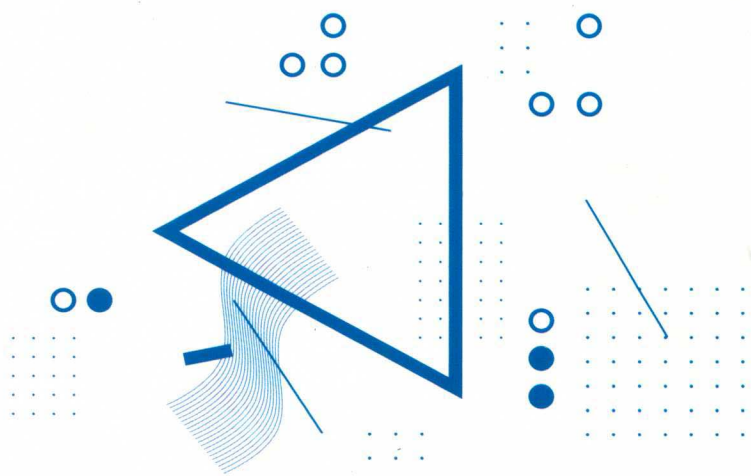


高等院校经济数学系列教材



Economic Cybernetics

经济控制论

叶玉全 郭 强 编著

上海财经大学出版社

高等院校经济数学系列教材



经济控制论

叶玉全 郭 强 编著



上海财经大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济控制论/叶玉全,郭强编著. —上海:上海财经大学出版社,2019.3
高等院校经济数学系列教材

ISBN 978-7-5642-3118-7/F·3118

I. ①经… II. ①叶… ②郭… III. ①经济控制论 IV. ①F224.11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 218963 号

- ☐ 责任编辑 刘光本
- ☐ 责编电邮 lgb55@126.com
- ☐ 责编电话 021-65904890
- ☐ 封面设计 张克瑶

经济控制论

叶玉全 郭 强 编著

上海财经大学出版社出版发行
(上海市中山北一路 369 号 邮编 200083)
网 址: <http://www.sufep.com>
电子邮箱: webmaster@sufep.com

全国新华书店经销

上海华业装璜印刷厂印刷装订
2019 年 3 月第 1 版 2019 年 3 月第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16 10.75 印张 173 千字
定价:49.00 元

增长和发展是世界经济走向的总趋势,但增长和发展并不是直线的,而是在波动中前进的.因此,研究经济波动与周期问题总是和经济增长与发展问题紧密联系,成为经济学研究的重要课题.经济系统由若干个相互关联、相互制约的经济子系统组成,是一个有特定经济功能的有机整体.经济系统的诸因素中含有大量的难以用确定的量进行描述的变量,对它的认识过程就是从客观中提取信息的过程,呈现有不确定性信息的系统称为不确定性系统.因此,经济系统属于不确定性的复杂大系统.

控制论是研究各类系统的调节和控制规律的科学,它分析系统之间的信息交换、反馈调节、自组织、自适应的原理,通过改善系统的行为使系统稳定运行.无论是经济系统还是社会系统,抛开各自的性态特点,都可看作一个自动控制系统.针对经济系统的复杂性和不确定性,经济学家与控制论专家互相学习与合作,将控制论的一般原理与方法应用于对经济系统的运动规律与控制方法的研究,取得了丰硕的成果,并形成了一门新的学科——经济控制论.

在研究如何调节控制经济系统的基础上,1956年奥斯卡·兰格系统地论述了经济控制论的概念、方法和理论.经济系统控制论又可分成经济系统论、经济信息论和经济控制论.经济系统论包括经济惯性原理、经济加速度原理、经济内动力原理、经济系统层次原理、经济竞争协合原理和经济承载能力原理.经济控制论的主要内容有经济耦合理论、经济反馈理论、最优控制理论.

目前国内出版的经济控制论方面的书籍基本上是按控制论逻辑展开,从控制出发联系经济.本书也是基于控制论基本原理,探讨控制系统在经济中的应用.

