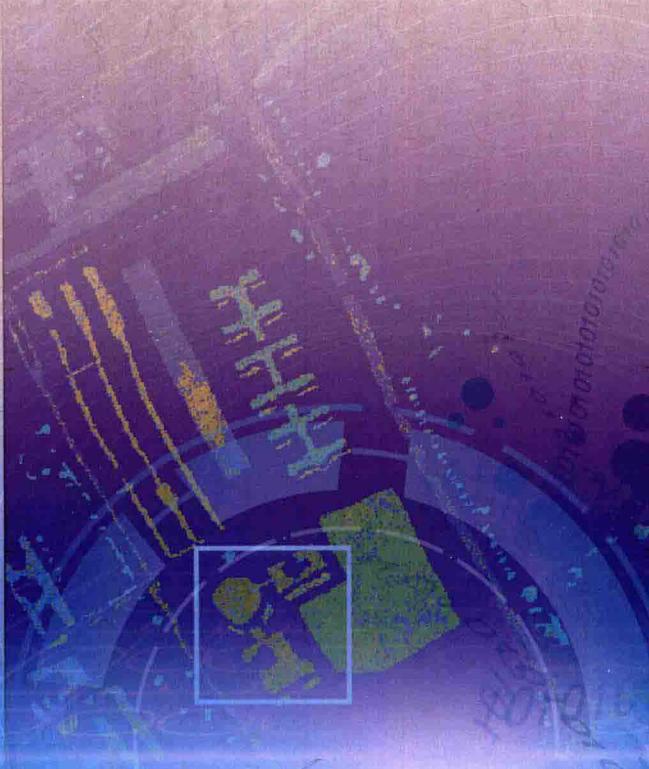


智能优化算法与遥感影像分类

孙根云 张爱竹 孙林 马萍 著



科学出版社

智能优化算法与遥感影像分类

孙根云 张爱竹 孙 林 马 萍 著

中国石油大学(华东)学术著作出版基金重点资助

科学出版社

北京

内 容 简 介

智能化的遥感影像分类问题在特征选择、分割与分类优化三个方面都面临挑战，本书从提高智能优化算法的性能入手，在系统分析智能优化算法与影像处理问题映射关系的基础上，提出了一系列新型遥感影像智能分割分类方法。全书主要介绍了万有引力搜索算法及其改进方法、生物地理学优化算法及其改进方法、基于引力搜索算法的高分辨率遥感影像特征选择与多阈值分割、基于引力优化神经网络的高光谱遥感影像分类，以及基于差分进化算法和多尺度核支持向量机的高分辨率遥感影像分类等内容。

本书可以作为遥感科学与技术、计算机科学与技术、人工智能、信息科学等相关专业领域科研人员、工程技术人员、研究生、高年级本科生及智能化信息处理爱好者研究、学习的教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

智能优化算法与遥感影像分类/孙根云等著. —北京：科学出版社，
2019.2

ISBN 978-7-03-060452-1

I. ①智… II. ①孙… III. ①智能技术—最优化算法—应用—遥感图
象—图象处理—研究 IV. ①TP75

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 014396 号

责任编辑：杨 红 郑欣虹/责任校对：何艳萍

责任印制：张 伟/封面设计：陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京厚诚则铭印刷科技有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2019 年 2 月第一 版 开本：720×1000 B5

2019 年 2 月第一次印刷 印张：10 1/2

字数：200 000

定价：49.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

遥感技术的飞速发展，使得遥感影像成为地表监测的主要数据源，为地表精细分类提供了前所未有的机遇。然而，数据处理方法的滞后严重限制了遥感影像的应用。遥感影像时空特征变化复杂、信息量巨大，对其进行分类在特征选择和分类方法优化两个关键问题上都面临严峻的挑战。这两个关键问题本质上都可以转化成优化问题。智能优化算法具有自组织、自适应和全局寻优的特性，该类方法为解决遥感影像处理的两大问题提供了良好的理论基础。因此，遥感影像的智能处理是目前遥感数据处理领域研究的热点。

