

Computer Aided Engineering

CAE

现代 CAE 技术与应用

© 练章华 编著

石油工业出版社

现代 CAE 技术与应用

练章华 编著



石油工业出版社

内 容 提 要

本书系统地介绍了 CAE 软件的基本分析过程,并重点放在有限元理论深层次问题的 CAE 软件应用与实践,即材料非线性问题、几何非线性与曲屈分析、高度非线性接触问题、断裂力学问题、温度场与应力场耦合问题、计算流体动力学问题和固体动力学分析问题,每部分均有应用实例、详细的 CAE 软件应用步骤及其 APDL 源代码程序,是有限元理论与实践的一部高级教程。

本书可供从事核工业、石油化工、航空航天、土木工程、国防军工、铁道、机械制造、能源、汽车、交通、造船、地矿、生物医学、轻工以及水利等领域学科研究及产品开发的工程技术人员使用,也可作为理工科院校相关专业高年级本科生、研究生和教师学习有限元理论与实践的教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

现代 CAE 技术与应用 / 练章华编著. —北京:石油工业出版社, 2018.8

ISBN 978-7-5183-2792-8

I . ①现… II . ①练… III . ①有限元分析 - 应用软件 - 教材 IV . ① 0241.82-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 170922 号

出版发行:石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址: www.petropub.com

编辑部:(010) 64523535

图书营销中心:(010) 64523633

经 销:全国新华书店

印 刷:北京中石油彩色印刷有限责任公司

2018 年 8 月第 1 版 2018 年 8 月第 1 次印刷

787×1092 毫米 开本:1/16 印张:27.5

字数:630 千字

定价:165.00 元

(如出现印装质量问题,我社图书营销中心负责调换)

版权所有,翻印必究

前言|Preface

CAE——英文全称为 Computer Aided Engineering，中文名称为计算机辅助工程，主要以有限元分析技术为基础，综合了迅速发展中的计算力学、计算数学、相关的工程管理学与现代计算技术而形成的一门综合性、知识密集型的学科，它包括了工程和制造业信息化的所有方面，其相关的软件就称为 CAE 软件。

有限元方法 (FEA) 是 20 世纪中叶在电子计算机诞生之后，在计算数学、计算力学和计算工程科学领域里诞生的最有效的计算方法。经过近 50 年的发展，不仅使各种不同的有限元方法形态相当丰富，理论基础相当完善，而且已经开发了一批使用有效的通用和专用的有限元软件——CAE 软件，使这些 CAE 软件成功地解决了核能、石油化工、航空航天、土木工程、国防军工、铁道、机械制造、能源、汽车、交通、造船、地矿、生物医学、轻工业、水利以及国际工程领域众多的大型科学和工程计算难题，CAE 软件已经成为推动科技进步和社会发展的生产力，并且取得了巨大的经济和社会效益。CAE 软件能够对特定产品进行性能分析、预测和优化，也可以对通用产品进行物理和力学性能分析、模拟、预测、评价和优化，以实现产品的技术创新。随着高性能计算机系统的发展，CAE 软件将成为工程师实现其工程创新和产品创新的得力助手和有效工具。人们使用 CAE 软件，对其创新的设计方案快速实施性能与可靠性分析，并进行虚拟运行模拟，及早发现设计缺陷，在实现创新的同时，提高设计质量，降低研究开发成本，缩短研究开发周期。可以预测在未来的发展中，CAE 软件的发展和应用就像当年 CAD 软件的使用一样得到普及。因此，对于工程类的大学生、研究生，掌握一门 CAE 软件技术已成为时代的需要。

有限元分析法 (FEA) 并不是 CAE 的全部，而且一个完整的机械设计并不能单独使用 FEA 完成设计。FEA 所做的分析只是整个设计流程中的一部分或大部分，必须结合其他软件才能解决全部的设计问题。因此，除了了解 FEA 的解析能力之外，最好也能了解其他的 CAE 技术，以使计算机辅助工程达到尽善尽美的境地。现代工业的进步，完全得力于计算机科技的突飞猛进，因此由 20 世纪进入 21 世纪，引导人类科技再次的进步将是与计算机结合的科技。而计算机软件的应用与发展也得力于计算机科技的进步，将计算机及计算机软件用于产品的开发、设计、分析与制造，已成为近代工业提升竞争力的主要方法。