全书共分为9章,按先离散系统后连续系统展开,同时讨论系统的稳定性和半稳定性.第1章是绪论,介绍经济系统与控制的含义和发展;第2章介绍离散时间动态系统的状态空间模型及其求解方法;第3章介绍连续时间经济系统的状态空间模型及其求解方法;第4章为变分法简介;第5、6章介绍经济系统的稳定性分析以及包含连续平衡点的线性系统的半稳定性分析;第7章介绍动态规划方法求解前文所提出的离散与连续经济

系统;第8章介绍离散、连续的随机经济系统的应用.第9章介绍随机系统最优控制.

本书由浅入深地讲解、条理清晰地分析与研究经济控制系统.读懂本书的内容仅要求读者学习过微积分与线性代数的基本知识.

最后要感谢上海财经大学数学学院的支持和帮助,还要感谢刘光本博士的精心工作.

由于水平有限,书中难免存在错误或不妥之处,敬请读者提出宝贵的意见,以便再版时更正.

叶玉全 郭 强

2019年3月

C 目 录

CONTENTS

前言/001

第 1 章 绪论/001

§ 1.1 经济学十大原理/001

§ 1.2 数学与经济学的关联/004

1.2.1 诺贝尔经济学奖/004

1.2.2 数学与经济学的辩证关系/005

§ 1.3 一般均衡理论/005

1.3.1 瓦尔拉斯的一般均衡理论/006

1.3.2 希克斯的短期均衡分析/006

1.3.3 阿罗—德布鲁的一般均衡理论/007

1.3.4 格朗蒙的短期一般均衡理论/008

1.3.5 巴廷金的一般均衡理论/008

§ 1.4 经济控制论/008

1.4.1 经济控制论发展概况/008

1.4.2 经济控制系统的特点/009

第 2 章 离散经济系统及其求解/010

§ 2.1 差分方程与 Z 变换/010

2.1.1 常系数线性齐次差分方程的解/010

2.1.2 常系数线性非齐次差分方程/014

2.1.3 Z 变换法/016

§ 2.2 离散经济系统模型/019

2.2.1 微观经济模型/019

2.2.2 离散时间动态经济系统的状态空间模型/023

2.2.3 离散时间动态经济系统的状态空间模型的求解/025

第3章 连续经济系统及其求解/027

§ 3.1 一阶微分方程的两种解法/027

3.1.1 积分法/027

3.1.2 拉普拉斯变换/029

§ 3.2 连续时间系统与离散时间系统的关系/031

§ 3.3 连续时间经济系统的稳定性/033

3.3.1 连续时间系统稳定性的定义与判别方法/033

3.3.2 连续时间线性系统稳定性的判别/034

3.3.3 非线性系统稳定性的判别/036

3.3.4 二维系统稳定性的判别/037

3.3.5 高维系统的讨论/040

§ 3.4 连续时间数值方法/044

3.4.1 有限差分法/044

3.4.2 逼近法/047

3.4.3 投影法/049

§ 3.5 政府公共开支对经济的影响/052

3.5.1 模型/052

3.5.2 政府支出改变对均衡时经济的影响/056

3.5.3 政府支出改变对初始经济的影响/056

第4章 变分法简介及其经济应用/058

§ 4.1 变分法的几个基本概念/059

4.1.1 泛函的概念/059

4.1.2 泛函的变分/060

§ 4.2 泛函的极值与变分法/061

4.2.1 泛函极值的必要条件(一阶条件——欧拉方程)/061

4.2.2 泛函极值的充分条件(二阶条件)/062

§ 4.3 固定边值问题/062

4.3.1 最优性条件/063

4.3.2 几种特殊形式最简泛函的欧拉方程/065

§ 4.4 自由边值问题/067

4.4.1 终点时间给定/067

4.4.2 终点时间待定/070

第5章 经济系统的稳定性分析/074

§ 5.1 离散时间定常线性系统稳定性的定义/075

§ 5.2 离散时间定常线性系统稳定性的判别/077

5.2.1 利用特征多项式判定稳定性/080

5.2.2 利用矩阵 A 判定稳定性/081

§ 5.3 单商品市场供需均衡时价格运动的稳定性分析/082

5.3.1 传统预期价格模型——蛛网模型/082

5.3.2 参照正常价格的预期价格模型/083

5.3.3 适应性预期价格模型/084

5.3.4 心理预期价格模型/085

§ 5.4 动态乘数模型的稳定性分析/087

第6章 连续线性系统半稳定性分析/090

§ 6.1 半稳定性的定义/091

§ 6.2 半稳定性的判定/096

第7章 动态规划方法/104