但是，与任何新生技术一样，智能优化算法应用到遥感影像处理方面时，算法固有的一些特点导致还有很多问题需要解决。其中，最核心的问题有如下两个。一是智能优化算法自身缺陷导致的早熟收敛问题。基于“没有免费午餐”的理论，没有一个算法可以良好地适应所有的待优化问题，因而对智能优化算法的改进和完善是需要首先解决的问题。二是智能优化算法与遥感影像数据处理的映射关系构建问题。智能优化算法发挥作用的前提是确定待优化问题的搜索空间与目标函数，而遥感影像特征描述与分类的关键问题是特征参数的确定与分类模型的构建。如何根据具体的应用需求构建这两者之间的映射关系，是遥感影像分类面临的另一个难题。

作者根据多年的研究心得和研究成果，结合国内外智能优化算法与遥感影像智能解译的最新研究成果撰写成本书，以供相关人员参考。具体来说，本书围绕遥感影像数据处理面临的两大关键问题，重点关注遥感影像特征优化、分割与分类三个方面，从智能优化算法的基本理论与寻优机制入手，系统地提出了万有引力搜索算法与生物地理学优化算法的改进方案，并在此基础上设计了高维特征降维与优化、遥感影像多阈值分割、分类器与分类模型构建与优化等方案。

全书共 11 章。第 1 章为绪论，对最优化问题和智能优化算法进行了简要概述，分类列举了几种典型的智能优化算法，并从特征优化、影像分割与影像分类三方面概述了智能优化算法在遥感图像处理领域的主要应用；第 2 章介绍万有引力搜索算法的基本原理及其研究进展；第 3 章介绍了生物地理学优化算法的基本原理及其研究进展；第 4 章介绍了基于稳定性约束 α 动态调节的引力搜索算法并对其有效性进行了验证；第 5 章介绍了基于邻域引力学习的生物地理学优化算法，并对其优化性能进行了测试；第 6 章介绍了基于遗传算法的引力搜索算法及其应用；第 7 章介绍了基于动态邻域学习的引力搜索算法并对其优化性能进行了测试；第

8 章介绍了基于引力搜索算法的高分辨率遥感影像特征选择方法与应用；第 9 章介绍了基于引力搜索算法的高分辨率遥感影像多阈值分割；第 10 章介绍了基于引力优化神经网络的高光谱遥感影像分类方法，并介绍了基于优化神经网络的高光谱遥感影像分类方法；第 11 章介绍了基于差分进化算法和多尺度核支持向量机的高分辨率遥感影像分类方法。

本书是中国石油大学(华东)遥感影像智能处理课题组近十年来集体智慧的结晶。特别感谢李小文院士、柳钦火研究员多年来的悉心培养和指导；感谢澳大利亚西南威尔士大学博士生导师、*IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 副主编贾秀萍(Xiuping Jia) 的指导和帮助；特别感谢国家自然科学基金资助项目(41471353, 41801275)、山东省自然科学基金资助项目(ZR2018BD007, ZR2017MD007)、中央高校基本科研业务费专项资金项目(18CX05030A, 18CX02179A)、青岛市博士后应用研究项目(BY20170204)及骨干教师人才支持计划的联合资助。

在撰写本书过程中，参考了大量国内外文章和著作，虽已注明和列出参考文献，但可能还有未列出的文献。在此，向相关文献作者表示衷心的感谢！

由于作者水平有限，书中不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

作 者

2018 年 10 月

目 录

前言	
第1章 绪论	1
1.1 最优化问题	1
1.2 智能优化算法概述	2
1.2.1 粒子群优化算法	4
1.2.2 遗传算法	4
1.2.3 差分进化算法	6
1.2.4 模拟退火算法	8
1.2.5 化学反应优化算法	10
1.3 遥感影像智能处理方法	12
1.3.1 特征优化	12
1.3.2 影像分割	13
1.3.3 影像分类	14
1.4 小结	16
第2章 万有引力搜索算法	17
2.1 引力搜索算法	17
2.1.1 算法原理与流程	17
2.1.2 算法性能验证	20
2.2 引力搜索算法研究进展	23
2.2.1 GSA 的改进策略	23
2.2.2 GSA 应用现状	25
2.3 基于斥力的 GSA 改进算法	26
2.3.1 算法原理	27
2.3.2 算法流程	29
2.3.3 算法的性能验证	30
2.4 混合 PSOGSA 算法	33
2.4.1 算法原理	34
2.4.2 算法流程	34
2.4.3 算法的性能验证	35
2.5 基于参数调节的 GSA 改进算法	36