我国最早于 20 世纪 80 年代初在北京大学曲圣年教授主持下，成功地将 SAP5 软件移植到微机上，各大研究院、院校用 SAP5 软件完成了许多科研难题，笔者也是从那时起，从 SAP5 软件开始用于科研和教学，随后 ADINA 源程序也引进了国内，笔者将其进

行二次开发，解决了石油工程中高度非线性的岩石力学、井壁稳定和地质应力等科研难题，并取得了巨大的经济效益和社会效益，在此基础上，于1995年成功地获得了中国石油天然气总公司的重点资助500万元用于“机械工程重点学科建设”，此经费全部用于现代CAD/CAE/CAM软件和计算机硬件的购置，购置了ANSYS，MARC，ABAQUS，ADINA，ADAMS，Pro/E和Phoenix CFD等大型商用软件以及SUN和SGI计算机工作站，从此笔者一直从事于这些软件的开发、教学和科研。1998年笔者到美国密歇根大学机械工

程与应用力学系进修时，利用其软件资源，也用ANSYS和ABAQUS完成科研课题。随后笔者在美国调研发现，在美国几乎所有的工科院校均有世界上流行的CAE软件，这些软件大多数都是开发商赠送和享受高校优惠政策而获得的，通过用户的信息反馈、提出问题，促进了有限元理论的发展和CAE软件版本的快速更新，在大学里培养了一批又一批CAE应用的高级技术人才。回国后，于2004年完成了《现代CAE技术与应用教程》^[1]，至今作为研究生教材已用14年。

随着有限元理论、计算技术及计算机软硬件的高速发展，现代CAE技术与软件也在不断地升级和更新，为满足教学的要求和高层次人才的培养，同时结合自己近30年来在CAE应用技术方面的积累和经验，完成了《现代CAE技术与应用》新书的编著。书中列举了近40个CAE技术应用实例，每个实例均有详细的CAE软件应用步骤及其APDL源代码程序(ABAQUS无源代码)，源代码程序均有详细的注解和说明。

本书编著过程中林铁军副教授、于浩博士等参与了部分接触问题的非线性理论和扩展有限元(XFEM)理论的编写，书中CAE软件使用详细步骤以及ANSYS软件的APDL源代码等，全部在ANSYS和ABAQUS软件中编写并通过测试，但书中缺点、错误在所难免，敬请读者批评指正。

林章华

2018年6月于成都

目录|Contents

第 1 章 CAE 总体概貌	1
1.1 概述	1
1.2 工程中的若干数值模拟与解析解问题	2
1.3 现代 CAE 技术的发展	4
1.4 现代 CAE 技术在工程中的应用	10
1.5 著名的 CAE 软件介绍	15
第 2 章 CAE 技术基本求解过程	52
2.1 有限单元法基本知识	52
2.2 线性分析有限元法的计算步骤	61
2.3 非线性分类及有限单元法基本流程	64
2.4 CAE 软件应用实例	68
2.5 作业题	76
第 3 章 ANSYS 结构分析基本过程	78
3.1 ANSYS 环境和基本分析过程	78
3.2 有限元模型的建立	86
3.3 实体模型的建立	100
3.4 实体模型网格划分	108
3.5 实体模型边界约束	110
3.6 作业题	112
第 4 章 材料非线性理论	114
4.1 材料非线性有限单元法	114
4.2 弹塑性分析在 CAE 中的实践	131
4.3 CAE 在材料非线性中的应用实例	146
4.4 作业题	161
第 5 章 几何非线性与屈曲分析	163
5.1 几何非线性问题基本理论	163

5.2	几何非线性有限元方程的建立	168
5.3	CAE 中几何非线性分析描述	176
5.4	几何非线性和屈曲分析应用实例	189
5.5	作业题	201
第 6 章	接触非线性理论及有限元分析	203
6.1	概述	203
6.2	CAE 软件中的接触问题	204
6.3	接触问题理论研究	206
6.4	接触问题算法	218
6.5	CAE 接触问题应用实例	235
6.6	作业题	265
第 7 章	断裂力学问题的有限元分析	269
7.1	断裂力学理论简介	269
7.2	有限元分析方法	276
7.3	扩展有限元 (XFEM) 理论	288
7.4	CAE 断裂力学应用实例	300
7.5	作业题	312
第 8 章	计算流体动力学分析	313
8.1	流体流动有限元单元法	313
8.2	ANSYS FLUENT 软件	324
8.3	ICEM CFD 建模与网格划分	329
8.4	湍流模型相关理论	339
8.5	多相流模型相关理论	350
8.6	计算流体动力学应用实例	353
8.7	作业题	371
第 9 章	温度场和热应力场分析	373
9.1	稳态热传导问题的有限元法	373
9.2	热弹性应力问题的有限元分析	381
9.3	热分析中 CAE 基础知识	384
9.4	CAE 热分析应用实例	389
9.5	作业题	401