§ 7.1 动态规划方法概述/104

§ 7.2 动态规划方法在离散经济控制系统中的应用/111

§ 7.3 动态规划方法在连续经济控制系统中的应用/114

第 8 章 离散、连续经济系统应用/119

第 9 章 随机系统最优控制/128

§ 9.1 引言/128

9.1.1 问题描述/128

9.1.2 最优准则(最优代价函数)/130

9.1.3 最优控制方法/133

§ 9.2 随机最大值原理/136

9.2.1 随机系统最优控制算法/137

9.2.2 最短时间控制/139

9.2.3 终值控制问题/143

9.2.4 最小能量控制问题/148

§ 9.3 随机最大值原理证明/152

9.3.1 必要条件的证明/152

9.3.2 充分条件的证明/156

参考文献/159

后记/163

第 1 章



绪 论

作为本书的开篇,以网上搜索的一些资料对经济学的概念做一简单的介绍,这样有助于理解经济控制理论的作用.

经济学是一门研究人类行为及如何将有限或者稀缺资源进行合理配置的社会科学,原意是家计管理.

亚当·斯密的《国富论》是近代经济学的奠基之作.在亚里士多德时代的观点是:政治学、伦理学、政治经济学三位一体.诺贝尔奖获得者阿马蒂亚·森在《伦理学与经济学》中认为:在很长一段时间内,经济学科曾被认为是伦理学的一个分支.

§ 1.1 经济学十大原理

原理一:人们面临均衡取舍(people face trade-offs)

天下没有免费的午餐,人们要想得到一种东西都要以放弃另外一种东西为代价—机会成本,即在做出决策时要求我们在一个目标与另一个目标之间有所取舍.

原理二:一种东西的成本是为了得到它而放弃的东西(机会成本)(the cost of something is what you give up to get it)

注：第一原则的意思是，有很多东西你需要去完成，但是条件不允许你将所有东西共同完成。这时，你就不得不去选择先完成哪个而不是另外的事情。第二原则中的机会成本指的是当你想要做一件事时，有一件更重要的事情要你去先完成。那么你没完成的事情就是你经决定后舍弃的一项，是机会的一种丧失。

原理一说的是一种事实现象，即交替关系普遍存在，这也是原理二的基础。原理二在原理一基础上进一步延伸，说的是在交替关系中因选择而产生放弃的成本，即为机会成本。

原理三：理性人考虑边际量(rational people think at margin)

“边际量”是指某个经济变量在一定的影响因素下发生的变动量。经济学家用边际变动(marginal change)这个术语来描述对现有行动计划的微小调整。边际变动是围绕你所做的事的边缘的调整。个人和企业通过考虑边际量，会做出更好的决策。只有行动的边际利益大于边际成本，理性决策者才会采取这项行动。

原理四：人们会对激励做出反应(people respond to incentives)

当政策外部环境改变时，人也会相应调整自己的策略。

由于人们通过比较成本与收益做出决策，所以，当成本或收益变动时，人们的行为也会改变。就是说，人们会对激励做出反应。例如，当苹果的价格上升时，人们就决定多吃梨、少吃苹果，因为购买苹果的成本高了。同时，苹果园主决定雇用更多工人并多摘苹果，因为出售苹果的收益提高了。

对设计公共政策的人来说，激励在决定行为中的中心作用是重要的。公共政策往往改变了私人行动的成本或收益。当决策者未能考虑到行为如何由于政策的原因而变化时，他们的政策就会产生他们意想不到的后果。

原理五：贸易使每个人的经济状况变好(trade off can make everyone better)

贸易使每个人可以专门从事自己最擅长的活动。通过与其他人交易，人们可以按较低的价格买到各种各样的物品。

国家和家庭一样，也从相互交易的能力中获益。贸易使各国可以专门从事自己最擅长的活动，并享有各种各样的物品与劳务。日本人和法国人、埃及人与巴西人一样，既是我们的竞争对手，又是我们在世界经济中的伙伴。

原理六：市场通常是组织经济活动的一种好方式(markets are usually a good

way to organize economic activity)

经济学家亚当·斯密(Adam Smith)在他1776年的著作《国富论》中提出了全部经济学中最有名的观察结果:家庭和企业在市场上相互交易,它们仿佛被一只“看不见的手”所指引,引出了合意的市场结果.本书的目的之一就是要解释这只看不见的手如何使市场价格最终趋于均衡价格.

