

李啸骢 著

# 多指标非线性控制

## 理论与应用



清华大学出版社



# 多指标非线性控制 理论与应用

李啸骢 著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书系统地阐述了多指标非线性控制理论及应用,是一部科研成果专著。本书以作者的博士论文研究内容为基础,重点论述了国家自然科学基金和广西自然科学基金有关项目取得的最新研究成果。

全书共7章,主要内容包括基于微分几何的非线性控制理论简介;多指标非线性控制设计方法介绍;以及这些非线性控制设计方法在电力控制工程中的实际应用举例等。重点研究了基于微分几何的非线性控制设计方法发挥作用的机理,从理论上推证了输出函数与系统平衡点特征根的关系。

本书深入浅出,理论联系实际,可供从事控制工程、自动化、电力系统自动化工作的科技人员、工程技术人员和高等院校有关专业的教师、高年级学生以及研究生阅读、参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

多指标非线性控制理论与应用/李嘯聰著. —北京:清华大学出版社,2018  
ISBN 978-7-302-49588-8

I. ①多… II. ①李… III. ①非线性控制系统 IV. ①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 027566 号

责任编辑:梁颖 常建丽

封面设计:常雪影

责任校对:李建庄

责任印制:丛怀宇

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮编:100084

社总机:010-62770175 邮购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质量反馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

课件下载:<http://www.tup.com.cn>,010-62795954

印装者:三河市铭诚印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:155mm×235mm 印 张:9.5 字 数:166千字

版 次:2018年6月第1版 印 次:2018年6月第1次印刷

定 价:88.00元

产品编号:052332-01

随着现代数学的发展,微分几何方法逐渐被应用于非线性系统的控制,并成为研究非线性系统的主要方法之一,被视为近30年来自动控制理论发展的一大成就。本书简要地回顾了非线性控制理论的发展历史,介绍了基于微分几何的非线性控制基础理论,在此基础上提出了基于微分几何的非线性控制理论在实际应用中有待进一步研究的问题,并对其中一些问题提出了新的见解和解决方法。

在传统的基于微分几何的非线性控制理论的应用中,人们已习惯于将输出函数选取为单状态量的形式,对这样的非线性控制系统,本书首先提出了以下一些有待进一步深入研究和解决的问题:

(1) 在上述非线性控制系统中,有时会出现被控系统状态量的动、静态性能难以满意协调的问题。出现这些问题的深层次原因是什么? 有无有效解决这一问题的方法?

(2) 在线性系统控制的设计中,通过调整闭环系统的零、极点位置可以有效调整受控系统的性能。在非线性控制系统中,能否找到类似的方法?

(3) 在非线性设计方法中,输出函数的作用到底是什么? 是否可寻找到一种对大部分非线性系统都比较有效的具有一定普适性的输出函数形式?

本书对上述问题进行了深入的推证和分析,对其中一些问题的解决提出了新的观点和思路。本书重点探讨解决了如下几个问题:

- (1) 非线性控制设计中输出函数的作用和功能发挥的问题。
- (2) 微分几何非线性控制设计方法发挥作用的机理问题。
- (3) 单输入单输出非线性控制系统的零、极点配置设计问题。
- (4) 多输入多输出非线性控制系统的零、极点配置设计问题。
- (5) 非线性控制设计中的完全和部分精确线性化问题。
- (6) 非线性控制设计中输出函数对系统性能指标的影响问题。

全书可归纳为如下三部分:

第一部分为本书的第1~3章,在对非线性系统的普遍性、复杂

性及其特有现象进行了概要性的论述后,简要地回顾了非线性控制系统设计方法的发展历程和研究现状;简要整理和介绍了微分动力系统的概念和基本理论;系统介绍了传统的基于微分几何的非线性控制理论的基本概念和设计方法,为后续章节深入讨论非线性系统的控制设计方法进行了理论上的准备。

第二部分为本书的第4章。这部分是本书的核心内容,提出了多指标非线性控制设计方法,针对单输入单输出(SISO)和多输入多输出(MIMO)非线性控制系统分别推导了输出函数在非线性控制系统中的零、极点配置作用;讨论了非线性控制设计中的完全和部分精确线性化问题;讨论了非线性控制设计中输出函数对系统性能指标的影响,并提出了一种通过恰当选取输出函数实现多指标非线性控制的具有一定普适性的方法。