第 10 章 动力学分析 404

10.1 动力学分析基本原理 404

10.2 动力方程和质量矩阵 405

10.3 特征值问题和结构模态分析 407

10.4 结构动力学问题的有限单元法 414

10.5 CAE 动力学分析应用实例 417

10.6 作业题 427

参考文献..... 428

1.1 概述

CAE——英文全称为 Computer Aided Engineering，中文名称为计算机辅助工程，主要以有限元分析技术为基础，综合了计算力学、计算数学、相关的工程数学与现代计算机技术而形成的一门综合性、知识密集型的学科，它涵盖了工程和制造业信息化的所有方面，其相关的软件被称为 CAE 软件。CAE 软件通常分为特定产品设计和性能分析、制造和优化、虚拟制造通用产品设计和制造能力的分析、模拟、预测、计算和优化，以实现产品的技术创新。随着计算机技术的发展，CAE 软件将成为工程领域某些重要创新和产品创新的驱动力和开发工具。人们使用 CAE 软件，对以前新的设计亦能作更多维度和可靠性分析，并进行模拟可行性验证，及早发现设计缺陷，在实现创新的同时，提高设计质量，降低研发开发成本，缩短研发开发周期，可以预见在未来的发展中，CAE 软件的发展和应用就像当年 CAD 软件的使用，将得到普及。因此，对于工科类的大学生、研究生，多学一门 CAE 软件技术已成为时代的需要。

有限元分析法 (FEA) 并不是 CAE 的全部，而是一个完整的机械设计中不能单独使用 FEA 完成设计。FEA 所做的工作只是整个设计流程中的一部分或大部分，必须结合其他软件才能解决全部的设计问题。因此，除了了解 FEA 的专业能力之外，最好也能了解其他的 CAE 技术，以便对完整的工程问题有更全面的认识。现代工业的进步，完全得力于计算机系统的不断完善。随着 10 年的发展，计算机，特别是计算机系统的进步将是与计算机技术同步进行。而计算机系统的完善，更使得由于材料科技的进步，将计算机、计算科技用于产品的开发、设计、分析与制造，已成为现代工业提升竞争力的主要方法。

计算机辅助设计 (Computer Aided Design, CAD) 是使用计算机软件完成从事图形和结构的设计。计算机辅助工程 (Computer Aided Engineering, CAE) 是用工程上分析的过程及计算方法来辅助工程师做设计后的分析或进行同步工程。而计算机辅助制造 (Computer Aided Manufacturing, CAM) 则是使用计算机来辅助操纵各式各样的数控机床以制造不同的零件。由最早引进的计算机辅助软件是 CAD，然后是 CAM，而最后是 CAE。

有限元的技术种类很多，这其中包括有限元法 (Finite Element Method, FEM)，边界元法 (Boundary Element Method, BEM)，有限差分法 (Finite Difference Method,

第 1 章 CAE 总体概貌

1.1 概述

CAE——英文全称为 Computer Aided Engineering, 中文名称为计算机辅助工程, 主要以有限元分析技术为基础, 综合了计算力学、计算数学、相关的工程管理学与现代计算技术而形成的一门综合性、知识密集型的学科, 它包括了工程和制造业信息化的所有方面, 其相关的软件就称为 CAE 软件。CAE 软件能够对特定产品进行性能分析、预测和优化, 也可以对通用产品进行物理和力学性能分析、模拟、预测、评价和优化, 以实现产品的技术创新。随着高性能计算机系统的发展, CAE 软件将成为工程师实现其工程创新和产品创新的得力助手和有效工具。人们使用 CAE 软件, 对其创新的设计方案快速实施性能与可靠性分析, 并进行虚拟运行模拟, 及早发现设计缺陷, 在实现创新的同时, 提高设计质量, 降低研究开发成本, 缩短研究开发周期。可以预测在未来的发展中, CAE 软件的发展和应用就像当年 CAD 软件的使用一样得到普及。因此, 对于工程类的大学生、研究生, 掌握一门 CAE 软件技术已成为时代的需要。