2.5.1 算法改进策略	36
2.5.2 算法流程	38
2.5.3 算法的性能验证	39
2.6 小结	40
第3章 生物地理学优化算法	41
3.1 基本生物地理学优化算法	41
3.1.1 算法的基本思想	41
3.1.2 算法的模型	42
3.1.3 算法的流程	43
3.1.4 算法的性能验证	44
3.2 生物地理学优化算法的研究进展	46
3.2.1 生物地理学优化算法的理论分析	46
3.2.2 生物地理学优化算法的改进	48
3.2.3 生物地理学优化算法的应用	49
3.3 引入新策略的 BBO 改进算法	49
3.3.1 算法改进策略	50
3.3.2 算法的流程	52
3.3.3 算法的性能验证	53
3.4 混合 BBO 优化算法	55
3.4.1 算法改进策略	56
3.4.2 算法的流程	57
3.4.3 算法的性能验证	57
3.5 基于参数调节的 BBO 改进算法	59
3.5.1 算法改进策略	60
3.5.2 算法的性能验证	62
3.6 基于拓扑结构的 BBO 改进算法	65
3.6.1 算法改进策略	66
3.6.2 算法的流程	68
3.6.3 算法的性能验证	68
3.7 小结	71
第4章 基于稳定性约束 α 动态调节的 GSA 算法	72
4.1 算法原理	72
4.2 实验与结果分析	74
4.2.1 实验设置	74
4.2.2 实验结果分析	75

4.3 小结	79
第5章 基于邻域引力学习的生物地理学优化算法	80
5.1 算法原理	80
5.1.1 NFBBO 迁移策略	80
5.1.2 自适应的高斯变异机制	81
5.2 实验与结果分析	82
5.2.1 参数设置	82
5.2.2 实验结果及分析	83
5.3 小结	87
第6章 基于遗传算法的引力搜索算法	88
6.1 算法原理	88
6.2 实验与结果分析	89
6.2.1 测试函数	89
6.2.2 实验与结果分析	90
6.3 小结	94
第7章 基于动态邻域学习的引力搜索算法	95
7.1 算法原理	95
7.1.1 局部全连接邻域结构	96
7.1.2 动态邻域学习策略	97
7.1.3 基于进化状态的动态局部邻域构建与 gbest 变异	98
7.2 实验与结果分析	102
7.2.1 实验设置	102
7.2.2 实验结果分析	102
7.3 小结	108
第8章 基于 GSA 算法的高分辨率遥感影像特征选择	109
8.1 光谱与纹理特征提取	109
8.1.1 光谱特征提取	109
8.1.2 纹理特征提取	110
8.2 基于 DNLGSA 的特征选择	111
8.3 实验结果与分析	114
8.3.1 实验数据与参数设置	114
8.3.2 备选特征提取	117
8.3.3 特征选择与分类结果分析	117
8.4 小结	120
第9章 基于 GSA 算法的高分辨率遥感影像多阈值分割	121

9.1 常用的阈值分割准则	121
9.1.1 Kapur's 熵分割准则	121
9.1.2 Otsu 分割准则	122
9.2 基于 DNLGSA 的高分辨率遥感影像多阈值分割	123
9.3 实验结果与分析	124
9.3.1 实验数据	125
9.3.2 实验设置	126
9.3.3 精度评价指标	126
9.3.4 多阈值分割结果	127
9.4 小结	129
第 10 章 基于引力优化神经网络的高光谱遥感影像分类	130
10.1 人工神经网络	130
10.1.1 人工神经网络概述	130
10.1.2 BP 神经网络	131
10.2 基于 SCAA 的神经网络参数优化	132
10.3 高光谱遥感影像分类	133
10.4 影像分割与分类结果的融合	136
10.5 小结	138
第 11 章 基于差分进化算法和多尺度核 SVM 的高分辨率遥感影像分类	139
11.1 多核 SVM 学习方法	139
11.2 多尺度核学习方法	140
11.2.1 多尺度核序列学习方法	140
11.2.2 基于智能优化算法的多尺度核学习方法	141
11.3 基于动态差分进化算法的多尺度核参数优化	141
11.4 高分辨率遥感影像分类	143
11.5 小结	146
参考文献	147

第1章 绪 论

1.1 最优化问题

最优化问题，就是在满足一定约束的条件下，寻找一组参数值，以使某些最优性度量得到满足，使系统的某些性能指标达到最大或最小。最优化问题的应用遍布工业、社会、经济、管理等各个领域，其重要性是不言而喻的。