第三部分为本书的第5~7章,是本书提出的多指标非线性控制设计方法的具体应用举例,主要针对电力系统的控制应用展开,分别讨论了如下电力系统控制装置的非线性控制律设计:发电机多指标非线性励磁控制;凝汽式汽轮发电机的多指标非线性综合控制;中间再热式汽轮发电机的多指标非线性综合控制;水轮发电机的多指标非线性综合控制;TCSC与水轮发电机两设备的多指标非线性协调控制。

在本书的撰写过程中,得到程时杰院士的热心鼓励和悉心指导,在此表示衷心感谢。课题组刘辉、徐俊华老师和多届研究生帮助做了大量的文字整理、图片制作和仿真工作,在此一并表示感谢。

本书有关的研究工作得到了国家自然科学基金、广西自然科学基金、广西科学研究与技术开发计划项目和南宁市科学研究与技术开发计划项目的资助,特此致谢。

由于作者水平有限,书中难免有不妥之处,欢迎读者批评指正,并进行有益的学术交流。

作者

2017年12月

于广西大学

# 目录

<b>第 1 章 绪论</b> .....	1
1.1 非线性系统的普遍性 .....	1
1.2 非线性系统的复杂性及特有现象 .....	2
1.3 非线性控制理论的研究现状 .....	6
<b>第 2 章 微分动力系统的基础理论</b> .....	11
2.1 基本概念 .....	11
2.1.1 微分同胚映射 .....	11
2.1.2 微分动力系统 .....	12
2.2 非线性微动力系统的定性分析 .....	14
2.2.1 平衡点 .....	15
2.2.2 闭轨与极限环 .....	18
2.3 非线性微动力系统的稳定性 .....	19
2.3.1 平衡点的稳定性定义 .....	19
2.3.2 平衡点的稳定性判定 .....	20
2.4 小结 .....	23
<b>第 3 章 非线性控制设计原理</b> .....	25
3.1 线性最优控制设计方法简介 .....	25
3.1.1 无限时间状态调节器设计 .....	26
3.1.2 无限时间输出调节器设计 .....	27
3.2 非线性控制系统的基本概念 .....	27
3.2.1 非线性控制系统 .....	27
3.2.2 李导数、李括号 .....	28
3.2.3 分布、对合分布 .....	30
3.2.4 福若宾纽斯(Frobenius)定理 .....	30
3.3 单输入单输出非线性控制系统的设计 .....	31

3.3.1	非线性系统的相对阶和坐标变换 .....	32
3.3.2	状态反馈完全精确线性化设计 .....	33
3.3.3	状态反馈部分精确线性化设计 .....	36
3.3.4	系统的零动态和系统的可镇定性 .....	40
3.3.5	输出与干扰的解耦控制 .....	41
3.4	多输入多输出非线性控制系统的设计 .....	43
3.4.1	多输入多输出非线性系统的相对阶 .....	43
3.4.2	状态反馈完全精确线性化设计 .....	45
3.4.3	状态反馈部分精确线性化设计 .....	47
3.4.4	系统的零动态和系统的可镇定性 .....	50
3.4.5	输出与干扰的解耦控制 .....	51
3.5	小结 .....	52
<b>第 4 章</b>	<b>多指标非线性控制设计方法 .....</b>	<b>53</b>
4.1	引言 .....	53
4.2	输出函数在非线性控制设计中的作用 .....	54
4.2.1	输出函数在 SISO 系统中的零、 极点配置作用 .....	54
4.2.2	输出函数在 MIMO 系统中的零、 极点配置作用 .....	59
4.3	非线性控制设计中的完全和部分精确线性化问题 .....	65
4.4	输出函数对系统性能指标的影响 .....	70
4.5	小结 .....	72
<b>第 5 章</b>	<b>发电机励磁的多指标非线性控制设计 .....</b>	<b>74</b>
5.1	引言 .....	74
5.2	发电机励磁控制系统的数学模型 .....	76
5.3	发电机非线性励磁控制的 3 种设计方案 .....	78