有限元分析法 (FEA) 并不是 CAE 的全部, 而且一个完整的机械设计并不能单独使用 FEA 完成设计。FEA 所做的分析只是整个设计流程中的一部分或大部分, 必须结合其他软件才能解决全部的设计问题。因此, 除了了解 FEA 的解析能力之外, 最好也能了解其他的 CAE 技术, 以使计算机辅助工程达到尽善尽美的境地。现代工业的进步, 完全得力于计算机科技的突飞猛进, 因此由 20 世纪进入 21 世纪, 引导人类科技再次的进步将是与计算机结合的科技。而计算机软件的应用与发展也得力于计算机科技的进步, 将计算机、计算机软件用于产品的开发、设计、分析与制造, 已成为现代工业提升竞争力的主要方法。

计算机辅助设计 (Computer Aided Design; CAD) 即使用计算机软件直接从事图形的绘制与结构的设计。计算机辅助工程 (Computer Aided Engineering; CAE) 是用工程上分析的过程及计算方法来辅助工程师做设计后的分析或进行同步工程。而计算机辅助制造 (Computer Aided Manufacturing; CAM) 则是直接用计算机来辅助操纵各式各样的精密工具机器以制造不同的零组件。国内最早引进的计算机辅助软件是 CAD, 然后是 CAM, 而最后是 CAE。

CAE 的技术种类很多, 这其中包括有限元法 (Finite Element Method; FEM), 边界元法 (Boundary Element Method; BEM), 有限差分法 (Finite Difference Method;

FDM) 等。每一种方法各有其应用的领域, 其中有限元法应用的领域越来越广, 现已应用于结构力学 (包括线性与非线性)、结构动力学、热力学、流体力学、电路学、电磁学等, 而越来越多的发展, 更结合不同的领域, 像流体与结构力学的结合, 电路学与电磁学的结合, 使得 CAE 的发展越来越迅速, 应用也越来越广泛。

CAE 技术是将工程的各个环节有机地组织起来, 应用计算机技术、现代管理技术、信息科学技术等科学技术的成功结合, 实现全过程的科学化、信息化管理, 以取得良好的经济效益和优良的工程质量。CAE 的功能结构应包含计算机辅助工程计划管理、计算机辅助工程设计、计算机辅助工程施工管理及工程文档管理等项。传统的工业设计皆依据个人的经验累积而成, 同时凭借经验做出初步的设计, 再由此初步的设计去做出原始模型, 再做出成品。成品完成以后, 便进行实验以确保产品的可靠性, 此种方法基本上称为试凑法 (Try and Error), 即初级成品经测试不能满足工程或品质上的需求时, 再回去修改原设计图, 再作试品然后再作测试。但此种方法费时且成本相当的高。若使用 CAE, 则在设计图完成后即连接 CAE, 作各式各样的分析, 并且导入最优化 (Optimization) 成品, 即可在短时间内完成产品。但是, 常常一个问题并非一套软件即可完全解决设计上的问题, 例如直升机螺旋桨的设计牵涉到机构的动力学、飞行流体力学的计算以及结构力学和振动噪音的问题。此问题将牵涉到不同的 CAE 技术, 同时也牵涉到材料的特性以及验证的必要性。机构动力的传动可以借着机构系统仿真软件 (Mechanical System Simulation Software) 来虚拟各组件之间的动力传递, 以及组件之间有可能产生的摩擦力或接触力。而计算流体动力学 (Computation Fluid Dynamic; CFD) 的软件可以仿真静态及动态下流体的行为以及流体与结构体之间的关系。完成前面的工作后, 再使用结构力学和振动学的计算软件计算结构体的应力、应变、位移以及在振动时结构体的动态行为。当做完这些分析之后, 可以使用最佳化或参数确认 (Parameter Identification) 对设计进行修订, 并借着模型的修正 (Model Modification) 重做分析以得到最好的结构。而完成实验量测 (Experimental Measurement) 可用来确认分析的误差, 同时可以建立分析的可靠度。未来使用 CAE 软件结合其他的软件不仅可以对各种不同的企业及工厂建立起个别产品的专家系统 (Expert System), 更可以缩短产品开发的时间。