最优化问题根据其目标函数、约束函数的性质，以及优化变量的取值等，可以分为多种类型，每一种类型的最优化问题根据其性能的不同都有特定的求解方法。

为了不失一般性，设最优化问题为

$$\begin{aligned} & \min / \max \{y = f(x)\} \\ \text{s.t. } & x \in S = \{x \mid g_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m\} \end{aligned} \tag{1-1}$$

式中， $y = f(x)$ 为目标函数； $g_i(x)$ 为约束函数； m 为约束函数的个数； S 为约束域。

当 $f(x)$ 、 $g_i(x)$ 为线性函数，且 $x \geq 0$ 时，上述问题为线性规划问题，其求解方法有成熟的单纯形法和 Karmarkar 方法等。

当 $f(x)$ 、 $g_i(x)$ 中至少有一个函数为非线性函数时，上述最优化问题为非线性规划问题。非线性问题相对复杂，其求解方法多种多样，目前仍然没有一种有效的适用于所有问题的方法。

当 $g_i(x) \leq 0 (i = 1, 2, \dots, m)$ 所限制的约束空间为整个 n 维欧氏空间，上述最优问题为无约束优化问题，即

$$\begin{aligned} & \min \{y = f(x)\} \\ \text{s.t. } & x \in S \in \mathbf{R}^n \end{aligned} \tag{1-2}$$

对于非线性规划问题（包括无约束优化问题和约束优化问题），由于函数的非线性，问题的求解变得十分困难，特别是目标函数在约束域内存在多峰值的情况。对于常见的求解非线性问题的优化方法，其求解结果与初值的选择关系很大。也就是说，一般的约束或无约束非线性优化方法均是求目标函数在约束域内的近似极值点，而非真正的最优解。

定义 1.1 如果存在 $x_B^* \in S$ ，使得对 $\forall x \in B$ 有

$$f(x_B^*) \leq f(x), x \in B \tag{1-3}$$

成立, 其中 $B \subset S \subseteq \mathbf{R}^n$, S 为由约束函数限定的搜索空间, 则 x_B^* 为 $f(x)$ 在 B 内的局部极小点, $f(x_B^*)$ 为局部极小值。

常见的优化方法大多为局部优化方法, 都是从一个给定的初始点 $x_0 \in S$ 开始, 依据一定的方法寻找下一个使得目标函数得到改善的更优解, 直至满足某种停止准则。

定义 1.2 如果存在 $x^* \in S$, 使得对 $\forall x \in S$ 有

$$f(x^*) \leq f(x), x \in S \quad (1-4)$$

成立, 其中 $S \in \mathbf{R}^n$ 为由约束条件限定的搜索空间, 则 x^* 为 $f(x)$ 在 S 内的全局极小点, $f(x^*)$ 为其全局极小值。

对于目标函数为凸函数、约束域为凸域的凸规划问题, 局部最优与全局最优等效。而对于非凸问题, 由于在约束域内目标函数存在多峰值, 其局部最优与全局最优相差甚远。

目前, 全局优化问题已存在许多算法, 但比起局部优化问题的众多成熟方法还有很大的差距。为了可靠解决全局优化问题, 人们试图离开解析确定型的优化算法研究, 转而探索随机型全局优化方法, 如模拟退火方法、进化算法、群智能等仿生型智能优化算法。

1.2 智能优化算法概述

与传统优化算法基于确定性的数学理论不同, 智能优化算法具备随机搜索、自适应、自组织的特性。因而, 从 20 世纪 50 年代开始, 智能优化算法作为传统优化算法的补充和扩展, 取得了巨大的发展(黄席樾等, 2009; Engelbrecht, 2007)。目前, 根据所模拟自然现象的不同, 智能优化算法可以大致分为三类: 进化算法、群智能优化算法与基于物理学和化学的优化算法。

1. 进化算法

进化算法(evolutionary algorithm, EA)主要是通过模拟生物进化过程中的“优胜劣汰”过程设计优化算法, 个体在进化过程中不断调整自身特性以适应复杂环境的变化, 从而寻求待优化问题的解。应用较为广泛的进化算法包括遗传算法(genetic algorithm, GA)(Holland, 1975)、文化算法(cultural algorithm, CA)(Reynolds, 1994)、进化算法(differential evolution, DE)(Storn and Price, 1997)、和声搜索算法(harmony search, HS)(Geem et al., 2001)和差分搜索算法(differential search algorithm, DS)(Kurban et al., 2014; Civicioglu, 2012)等。其中, GA 算法是 John Holland 于 1975 年提出的一种模拟遗传进化的智能优化算法。在经典的 GA 算法中, 个体特征是模拟染色体, 基于基因型来表达的, 采用定长