原理七:政府有时候可以改善市场结果(governments can sometimes improve market outcomes)

市场失灵:市场本身有不能有效地配置资源的情况.

市场失灵的情况:外部性、市场势力.

虽然市场通常是组织经济活动的一种好方法,但这个规律也有一些重要的例外.政府干预经济的原因有两类:促进效率和促进平等.这就是说,大多数政策的目标不是把经济蛋糕做大,而是改变蛋糕的分割.

看不见的手通常会使市场有效地配置资源.但是,由于各种原因,有时看不见的手不起作用.经济学家用“市场失灵”这个词来指市场本身不能有效配置资源的情况,在后面讨论稳定性时对应不稳定情形.

原理八:一国的生活水平取决于它生产商品与劳务的能力(a country's standard of living depends on the ability to produce goods and services)

几乎所有生活水平的变动可归因于生产力的变化.

原理九:政府发行了过多货币时物价上升——通货膨胀(prices rise when the government prints too much money)

在大多数严重或持续的通货膨胀情况下,罪魁祸首总是相同的:货币量的增长.当一个政府发行了大量本国货币时,货币的价值下降了.

原理十:社会面临着通货膨胀与失业之间的短期选择关系(society faces short-run trade-off between inflation and unemployment)

价格变化具有黏性,当政府减少货币发行量时,价格不会马上变化,但人们的支出数量减少,引起商品和劳务的销售量变化,造成失业.

在经济学家中菲利普斯曲线仍然是一个有争议的问题,但大多数经济学家现在接受了这样一种思想:通货膨胀与失业之间存在短期交替关系.

在后续的章节中我们将讨论该问题.

§ 1.2 数学与经济学的关联

1.2.1 诺贝尔经济学奖

诺贝尔经济学奖(The Nobel Economics Prize)是瑞典国家银行为纪念阿尔弗雷德·诺贝尔而设立的奖项,也称瑞典银行经济学奖.

经济学奖并非根据阿尔弗雷德·诺贝尔的遗嘱设立的,但在评选步骤、授奖仪式方面与诺贝尔奖相似.从1968年起,奖项由瑞典皇家科学院每年颁发一次,颁奖遵循对人类利益做出最大贡献的原则.1969年(瑞典国家银行成立300周年庆典时)第一次颁奖,由挪威人弗里希(Ragnar Frisch)和荷兰人扬·廷贝亨(Jan Tinbergen)共同获得.

自1969年初次颁发以来,诺贝尔经济学奖委员会共颁奖49次,其中25次是单独获奖,18次是双人获奖,6次是三人共分诺贝尔经济学奖.

最年轻的诺贝尔经济学奖获奖者是肯尼斯·J.奥沃罗(Kenneth J. Arrow),于1972年荣获诺贝尔经济学奖,时年51岁.而最年长的诺贝尔经济学奖获奖者是里奥尼德·霍洛沃兹(Leonid Hurwicz),2007年他获得诺贝尔经济学奖时,已九十高龄.他也是所有诺贝尔奖获奖者中最年长的.

第一位女性获奖者:艾利诺尔·奥斯图尔曼(Elinor Ostrom)在2009年获得诺贝尔经济学奖,她是迄今为止唯一一位获得诺贝尔经济学奖的女性.

兄弟二人先后获奖:詹·廷伯根(Jan Tinbergen)和尼克拉斯·廷伯根(Nikolaas Tinbergen)兄弟二人分别于1969年和1973年获得诺贝尔经济学奖.

夫妻双双获奖:贾纳尔·马尔德尔(Gunnar Myrdal)和阿尔瓦·马尔德尔(Alva Myrdal)夫妇分别于1974年和1982年获奖.

诺贝尔经济学奖的奖章正面是诺贝尔本人的头像,写有“瑞典国家中央银行纪念阿尔弗莱德·诺贝尔1968”,背面则是银行的标志.