5.3.1	完全精确线性化设计(选取 $y=\Delta\delta$ )	78
5.3.2	输出与扰动的解耦控制设计 (选取 $y=\Delta U_f$ )	79
5.3.3	多指标非线性励磁控制设计 (选取 $y=c_1\Delta U_f+c_2\Delta\omega$ )	81
5.4	数字仿真与分析	83
5.4.1	多指标非线性励磁控制器的动态 工作特性	83
5.4.2	多指标非线性励磁控制器的稳态 工作特性	86
5.4.3	仿真实验结果小结	87
5.5	小结	88
<b>第6章</b>	<b>汽轮发电机组的多指标非线性综合控制研究</b>	<b>90</b>
6.1	引言	90
6.2	凝汽式汽轮发电机组的多指标非线性综合控制	92
6.2.1	凝汽式汽轮发电机组的数学模型	92
6.2.2	凝汽式汽轮发电机组的非线性综合 控制律设计	94
6.2.3	数字仿真与分析	99
6.2.4	结语	104
6.3	中间再热式汽轮发电机组的多指标非线性 综合控制	104
6.3.1	中间再热式汽轮发电机组的数学模型	104
6.3.2	中间再热式汽轮发电机组的多指标 非线性综合控制律设计	107
6.3.3	数字仿真与分析	112
6.3.4	结语	116
6.4	小结	116



<b>第 7 章 水轮发电机组的多指标非线性综合控制研究</b> .....	118
7.1 引言 .....	118
7.2 水轮发电机组的多指标非线性综合控制 .....	120
7.2.1 水轮发电机组的数学模型 .....	120
7.2.2 水轮发电机组的多指标非线性 综合控制律设计 .....	122
7.2.3 数字仿真与分析 .....	124
7.2.4 结语 .....	128
7.3 TCSC 与水轮发电机励磁和导叶的多指标 非线性协调控制 .....	128
7.3.1 TCSC 和水轮发电机数学模型 .....	128
7.3.2 TCSC 和水轮发电机的多指标 非线性协调控制设计 .....	130
7.3.3 数字仿真与分析 .....	134
7.3.4 结语 .....	138
7.4 小结 .....	139
<b>参考文献</b> .....	140

# 第1章 绪 论

本章对非线性系统的普遍性、复杂性及其特有现象进行了概要性的论述,简要回顾了非线性控制系统设计方法的发展历程和研究现状。

## 1.1 非线性系统的普遍性

人类对非线性控制系统的研究已有近百年的历史,其起步几乎与线性控制系统同步。但至今,人类对非线性控制系统的认识及掌控能力远不及对线性系统那样深刻和完美,这主要是由于非线性控制系统本身包含的内容十分丰富和复杂。非线性系统涵盖了线性系统,而线性系统只是非线性系统的一个子集和特例。对于线性控制系统,如今人类已经找到了对其进行分析和综合的通用方法,但对于非线性控制系统,目前虽然已经提出了许多分析和综合的方法,然而这些方法都各有其优势和局限性,不能成为分析和设计非线性控制系统的通用方法。非线性控制系统经过长期的大量研究,尽管已有了很多成果,但对于建立一套完整的理论体系来说,还是远远不够的。对于非线性控制系统,是否能找到一种像分析和综合线性系统那样完美的、普遍适用的通用方法尚无定论。非线性控制系统理论的研究目前正处在蓬勃的发展阶段,还有许多问题有待于进一步研究探讨。

严格地说,非线性系统是绝对的、一般的,而线性系统是相对的、特殊的。数学模型上的线性系统是由自然界和工程实际中的非线性现象经过简化、近似而得到的。

工程实际中,大部分控制系统都具有非线性特性。例如,机械传动系

统中的齿轮啮合由于具有齿隙和摩擦,从而存在失灵区;继电特性器件的使用会在系统中引入继电特性;而磁性元件的应用会导致磁滞回线特性;大部分执行机构的输出功率的有限性会产生饱和特性等。还有一类非线性现象是被控系统自身各物理量之间存在着非线性关系,如机械手各关节之间耦合力的非线性关系,电力系统中传输功率与各发电机之间相角差的非线性关系等。另外,有时为了进行高质量的控制,常常在控制系统中有意识地引入非线性的控制规律,如控制理论中的最短时间控制就要采用非线性的 bang-bang 控制律。系统中只要包含了一个非线性环节,系统就是非线性的。因此,一般来说,实际的自动控制系统都是非线性的。

对于非线性特性较为轻微的系统,可以采用泰勒(Taylor)级数展开的方法,将原系统在分析点或平衡点展开为级数形式,然后忽略高次项而得到一个系统各物理量间都具有线性关系的线性系统,这样就可用线性微分方程代替非线性微分方程,用线性控制理论对其进行分析,这种方法就是所谓的小偏差线性化方法。如果采用这样的分析方法产生的误差是工程上允许的,得到的结果在实践中证明是大体正确的,则这种分析方法是可采用的。相应地称这种能采用小偏差线性化方法进行分析、综合的非线性系统为**非本质非线性系统**。