度的二进制编码来表示。在优化过程中，完成 N 个个体的编码之后将其设定为初始父代。然后评估其适应度，根据适应度值进行交叉与变异操作，对每条染色体进行更新，得到子代的 N 个个体。基于上述方法，在完成 T_{\max} 次迭代之后，适应度最优的个体即为优化算法的最优解。

2. 群智能优化算法

群智能优化算法主要是通过模拟生物界不同动物的狩猎与觅食等群体行为提出的。目前已经发展了包括粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO) (Eberhart and Kennedy, 1995)、蚁群算法 (ant colony optimization, ACO) (Drigo et al., 1996)、生物地理学优化算法 (biogeography-based optimization, BBO) (Simon, 2008)、人工蜂群算法 (artificial bee colony, ABC) (Karaboga, 2005)、细菌觅食算法 (bacterial foraging, BF) (Passino, 2002)、猫群算法 (cat swarm optimization, CSO) (Chu et al., 2006)、人工免疫算法 (artificial immune system, AIS) (Bakhouya and Gaber, 2007)、布谷鸟搜索算法 (cuckoo search algorithm, CS) (Yang and Deb, 2009)、蝙蝠算法 (bat algorithm, BA) (Yang and Gandomi, 2012)、灰狼算法 (grey wolf optimizer, GWO) (Mirjalili et al., 2014)、萤火虫群优化 (glowworm swarm optimization, GSO) (Krishnan and Ghose, 2009) 等性能优良的智能优化算法。其中，为模拟鸟群觅食的社会影响和社会学习的模型而提出的 PSO 算法受到了广泛的关注。在 PSO 算法中， N 个粒子表示 N 个备选解，每个粒子都通过向群体的历史最优位置与个体的历史最优位置学习，完成自身的位置调整，逐渐收敛到最优位置。

3. 基于物理学和化学的优化算法

相比于进化算法与群智能优化算法，目前在基于物理学和化学的优化算法研究方面的进展还较少。典型的算法包括模拟量子计算提出的量子优化算法 (quantum optimization algorithm, QOA) (Feynman, 1982)，模拟电磁作用提出的电磁学等机制算法 (electromagnetism-like mechanism, EM) (Birbil and Fang, 2003)，基于万有引力模型提出的引力搜索算法 (gravitational search algorithm, GSA) (Rashedi et al., 2009) 和基于化学分子之间化学反应提出的化学反应优化算法 (chemical reaction optimization, CRO) (Lam and Li, 2010)。

近年来，随着智能优化算法的迅速发展，智能优化算法也在众多科学与工程领域得到了广泛的应用。典型的应用包括旅行商问题 (Weise et al., 2014; Bakhouya and Gaber, 2007)、0-1 背包问题 (Feng et al., 2014)、车辆调度问题 (Gendreau et al., 2008)、路径规划问题 (Raja and Pugazhenthi, 2012)，以及图像处理问题 (Yap et al., 2009) 等。尤其是随着遥感影像处理的要求不断提高，智能优化算法在遥感影像处理领域，包括高光谱影像波段选择 (Hamdaoui et al., 2015)、端元信息提取 (Zhang et al., 2011)、光学/雷达影像特征分割与分类 (Ghamisi and Benediktsson, 2015a; Zhong and Zhang, 2012) 等方面都得到了应用，取得了比较好的效果 (Stathakis and

Vasilakos, 2006), 正成为目前遥感数据处理领域的一个热点。下面以粒子群算法、遗传算法、差分进化算法、模拟退火算法、化学反应优化算法为例, 对不同类智能优化算法的具体技术细节进行描述。