迄今已经有79位杰出经济学家获此殊荣.研究宏观经济学领域的诺贝尔经济学

奖获奖者最多,共有9位.其中有数学背景的达40多人.获奖成果几乎都用到了数学工具,有一半以上的获奖者是具有深厚数学功底的经济学家,极少数本身就是著名数学家,如1975年获奖的苏联数学家康托洛维奇,以及1983年获奖的美国数学家德布洛(Gerard Debreu),还有1994年获奖的美国数学家纳什(John F. Nash),在2000年电影《美丽心灵》获得奥斯卡奖后,人们更是认为诺贝尔经济学奖就是颁发给数学家的.从诺贝尔经济学奖的历史看,可以感受到数学在经济中的地位和作用.

当代西方经济学家认为,经济学的基本方法是建立数学经济模型,分析各变量之间的函数关系,从中引申出经济原理和理论,进行分析与预测.经济学与数学是密不可分的.

在近两三百年内,数学成为经济学大厦的支柱,任何一项经济学的研究与决策几乎都离不开数学的运用.数学是一门严谨的学科,其严谨的思想在追求精确和理性的经济学中占据重要的地位.

1.2.2 数学与经济学的辩证关系

经济学从它诞生到发展的不同阶段,数学都起着重要作用.数学的引入使经济学研究方法更加清晰、精确、严密.另外,数学方法和数学语言只是研究经济问题的一种工具,而采用语言文字的表述研究同样是经济学研究的一种重要形式.我们应辩证地看待数学与经济学的关系.数学方法的应用得当可以加速经济学的发展.

§ 1.3 一般均衡理论

一般均衡理论(General Equilibrium Theory)也称一般均衡分析(General equilibrium analysis),是微观经济学的一个分支,寻求在整体经济的框架内解释生产、消费和价格.一般均衡是指经济中存在着这样一套价格系统,它能够使:

(1)每个消费者都能在给定价格下提供自己所拥有的生产要素,并在各自的预算限制下购买产品来达到自己的消费效用最大化.

(2)每家企业都会在给定的价格下决定其产量和对生产要素的需求,来达到其利润的极大化.

(3) 每个市场都会在这套价格体系下达到总供给与总需求的相等(均衡). 当经济具备上述条件时, 就是达到一般均衡, 这时的价格就是一般均衡价格.

一般均衡是经济学中局部均衡概念的扩展. 在一个一般均衡的市场中, 每个单独的市场都是局部均衡的.

一般均衡的目标是经济效率最优, 即经济福利最优.

一般均衡理论是 1874 年法国经济学家瓦尔拉斯(Walras)在《纯粹经济学要义》(The mere economics to justice)一书中首先提出的, 经希克斯、萨缪尔森、阿罗、德布鲁等人延伸和完善.

1.3.1 瓦尔拉斯的一般均衡理论

瓦尔拉斯认为, 整个经济处于均衡状态时, 所有消费品和生产要素的价格将有一个确定的均衡值, 它们的产出和供给将有一个确定的均衡量.

瓦尔拉斯一般均衡需要以下几个假设:

- (1) 市场的参与者拥有关于市场的完全信息;
- (2) 经济中不存在不确定因素, 不会因为预防不测而贮藏货币;
- (3) 不存在虚假交易, 所有的交易都是在市场均衡价格形成时达成;
- (4) 经济系统是个“大经济”, 即有足够多的参与者, 从而符合“无剩余条件”.

瓦尔拉斯体系的问题是明显的. 我们知道, 要决定 n 个未知数, 至少需要 n 个方程, 但是 n 个方程未必决定 n 个未知数. 同时, 瓦尔拉斯体系不能排除唯一的均衡解包括零价格(免费物品)和负价格的情况, 因此瓦尔拉斯体系必须包括所有物品, 而不仅仅是正常的经济物品.

一般均衡理论后来由帕累托(Pareto)、希克斯(Hicks)、诺伊曼(Ronald Neumann)、萨缪尔森(Samuelson)、阿罗(Arrow)、德步鲁(De-breu)及麦肯齐(McKenzie)等人加以改进和发展, 这些经济学家利用集合论、拓扑学等数学方法, 在相当严格的假定条件下证明: 一般均衡体系存在着均衡解, 而且这种均衡可以处于稳定状态, 并同时满足经济效率的要求.

1.3.2 希克斯的短期均衡分析

希克斯将均衡定义为: “当经济中的所有个体从多种可供选择的方案中挑选出他

们所偏爱的生产和消费的数量时,静态经济(在其中需求不变,资源也不变)就处于一种均衡状态.这些可供选择的(方案)部分决定于外在约束,更多的是决定于其他个体的选择.”希克斯认为,他的静态均衡概念有两个特点:一是一定存在着向均衡方向变动的趋势;二是收敛于均衡的速度是极快的.