另外有一类非线性系统,其非线性特性是不可以用小偏差线性化方法进行分析的,例如继电特性,即便是输入变化很小,其输出与输入的关系也不能用线性关系来表达。具有这样的非线性特性的系统称为**本质非线性系统**。

## 1.2 非线性系统的复杂性及特有现象

相对于线性系统来说,非线性系统有着自身的一些明显特点,且表现十分丰富。线性系统的动态特征只有三类,即衰减过程、临界振荡过程、发散过程,但非线性系统除了具有线性系统表现出的这三种过程外,还可能出现多平衡点、自振、分岔、混沌等一些其他更为复杂的动态过程。下面对其中的一些特有现象作简要的列举。

**多平衡点:**非线性系统的一个重要特点是,大多数系统都存在着多个平衡点,如式(1.1)描述的非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + 1 \\ \dot{x}_2 = -x_2^2 + x_1 \end{cases} \quad (1.1)$$

很明显,系统有两个平衡点,分别是  $x_1=1, x_2=1$  和  $x_1=1, x_2=-1$ 。其中点  $(1,1)$  是稳定平衡点,而点  $(1,-1)$  是不稳定平衡点。

**自振:** 非线性系统发生自振是因为该系统中存在着极限环。所谓极限环,是系统的一种稳定的等幅振荡状态,这种等幅振荡不同于线性系统的临界振荡。线性系统中的临界振荡的幅值一般取决于初始条件,它常常是一种介于稳定与不稳定间的临界工作状态,一般是不希望出现的。但非线性系统中的自振却可能是人们希望利用的一种稳定工作状态,它的幅值与系统的结构和参数有关,而与初始条件无关。存在自振的典型系统如范德普(Van den Pol)振荡电路,其状态方程如式(1.2):

$$\begin{cases} C \frac{dv_c}{dt} = -i_L - i_R(v_c) \\ L \frac{di_L}{dt} = v_c \end{cases} \quad (1.2)$$

式中,  $i_R = \mu(v_c^3 - v_c)$ ,  $\mu > 0$ 。

该电路的状态相轨线图如图 1.1 所示。从图 1.1(a)可清楚地看到该电路存在着一个极限环,起始相点无论是在环内,还是在环外,最终都趋向该极限环运动。图 1.1(b)是状态量  $v_c = x$  和  $i_L = y$  随时间变化的运动图,由图可见,两状态量由极限环内  $(0, 0.6)$  点处出发,最终趋向于等幅振荡状态。

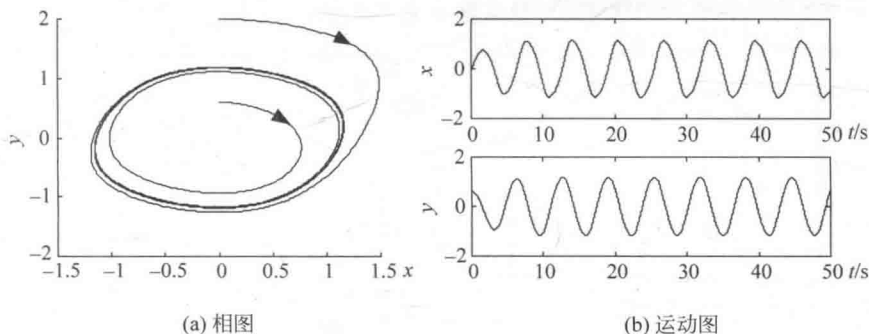


图 1.1 范德普振荡电路轨线图

**分岔:** 早在 18 世纪中叶,伯努利(Bernoulli)和欧拉(Euler)等人在研究杆件在纵向压力作用下的屈曲问题时,就发现了非线性微分方程的分岔现象。1834 年,雅可比(Jacobi)在研究自引力介质的椭球形旋转液体星的平衡图形时,首先引用了“分岔”(bifurcation)这个术语。1885 年,庞卡莱(Poincare)提出了旋转液体星平衡图形演化过程的分岔理论。20 世

纪 30 年代,范德普、安德罗诺夫等人在研究非线性振动问题时也发现大量分岔现象。到 20 世纪 60 年代后,随着微分动力系统和非线性分析方面的现代数学理论不断发展,以及电子计算机和数值计算技术的相继出现,对非线性系统的分岔现象的认识和研究也得到了不断的深入和发展。