1.2 工程中的若干数值模拟与解析解问题

在科学技术领域内, 对于许多力学问题和物理问题, 人们已经得到了它们应遵循的基本方程 (常微分方程或偏微分方程) 和相应的定解条件, 但能用解析方法求出精确解的只是少数方程性质比较简单, 且几何形状相当规则的问题。对于大多数问题, 由于方程的某些特征具有非线性性质, 或由于求解区域的几何形状比较复杂, 则不能得到解析的答案。许多工程分析问题, 如固体力学中的位移场和应力场分析、电磁学中的电磁分

析、振动特性分析、传热学中的温度场分析、流体力学中的流场分析、石油行业中的地应力场分析等,都可以归结为在给定边界条件下求解其控制方程(常微分方程和偏微分方程)的问题,但能用解析方法求出精确解的只是方程性质比较简单,且几何边界相当规则的少数问题。对于大多数的工程问题,由于物体的几何形状较复杂或者问题的某些特征是非线性的,则很少有解析解。这类问题的解决通常有两种途径:一是引入简化假设,将方程和几何边界简化为能够处理的问题,从而得到问题在简化状态下的解。但是这种方法只是在有限的情况下是可行的,因为过多的简化可能导致误差很大甚至错误的解。因此,多年来人们寻找和发展了另一种求解途径和方法,即在广泛吸收现代数学、力学理论的基础上,借助于计算机来获得满足工程要求的数值解,这就是数值模拟技术(计算机辅助工程 Computer Aided Engineering)——现代 CAE 技术。特别是近 40 多年来,随着现代电子计算机的飞速发展和广泛应用,数值模拟方法已成为求解科学技术问题的主要工具,数值模拟技术也是现代工程学形成和发展的重要推动力之一。

已经发展的数值分析方法可以分为两大类:

一类以有限差分法为代表,其特点是直接求解基本方程和相应定解条件的近似解。一个问题的有限差分法求解步骤是:首先将求解域划分为网格,然后在网格的结点上用差分方程近似微分方程。当采用较多的结点时,近似解的精度可以得到改进。借助于有限差分法,能够求解某些相当复杂的问题,特别是求解建立于空间坐标系的流体流动问题,有限差分法有自己的优势。因此在流体力学领域内,它至今仍占支配地位。但用于几何形状复杂的问题时,它的精度将降低,甚至发生困难。

另一类数值分析方法是首先建立和原问题基本方程及相应定解条件相等效的积分提法,然后据之建立近似解法。例如配点法、最小二乘法、Gallatin 法、力矩法等都属于这一类数值方法。如果原问题的方程具有某些特定的性质,则它的等效积分提法可以归结为某个泛函的变分。相应的近似解法实际上是求解泛函的驻值问题。里兹法就属于这一类近似方法。上述不同方法在不同的领域或类型的问题中得到成功的应用,但是也只能限于几何形状规则的问题。其基本原因是:它们都是在整个求解区域上假设近似函数。因此,对于几何形状复杂的问题,不可能建立合乎要求的近似函数。而有限单元法的出现,是数值分析方法研究领域内重大突破性的进展。

有限单元法的基本思想是将连续的求解区域离散为一组有限个、且按一定方式相互联结在一起的单元的组合体。由于单元能按不同的联结方式进行组合,且单元本身又可以有不同形状,因此可以模型化几何形状复杂的求解域。有限单元法作为数值分析方法的另一个重要特点是利用在每一个单元内假设的近似函数来分片地表示全求解域上待求的未知场函数。单元内的近似函数通常由未知场函数或其导数在单元的各个结点的数值和其插值函数来表达。这样一来,在一个问题的有限元分析中,未知场函数或其导数在各个结点上的数值就成为新的未知量(即自由度),从而使一个连续的无限自由度问题变成离散的有限自由度问题。一旦求解出这些未知量,就可以通过插值函数计算出各个单元内场函数的近似值,从而得到整个求解域上的近似解。显然随着单元数目的增加,也即单元尺寸的缩小,或者随着单元自由度的增加及插值函数精度的提高,解的近似程

度将得到不断改进。如果单元是满足收敛要求的,近似解最后将收敛于精确解。

目前在工程技术领域内常用的数值模拟方法有:有限单元法、边界元法、离散单元法和有限差分法,但就其实用性和应用的广泛性而言,主要还是有限单元法。有限单元法的基本思想是将问题的求解域划分为一系列的单元,单元之间仅靠节点连接。单元内部点的待求量可由单元节点量通过选定的函数关系插值求得。由于单元形状简单,易于由平衡关系或能量关系建立节点单元的方程式,然后将各个单元方程“组集”在一起而形成总体代数方程组,加入边界条件后即可对方程组求解。单元划分越细,计算结果就越精确,从而实现解析解无法求解的问题。