1.2.1 粒子群优化算法

粒子群优化算法是一种典型的群智能优化算法。最早是由 Kennedy 与 Kbehhart 于 1995 年提出的(Kennedy and Kbehhart, 1995)。它的优化过程模拟的是鸟群觅食的过程, 鸟类在一定的范围内寻找食物时, 不但能记住自己经过的食物最多、最好的地方, 还能与其他的鸟互相交流自己的经验, 从而使整个鸟群都向着所有鸟经历过的最靠近最好最多的食物的位置飞行。经过一段时间, 鸟群就可以找到食物。将这种思想运用到问题求解的过程中, 其基本思想是: 首先随机产生一个粒子群体 pop, 种群中每个粒子的位置为 $X_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^D)$, 速度为 $V_i = (v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^D)$, 其中, $i=1, 2, \dots, N$, N 为种群大小, D 为搜索空间的维度。种群 pop 中每个粒子作为待优化问题的一个备选解, 其性能的优劣程度取决于待优化问题目标函数确定的适应度值。根据适应度值, 可以记录每个粒子的个体最优(pbest)和种群的全局最优位置(gbest)。在后续的迭代过程中, 每个粒子的运动都受这两个粒子的影响来决定下一步运动的方向和步长。每个粒子通过改变速度的大小和方向来改变自身位置, 使随机的初始解飞向空间内的最优解。

在 t 时刻, 种群 pop 中 pbest 与 gbest 的定义如下。

- (1) 第 i 个粒子经历过的历史最好位置 pbest 表示为: $\text{pb}_i(t) = (\text{pb}_i^1(t), \text{pb}_i^2(t), \dots, \text{pb}_i^D(t))$;
- (2) 群体内所有粒子所经过的最好位置 gbest 表示为: $\text{gb}(t) = (\text{gb}^1(t), \text{gb}^2(t), \dots, \text{gb}^D(t))$ 。

在 $t+1$ 时刻, 种群 pop 中第 i 个粒子在维度 d 上的位置和速度的更新方式为

$$V_i^d(t+1) = w \cdot v_i^d(t+1) + c_1 \cdot r_1 \cdot (\text{pb}_i^d(t) - X_i^d(t)) + c_2 \cdot r_2 \cdot (\text{gb}^d(t) - X_i^d(t)) \quad (1-5)$$

$$X_i^d(t+1) = X_i^d(t) + V_i^d(t+1) \quad (1-6)$$

式中, c_1 为每个粒子向自身历史最优值 pbest 学习的学习因子; c_2 为粒子向全局历史最优值 gbest 学习的学习因子; w 为惯性权重。 c_1 和 c_2 的取值通常在 $[1, 2]$ 。 w 是范围在 $[0, 1]$ 的伪随机数。粒子群优化算法的流程如图 1-1 所示。

1.2.2 遗传算法

遗传算法是一种应用广泛、发展迅速的进化算法。1957 年 Fraser 等人首先提出了遗传算法的思想(Fraser, 1957), 而后 Holland 等人对其理论和方法展开了系统性的研究, 并将其应用到机器学习中(Holland, 1975)。遗传算法的基本思想是

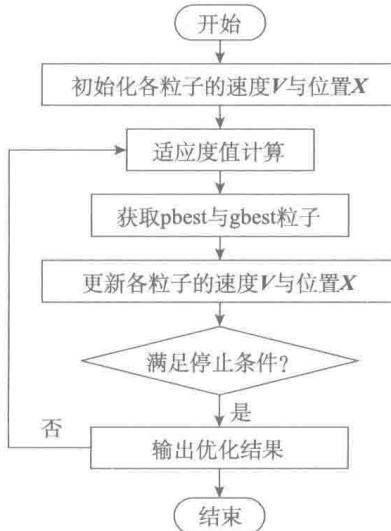


图 1-1 粒子群优化算法流程图

模仿生物进化，通过对种群内的粒子进行选择、交叉与变异操作，完成搜索与优化过程。通常，遗传算法先要随机初始化一个种群，种群中每个粒子代表优化问题的一个预备解，此时把粒子进行二进制编码，即每个基因位的值取值为 0 或者 1。然后，在解空间中，按照适者生存，即适应度值越好其解的质量好的原则，对粒子进行选择、交叉与变异操作，得到下一代的种群。这样，经过有限次的迭代进化，即可得到求解问题的最优解，其算法流程如下。

1. 初始化

初始化一个大小为 N 的种群，对其按照二进制进行编码，即包括 N 条染色体，每条染色体有 D 个基因。

2. 选择

选择的过程模拟了自然界中优胜劣汰的进化过程，保证了粒子的进化总是朝着最优解的方向进行。

3. 交叉

交叉操作是为了不同粒子之间进行信息交流，具备一定的随机性，按照一定的交叉率 p_c 进行。在遗传算法中，可实行单点交叉，即一个基因位的交叉；或多点交叉，即多个基因位的交叉。