所谓非线性系统的分岔问题<sup>[1]</sup>,是指对于含参数的系统,当参数变动并达到某些临界值时,系统的定性性态(如平衡状态或周期运动的数目和稳定性等)会发生突然变化,这种变化就称为分岔。分岔是一类常见的重要非线性现象,并与其他非线性现象(如混沌)密切相关。因此,在非线性科学中,分岔研究占有重要地位。

式(1.3)给出的非线性微分方程描述了一个存在着分岔现象的非线性系统,该分岔现象被称为著名的霍普(Hopf)分岔:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y + x(\mu - (x^2 + y^2)) \\ \dot{y} = x + y(\mu - (x^2 + y^2)) \end{cases} \quad (1.3)$$

分析表明,这个系统当参数  $\mu > 0$  时,系统存在着极限环,且该极限环的吸引力十分强烈,在极限环内、外的起始相点都会迅速向极限环靠近,并进入极限环,其相轨线图如图 1.2(a)所示。图 1.2(b)描述了状态量  $x, y$  随时间变化的运动图,由图可见,两状态量由极限环内的点  $(0, 1)$  处出发,迅速达到等幅振荡状态。

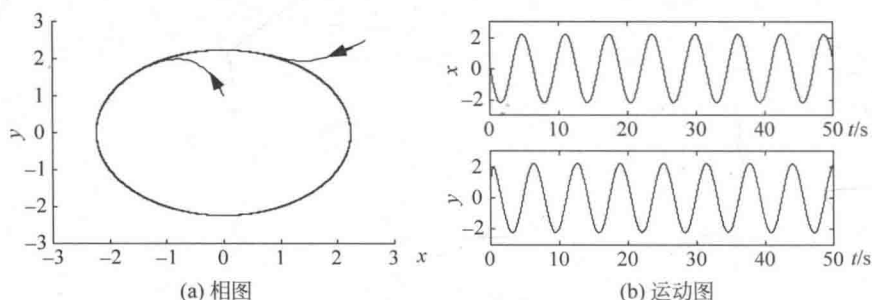
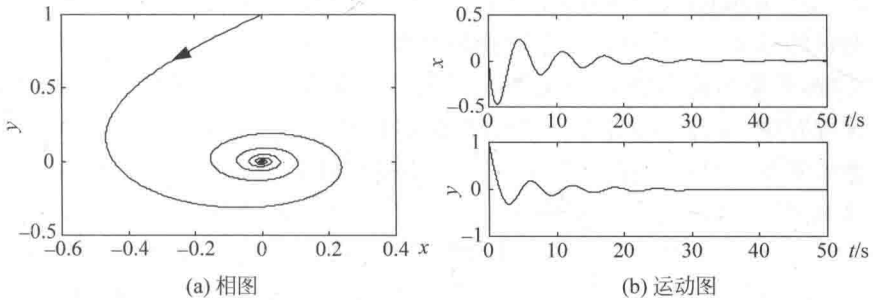


图 1.2 霍普分岔非线性系统轨线图( $\mu > 0$ )

当参数  $\mu \leq 0$  时,系统的结构性状发生了突变,相图中的极限环变成了稳定焦点,其相轨线图如图 1.3(a)所示,这时系统不再产生等幅振荡现象。由图 1.3(b)可见,状态量  $x, y$  由起始点  $(0, 1)$  迅速收敛到平衡点  $(0, 0)$ 。

由上面的分析可见,式(1.3)描述的系统以  $\mu = 0$  为分岔点,当  $\mu$  变动达到该临界值时,系统的定性性态发生了突变,系统出现了分岔现象。

图 1.3 霍普分岔非线性系统轨线图( $\mu \leq 0$ )

**混沌：**比较典型的混沌(chaos)现象是由美国气象学家洛伦兹(Lorenz)在研究长期天气预报时发现的。1963年,他在《大气科学》杂志上发表了《决定性的非周期流》一文,指出由于气候不能精确重演,使得长期天气预报不可行,这就是非周期性 with 不可预见性之间的联系。他还认为,自然界一些事物的发展变化可能有一个临界点,在这一点上,微小的差异可能演变为巨大的变化,最后导致质的差异。初始条件的微小变化可以使得运动轨线发生很大的变化,这也就是所谓的混沌现象对初始条件的敏感性。