1.3 现代 CAE 技术的发展

1.3.1 CAE 的发展历史

现代 CAE 技术是指用现代国际通用有限元法 CAE 软件在计算机辅助工程中的技术应用。从应用数学角度来看,有限单元法基本思想的提出,可以追溯到 1943 年 Courant 第一次尝试应用定义将在三角形区域上的分片连续函数和最小位能原理相结合,来求解 St.Venant 扭转问题。一些应用数学家、物理学家和工程师由于各种原因都涉足过有限单元的概念。

有限元法首先是从航空结构设计中提出来的,其起源可以追溯到 20 世纪 50 年代。当时,在世界范围内,喷气式飞机开始逐步取代传统的螺旋桨飞机。随着飞行速度的提高,结构亦愈复杂,对结构分析的要求也越来越高。为了适应工程技术飞跃发展的需要,以美国波音公司的 J.Turner 和英国伦敦大学的 J.H.Argyris 为代表,提出了结构矩阵分析方法,应用电子计算机作为主要运算手段,有限元法正是在这种新方法的基础上发展起来的。但直到 1960 年以后,随着电子数值计算机的广泛应用和发展,有限单元法的发展速度才显著加快。

第一次正式使用“有限单元”(Finite Element)这一术语并提出这种离散系统分析方法的是美国加州大学伯克利分校的 R.W. Clough 教授^[2](1960 年)。而开发大型通用有限元结构分析程序 SAP 的 K.J.Bathe 教授和 L.Wilson 教授以及有限元法的著名大师、英国皇家学会会员 O.C. Zienkiewicz 教授都十分推崇 Clough 教授在创立有限元法方面所做的杰出贡献。Zienkiewicz 教授则被誉为解决难题的能手,和他齐名的美国 J.T.Odne 教授、R.L.Taylor 教授以及卞学璜教授等都是工程界出身的,这也正好说明有限元法是工程和数学相结合的产物,应当指出,B.M. Irons 在有限元法方面的贡献也是不可磨灭的,他提出了等参数单元、波前解法以及叠层单元(Hierarchical Element)等有重要实用价值的新方法、新概念。

有限元法一经提出,便获得迅速发展,从航天、航空扩展到土木、水利、造船和机

械工程,从结构分析扩展到流体力学、热传导以及电磁场等各个领域。有限元法创建初期 1960 年正式发表的论文仅 10 篇,1969 年就达到 531 篇,1970 年略有下降。但随着有限元法在结构分析领域里继续广泛应用,并向其他场变量领域扩展后,研究成果不断增多,1974 年为 1377 篇,1979 年接近 2000 篇,到 2004 年已达到无法统计有限元论文的数量了,而且有限元法已经在各行各业解决了许多重大的工程问题,并产生了重大的经济效益和社会效益。

现代有限单元法第一个成功的尝试^[3],是将刚架位移法推广应用于弹性力学平面问题,这是 Turner, Clough 等人在分析飞机结构时,于 1956 年得到的成果。他们第一次给出了用三角形单元求得平面应力问题的正确解。三角形单元的单元特性是由弹性理论方程来确定的,采用的是直接刚度法。他们的研究工作打开了利用电子计算机求解复杂平面弹性问题的新局面。1960 年,Clough 进一步处理了平面弹性问题,并第一次提出了“有限单元法”的名称,使人们开始认识了有限单元法的功效。

50 多年来,有限单元法的理论和应用都得到迅速的、持续不断的发展。从确定单元特性和建立求解方程的理论基础和途径来说,正如上面所提到的,Turner、Clough 等人开始提出有限单元法时是利用直接刚度法。它来源于结构分析的刚度法,这对我们明确有限单元法的一些物理概念很有帮助,但是它只能处理一些比较简单的实际问题。1963—1964 年,经过 J.F.Besseling, R.J.Melosh, R.E.Jones, R.H.Gallaher, 卞学磺等人的工作,认识到有限元法就是变分原理中 Ritz 近似法的一种变形,发展了用各种不同变分原理导出的有限元计算公式,从而使里兹法(Ritz)分析的所有理论基础都适用于有限单元法,确认了有限单元法是处理连续介质问题的一种普遍方法。利用变分原理建立有限元方程和经典里兹法的主要区别是有限单元法假设的近似函数不是在全求解域而是在单元上规定的,而且事先不要求满足任何边界条件,因此,它可以用来处理很复杂的连续介质问题。从 20 世纪 60 年代后期开始,进一步利用加权余量法来确定单元特性和建立有限元求解方程。有限单元法中所利用的主要是伽辽金(Galerkin)法,它可以用于已经知道问题的微分方程和边界条件、但是变分的泛函尚未找到或者根本不存在的情况,因而进一步扩大了有限单元法的应用领域。