希克斯是在一个很短的时期中处理均衡问题的,他借助了马歇尔的方法,并且通过扩大马歇尔假定的范围进一步缩小经济主体的选择空间.

1.3.3 阿罗—德布鲁的一般均衡理论

一般均衡是指经济中存在着这样一套价格系统,它能够使每个消费者都能在给定价格下提供自己所拥有的生产要素,并在各自的预算限制下购买产品来达到自己的消费效用极大化.

阿罗—德布鲁用数学模型证明了一般均衡.阿罗—德布鲁对一般均衡理论存在性的证明主要依存于两个假设:消费与生产集合都是凸集,每个经济主体都拥有一些由其他经济主体计值的资源,因此,这种均衡的整体稳定性取决于某些动态过程,这些过程保证每个经济主体都具有总需求水平知识,并且没有一项最终交易实际上是按非均衡价格进行的,这当中的某些假定也许可以放松,以适应少数行业中的规模报酬递增甚至所有行业卖方垄断竞争的度量.不过,寡头垄断的存在否决了所有一般均衡解.

阿罗—德布鲁(Arrow-Debreu)一般均衡理论,主要是为了研究竞争的市场均衡.它的一个主要假设,也是新古典经济学的一个基本假设,将市场制度安排作为外生给定.一般均衡理论经过阿罗、德布鲁和哈恩等人运用数学形式加以描述,变得更加完善.

在瓦尔拉斯—阿罗—德布鲁一般均衡理论中,货币的存在仅仅是为了便利生产和交换的进行,货币是可有可无的.该理论由瓦尔拉斯创立,再由阿罗和德布鲁进一步完善,并被希克斯、萨缪尔森等人加以运用.

根据新古典一般均衡的概念,当经济主体在给定偏好、技术和商品所有权的情况下实现最优时,“不存在使价格发生变动的机制”.新古典的框架要求在其他条件给定的情况下,经济主体只对价格的变动反应,既然价格不变动,也就不存在均衡的变动.

1.3.4 格朗蒙的短期一般均衡理论

20 世纪七八十年代法国经济学家格朗蒙(Grandmont)试图将阿罗—德布罗(Arrow-Debreu)模型动态化,发展了短期一般均衡理论。

1.3.5 巴廷金的一般均衡理论

巴廷金 1956 年发表了其著名的代表作《货币、利息与价格》(Money, Interest and Prices)。他根据凯恩斯的收入支出理论,采用宏观分析的方法,以表示财富存量对消费支出影响的实际余额效应(Real Balance Effect)为核心,对货币在所谓静态一般均衡与动态一般均衡中的作用问题进行了系统的分析;通过融合传统的货币理论与价值理论和凯恩斯效应等,建立了一个所谓反映“货币经济”的宏观动态一般均衡学说。

§ 1.4 经济控制论

经济控制论模型是应用经济控制论和现代控制理论对宏观经济系统进行辨识和估计而建立的模型,通过计算机仿真运行来实现宏观经济系统的最优控制或次优控制。经济控制论模型是从宏观经济系统总体出发,利用经济控制论以及输入、输出、反馈、协调、优化等基本概念建立的宏观经济系统的数学模型。它为宏观经济系统的最优控制提供了新的思想和工具。

1.4.1 经济控制论发展概况

“经济控制论”这一名词是 1952 年在巴黎召开的世界控制论大会上首次提出的。1954 年美国数学家 R. S. 菲利普斯开始用二阶常微分方程描述宏观经济系统,并讨论了系统的开环控制和闭环控制问题,采用 PID 控制原理来改善经济政策的稳定性。20 世纪 50 年代中期,美国 H. A. 西蒙等人研究了宏观经济的最优控制问题。20 世纪 50 年代末,波兰科学院应用控制理论的方法建立国民经济计划系统模型。从 1960 年起,出版了许多有关经济控制论的著作,如美国 J. W. 弗雷斯特特的《工业动力学》《城市动力学》《系统动力学》,波兰学者 O. 隆盖的《经济控制论导论》,罗马尼亚经济学家