4. 变异

变异是指基因位的取值以一定的概率发生改变。因为在二进制编码的遗传算法中，粒子各基因位的取值非 0 即 1，所以变异也是两个值的切换。因为自然界中生物优胜劣汰的过程，变异率是比较低的，所以变异率 p_m 的取值也较小，一般在 $[0.01, 0.2]$ 内。

5. 迭代终止

当满足初始设定的迭代终止条件时，算法结束。否则，返回到第 2 步继续循环执行遗传操作。

遗传算法的流程如图 1-2 所示。

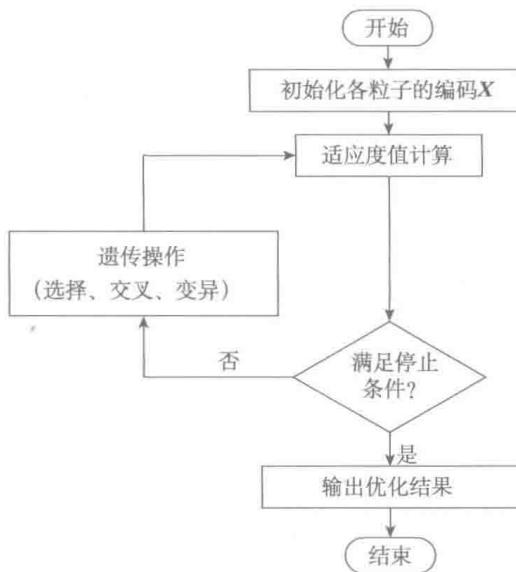


图 1-2 遗传算法流程图

1.2.3 差分进化算法

差分进化算法 (Storn and Price, 1995; Price et al., 2005; Storn and Price, 1997) 由 Storn 和 Price 于 1995 年首次提出。算法起初是为了求解契比雪夫多项式拟合问题 (Chebychev polynomial fitting problem)，由于该问题是一个实数优化问题，Storn 和 Price 尝试采用实数编码直接表示个体，同时采用向量差分 (vector difference) 来对向量群体进行扰动，据此提出的差分变异 (differential mutation) 算子成为算法的主要遗传操作。由于差分变异算法的有效设计，差分进化算法得以提出。

差分进化算法是一类基于群体的自适应全局优化算法，该算法属于进化算法的一种，具有结构简单、容易实现、收敛快速、鲁棒性强等优点。算法主要用于求解实数优化问题。差分进化算法采用与标准进化算法相似的计算步骤，包括变异 (mutation)、交叉 (crossover) 和选择 (selection) 三种操作 (Price et al., 2005)。

1. 变异操作

差分进化算法中最重要的算子为差分变异算子，该算法也正因此算子而得名。该算子将同一群体中两个个体向量进行差分和缩放，并与该群体中第三个个

体向量相加得到一个变异个体向量 (mutant vector)。差分进化算法研究者设计了很多不同种类的变异算子, 用“DE/*a/b*”来表示, 其中“DE”表示差分进化算法; “*a*”表示基向量的选择方式, 一般有 rand 和 best 两种; “*b*”表示算子中差分向量的个数。在多个变异算子中比较常用的有如下几种。

DE/rand/1:

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{X}_{r1} + F(\mathbf{X}_{r2} - \mathbf{X}_{r3}) \quad (1-7)$$

DE/best/1:

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{X}_{\text{best}} + F(\mathbf{X}_{r2} - \mathbf{X}_{r3}) \quad (1-8)$$

DE/rand/2:

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{X}_{r1} + F(\mathbf{X}_{r2} - \mathbf{X}_{r3}) + F(\mathbf{X}_{r4} - \mathbf{X}_{r5}) \quad (1-9)$$

DE/current-to-best/1:

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{X}_i + F(\mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{X}_i) + F(\mathbf{X}_{r2} - \mathbf{X}_{r3}) \quad (1-10)$$

DE/rand-to-best/1:

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{X}_{r1} + F(\mathbf{X}_{\text{best}} - \mathbf{X}_{r1}) + F(\mathbf{X}_{r2} - \mathbf{X}_{r3}) \quad (1-11)$$