为了对混沌现象有一个初步的感性认识,我们以洛伦兹当年在研究大气运动规律时提出的描述热对流不稳定性的模型(即 Lorenz 模型),来考查该模型的混沌运动特征。Lorenz 模型的状态方程如式(1.4)所示。

$$\begin{cases} \dot{x} = -R_r(x - y) \\ \dot{y} = rx - xz - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (1.4)$$

作该模型的相图和系统状态随时间变化的运动图如图 1.4 所示,从

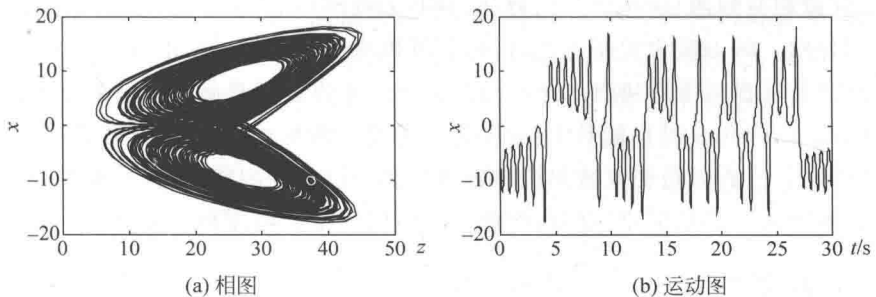


图 1.4 洛伦兹非线性模型的混沌现象

图 1.4(a)中可以看到著名的“蝴蝶效应”轨线图。从图 1.4(b)中可见状态量的运动似乎呈现出零乱的随机现象,但是这种零乱现象又寓于确定性中,只要初值不变化,其动态过程就可以重现。可见,在混沌现象中蕴含着有序,在有序的过程中也可能出现混沌。大自然就是如此奥妙无穷,错综复杂。因此,对混沌科学的进一步研究将会加深对大自然的认识和理解。

### 1.3 非线性控制理论的研究现状

由于非线性系统的内容十分丰富、复杂,因此研究和分析非线性系统的方法也是多种多样的,但是总体上仍可将它们概括为时域法和频域法。早期产生的非线性系统研究方法主要有:相平面法、描述函数法(又称谐波线性化方法)、李亚普诺夫(Lyapunov)稳定性理论、绝对稳定性理论、输入输出稳定性理论等。现代新兴发展起来的非线性系统研究方法主要有:微分几何方法、逆系统方法、非线性频域控制理论、变结构控制理论、神经网络方法等。以下就上述部分方法作简要介绍。

#### 1. 相平面法

由于非线性微分方程大部分无法得出其解析表达式,因此较早发展起来的常微分方程分析方法是定性分析方法。相平面法即属于非线性系统定性分析方法的一种,该方法是由庞卡莱于 1885 年首先提出的一种求解常微分方程的图解方法。这种方法的实质是将系统对于时间的微分方程消去其时间变量,而转化为能描述系统相轨线的微分方程,再根据该微分方程,绘制出系统的状态量之间的关系图——相图。然后根据相平面图(或相空间图)全局的几何特征,判断系统固有的动、静态特性和系统结构性状。该方法主要用奇点、极限环等概念来描述相平面的几何特征,并根据特征根的不同将奇点进行分类。由于该方法解决问题的主要手段是作图法,因此一般只能分析和解决二阶至三阶的低阶非线性系统问题。但是,其分析问题的方法和概念可推广到三阶以上的系统,并且由于该方法的优点是形象、直观,因此一直得到广泛的运用和发展。

#### 2. 描述函数法

描述函数法又称为谐波线性化方法,是由克雷洛夫(Krylov)和勃格

留保夫(Bogolyubov)于1943年在研究非线性振动问题时提出的。描述函数法属于频域分析方法,可以看成是线性理论中的频域法在非线性系统中的推广,是在频域对非线性系统进行线性化近似的方法。描述函数法可以适用于高阶系统,其基本方法是将一个正弦信号加到非线性环节的输入端,测量其输出信号并作傅里叶级数展开,然后取基波分量与输入的正弦信号之比构成描述函数来近似描述该环节的非线性特性。该描述函数包含的系统非线性信息要比用泰勒级数直接将非线性系统线性化包含的信息丰富。当系统中的非线性环节用线性化的描述函数替代以后,非线性系统等效成一个线性系统,然后就可借用线性系统理论中的频率响应法对系统进行频域分析。因此,线性理论中的很多结果在描述函数法中都可以得到继承和运用。描述函数法可用来近似研究非线性控制系统的稳定性和自振荡问题,还可用于对非线性控制系统进行综合设计。

