一般的形式	/ 49
动脑筋 想想看	/ 51
5. 给一名害怕几何的学生的信	/ 53
一名害怕几何的学生的来信	/ 54
从托尔斯泰的一篇小说看几何的用处	/ 60
6. 勾股弦幻方组的三种构造方法	/ 66
引言	/ 66
勾股定理的由来及用途	/ 67
最早提出构造勾股弦幻方组的学者	/ 71
斯潘塞的一个魔三角	/ 75
我们的工作	/ 76
埃马努伊利兹的勾股弦幻方组	/ 78
EE 型勾股弦幻方组的拓广	/ 79
拓广勾股数组, 6 元 2 次勾股弦幻方组(4 : 2 型)	/ 80
拓广勾股数组, 4 元 3 次勾股弦幻方组(3 : 1 型)	/ 82
拓广勾股数组, 5 元 3 次勾股弦幻方组(4 : 1 型)	/ 84
拓广勾股数组, 7 元 5 次勾股弦幻方组(6 : 1 型)	/ 86



用 4 阶幻方为基图扩大倍数得到勾股弦幻方组的尝试	/ 87
用 4 阶幻方构造 7 元 5 次勾股弦幻方组(6 : 1 型)	/ 88
用 LL 法构造的勾股弦幻方组	/ 89
勾 3、股 4、弦 5 幻方组	/ 90
倍数勾股弦数组勾 6、股 8、弦 10 幻方组	/ 92
勾股弦数组的拓广： A_3 、 B_4 、 C_5 、 D_6 幻方组	/ 93
构造勾股弦幻方组的三种方法大荟萃	/ 95
对幻方远景展望	/ 98
7. 速算那些事儿	/ 100
我不知道我怎样变成了速算神童	/ 100
速算大师威廉·克莱因	/ 105
8. 笼罩在神奇面纱之下的不定方程	/ 118
困扰人们长达 358 年的不定方程	/ 119
中国是研究不定方程最早的国家	/ 121
马克思解过的不定方程	/ 124
民间流传的不定方程	/ 125
如何求二元一次不定方程的整数解	/ 128
挡板法	/ 132
两个重要的二元二次不定方程	/ 135
例题精解	/ 137
一些优秀的不定方程的著作	/ 146
动脑筋 想想看	/ 146
9. 有益大脑的数学思维游戏	/ 151
数图	/ 152
互素图的数学游戏	/ 155