式中, \mathbf{X}_{best} 为当前群体的最优个体; \mathbf{X}_i 为父代个体; $r1 \neq r2 \neq r3 \neq r4 \neq r5 \neq i$ 为群体中随机选择的 5 个个体; \mathbf{V}_i 是变异向量; $\mathbf{X}_{r2} - \mathbf{X}_{r3}$ 为差分向量; $F \in [0,1]$ 为缩放因子, 用于对差分向量进行缩放, 从而可以控制搜索步长。

差分变异算子具有旋转不变性 (rotation invariance) (Price et al., 2005), 即通过差分变异算子所得到的变异向量 \mathbf{V}_i 具有不随坐标轴旋转而改变的性质。这一特点使得差分进化算法在交叉概率 (crossover ratio, CR) 约等于 1 时较适合求解变量相关 (non-separable) 的优化问题。此外, 差分变异算子的另一个优点是差分变异向量可以使变异步长和搜索方向均能根据目标函数的场景 (landscape) 作自适应调整。

2. 交叉操作

在得到变异个体之后, 需要与父个体向量进行交叉形成尝试个体向量 (trial vector)。差分进化算法采用离散交叉算子, 其中包括二项式交叉 (binomial crossover) 和指数交叉 (exponential crossover)。二项式交叉算子可表示为

$$\mathbf{U}_i^j = \begin{cases} \mathbf{V}_i^j, & \text{if } (\text{rndreal}_j[0,1] < \text{CR} \text{ or } j = j_{\text{rand}}) \\ \mathbf{X}_i^j, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1-12)$$

式中, $j = 1, \dots, D$, D 为所求解问题自变量维数; $\text{rndreal}[0,1]$ 是 $[0,1]$ 之间随机均匀产生的实数; j_{rand} 是 $[1, D]$ 之间的一个随机整数, 保证尝试向量 \mathbf{U}_i 中至少有一维

来自变异向量 V_i ，从而避免与父个体向量 X_i 相同。

通过二项式交叉所得到的子个体每维自变量可以离散地来自变异向量或目标向量，而通过指数交叉所得到的子个体的自变量只能连续地集成变异向量或目标向量的自变量。

3. 选择操作

差分进化算法通过变异算子和交叉算子产生子群体之后，采用一对一选择算子将子个体与相应的父个体进行比较，较优者保存到下一代群体中。对于最小化优化问题其选择算子可以描述为

$$X_i = \begin{cases} U_i, & \text{if } (f(U_i) \leq f(X_i)) \\ X_i, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1-13)$$

式中， $f(X_i)$ 为个体 X_i 的适应值。因为差分进化算法采用的是一对一锦标赛选择，所以该算法可以保证精英解(elitism)在演化过程中不会丢失。

基本差分进化算法的具体实现步骤如下。

步骤 1：随机初始化群体中各个体的位置。

步骤 2：计算群体中个体适应度值。

步骤 3：对于每个个体，根据变异策略，从种群中选择其他个体向量，进行差分变异操作，得到一个变异个体向量。

步骤 4：变异个体向量与父个体向量进行交叉操作形成尝试个体向量。

步骤 5：尝试个体向量与父个体向量进行适应值比较，一对一选择操作，将较优者保存到下一代群体中。

步骤 6：若没有达到终止条件，则转步骤 2。

目前，差分进化算法已经被广泛应用到各个领域，如数据挖掘(Alatas et al., 2008; Das et al., 2008)、模式识别、数字滤波器设计、人工神经网络(Chakraborty, 2008; Feoktistov, 2006; Price et al., 2005)、电磁学(Qing and Lee, 2010; Qing, 2009)等。

1.2.4 模拟退火算法

模拟退火算法(simulated annealing, SA)是通过模拟物理学中固态物质退火的过程来解决一般组合优化问题的一种组合优化智能算法。退火即先将固体加热至融化，再徐徐冷却使之凝固成规整晶体的热力学过程。在对固体进行加热时，随着温度的升高，固体中粒子的热运动越来越剧烈，呈无序状，内能增加；而对物体进行徐徐冷却时，粒子渐趋有序，在每个冷却温度都达到一个平衡态，最后在常温时达到基态，内能最小。在退火过程中，如果温度不是逐渐降低而是急剧降低，则固体会因淬火效应，只能凝固为非均匀的亚稳态，系统的能量也不能达到