50 多年来,有限单元法的应用已由弹性力学平面问题扩展到空间问题、板壳问题,由静力平衡问题扩展到稳定问题、动力问题和波动问题。分析的对象从弹性材料扩展到塑性、黏弹性、黏塑性和复合材料等,从固体力学扩展到流体力学、传热学等连续介质力学领域。在工程分析中的作用已从分析和校核扩展到优化设计、拓扑优化设计并和计算机辅助设计技术相结合。可以预计,随着现代力学、计算数学和计算机技术等学科的发展,有限单元法作为一个具有巩固理论基础和广泛应用效力的数值分析工具,必将在国民经济建设和科学技术发展中发挥更大的作用,其自身亦将得到进一步的发展和完善。

有限元法是根据变分原理求解数学物理问题的数值计算方法,是工程方法和数学方法相结合的产物,可以求解许多过去用解析方法无法求解的问题。对于边界条件和结构形状都很不规则的机器复杂结构问题是一种非常有效的现代分析方法,现代 CAE 技术——有限单元法的发展见表 1.1。

表1.1 现代CAE技术——有限单元法的发展

时间	应用范围	理论基础	研究对象	代表性计算机种类	通用有限元法程序前后处理
1950 年		Turner 和 Clough 等的论文构筑了工程有关的有限元法		UNIVAC I, IBM650	
1960 年	宇航及航空	由 Zienkiewicz 开发各种单元在 Clough 论文中使用了“有限元法”这一说法；虚功原理，最小势能原理	线性问题、静力分析	IBM7000, UNIVAC III	
1967 年	宇航、航空、土木、造船、机械、水利	瑞利—李兹法、加权残数法	非线性问题、动力分析	IBM7000, UNIVAC III	
1971 年	热传导、流体力学、电磁场	变分法	非线性接触、碰撞、断裂力学、耦合问题	IBM370, FACOM, HITAC, CRAY-1 VAX 11/780	ASKA, MSC.Nastran, MARC, ANSYS, SAP NISA II 等
1980 年	石油、核子工程	形状优化、逆问题	平面和复杂空间问题	VP-200, CRAY X-MP	MSC.Patran, MSC/XL, ABAQUS, MSC.Dytran, ADINA, PAM-CRASH, COSMOS/M 等
1990 年	航空航天、地应力研究	各种新的解算方法和各种高度非线性材料的本构模型	冲击、振动和疲劳问题	部分 PC 机、工作站和大型计算机	MSC.Fatigue, MSC. Nastran ANSYS, SAP5 等
2000 年	机电、随机有限元研究	拓扑优化、计算机图形学	固体、流体力学以及生物力学、制造、加工仿真	各种 PC 机及各种大型计算机，以及并行计算机	ANSYS, ADINA, ABAQUS, MARC, NASTRAN 等
2010 年	激光、超声、建筑、物流运输	显式或隐式有限差分法、多尺度有限元法	结构强度、刚度的分析、跌落模拟	各种 PC 机及各种大型计算机，以及并行计算机	ANSYS, ADINA, ABAQUS, MARC, NASTRAN 等
2015 年	生物医药、有限元离散化研究	细观微观的原子分子模拟	骨骼矿物元素密度投影	各种 PC 机及各种大型计算机，以及并行计算机	ANSYS, ADINA, ABAQUS, MARC, NASTRAN 等

有限元法的基础是结构离散和分片插值。在结构分析中，就是要把一个本来是连续的弹性体划分为有限个单元，把一个具有无限多自由度的结构离散为有限自由度的系统。对每个单元给出满足连续条件的假定位移模式，各个单元在相互连接的节点处有跨单元的连续性，然后再从能量原理出发建立起整体控制方程，求解这一线性代数方程组就可以得到结构的位移场以及应力场等。