### 3. 李亚普诺夫稳定性理论

李亚普诺夫稳定性理论是分析和研究非线性控制系统平衡点稳定性的经典理论,于1892年由俄罗斯数学家和力学家李亚普诺夫提出。李亚普诺夫稳定性理论具有高度的概括性,因此其影响和应用十分深远和广泛。李亚普诺夫提出了两种研究非线性系统平衡点稳定性问题的方法,即李亚普诺夫第一方法(也称间接法)和李亚普诺夫第二方法(也称直接法)。李亚普诺夫直接法的核心是构造一个正定的李亚普诺夫函数,也称 $V$ 函数。然后通过判定该 $V$ 函数对时间导数的负定性来判定系统的稳定性。但是,李亚普诺夫方法在使用中的最大困难在于如何构造恰当的 $V$ 函数,在很多情况下,要寻找系统的 $V$ 函数是十分困难的。虽然已有学者提出了一些构造非线性系统李亚普诺夫函数的方法,如克拉索夫斯基法、变量梯度法等,但这些方法都有其一定的应用条件限制,至今尚未寻找到一种构造李亚普诺夫函数的一般性方法。

相比之下,李亚普诺夫间接法的应用却不存在尚未解决的理论和和技术问题。李亚普诺夫间接法是将非线性系统在其平衡点展开为级数形式,然后根据对应的线性系统的特征根来判定该非线性系统的稳定性。这种方法简单、直观,易于一般工程技术人员所掌握,能满足解决一般性工程应用问题的需要。因此,对于工程应用问题,李亚普诺夫间接法就显出其特有的实用价值。

### 4. 绝对稳定性理论

绝对稳定性理论主要针对鲁里叶<sup>[2]</sup>系统进行讨论。1944年,鲁里叶



与波斯特尼考夫以飞机控制为背景,建立了一类广泛的非线性控制系统的模型,这类非线性系统的特点是系统中只含有一个非线性控制机构。鲁里叶提出了两种典型方程,即间接系统模型与直接系统模型:

间接系统模型由式(1.5)表达:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ \dot{u} = f(\sigma), \quad \sigma = cx - pu \end{cases} \quad (1.5)$$

直接系统模型由式(1.6)表达:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ u = f(\sigma), \quad \sigma = cx \end{cases} \quad (1.6)$$

针对鲁里叶系统,鲁里叶和波斯特尼考夫构造了“二次型加非线性项积分”的李亚普诺夫函数,并建立了绝对稳定性理论。在此基础上,许多学者做了大量的研究工作,提出了不少绝对稳定性判据条件,如阿依热满方法、波波夫判据和圆判据,其中波波夫判据和圆判据属于频率法,其特点是用频率特性曲线与某直线或圆的关系来判定非线性系统的稳定性。

## 5. 输入输出稳定性理论

20世纪60年代,I. W. Sanberg<sup>[3]</sup>和G. Zames<sup>[4-5]</sup>首先提出了一种输入输出稳定性理论(简称IO稳定性),并逐渐得到了发展。输入输出稳定性的直观解释是:若输入激励是有界的,如果系统是输入输出稳定的,则它的输出响应也应有界的。这种方法基于泛函分析的理论基础,用反映系统输入函数空间与输出函数空间的非线性算子来讨论系统的输入输出稳定性。其主要优点是:该方法适用的系统类型比较广泛,除了连续系统外,还可用于离散系统、时滞系统、偏微分方程描述的系统。在大系统理论中,它也是一种有效的分析工具。IO稳定性理论以范数为其判定稳定性的指标,因此得到的稳定性判据一般都比较简洁,并且其结论都是针对全局性的,要么是全局稳定,要么是全局不稳定。因此,对于局部稳定性的判定,IO稳定性理论就显得无能为力。另外,由于该方法需要较高深的数学知识,这给该方法在工程技术中的应用推广带来了一定难度。

## 6. 微分几何方法

20世纪80年代以来,非线性科学进入了一个新的发展阶段。例如,数学中的非线性分析、非线性泛函,物理学中的非线性动力学等,都得到了迅速发展。同一时期,非线性系统理论也得到了很大的发展,随后很多