有限元分析（FEA）：利用数学近似的方法对真实物理系统（几何和载荷工况）进

行模拟。利用简单而又相互作用的元素，即单元，就可以用有限数量的未知量去逼近无限未知量的真实系统。

结构分析的有限元方法是由一批学术界和工业界的研究者在 20 世纪 50—60 年代创立的。有限元分析理论已有 100 多年的历史，是悬索桥和蒸汽锅炉进行手算评核的基础。每个单元的特性是通过一些线性方程式来描述的。作为一个整体，单元形成了整体结构的数学模型。尽管梯子的有限元模型低于 100 个方程（即自由度），然而在今天一个小的 ANSYS 分析就可能有 5000 个未知量，矩阵可能有 25000000 个刚度系数。

历史典故：早期 ANSYS 是随计算机硬件而发展壮大的。ANSYS 最早是在 1970 年发布的，运行在价格为 \$ 1000000 的 CDC、由 Univac 和 IBM 生产的计算机上，它们的处理能力远远落后于今天的 PC 机，一台奔腾 PC 机在几分钟内可求解 5000×5000 的矩阵系统，而过去则需要几天时间。

数值模拟技术通过计算机程序在工程中得到广泛应用。到 20 世纪 80 年代初期，国际上较大型的面向工程的 CAE 有限元通用程序达到几百种，其中著名的有：ANSYS、ABAQUS、NASTRAN、MARC、ASKA、ADINA 和 SAP 等。它们多采用 FORTRAN 语言编写，规模达几万条至几十万条语句，其功能越来越完善，不仅包含多种条件下的有限元分析程序而且带有功能强大的前处理和后处理程序。由于有限元通用程序使用方便、计算精度高，其计算结果已成为各类工业产品设计和性能分析的可靠依据。以 ANSYS 软件为代表，现代 CAE 软件不断吸取计算方法和计算机技术的最新进展，将有限元分析、计算机图形学和优化技术相结合，已成为解决现代工程学问题必不可少的有力工具。

对于机械产品传统的设计过程如图 1.1 所示，由开始的概念设计→详细设计→物理样机→测试，如果满足设计要求，就进行成批加工，否则进入设计循环，不断分析，并通过各种设计瓶颈，试制样机，再测试，合格就进行成批产品生产，周期较长，且成功率低。而现代设计法如图 1.2 所示，概念设计、详细设计直接由 CAD 软件完成，用 CAE 软件进行虚拟样机仿真模拟分析，满足工程 and 设计要求就直接送入数控加工机床出产品，可以免除物理样机试制和测试，大大缩短了设计周期和节省了成本，也是现代 CAE 技术发展的必然趋势。

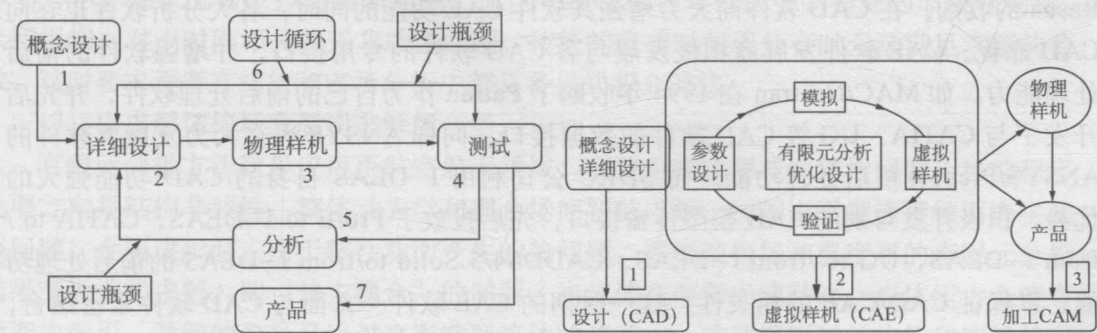


图 1.1 传统设计过程

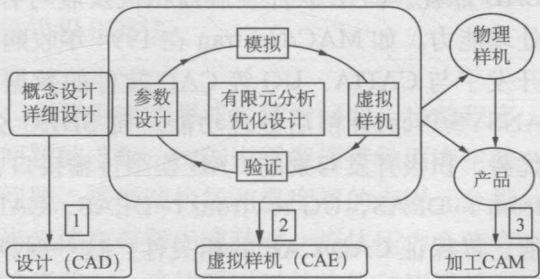


图 1.2 现代设计法

1.3.2 CAE 发展方向

前面已经讲到,有限元分析方法最早应用于航空航天领域,主要用来求解线性结构问题,实践证明这是一种非常有效的数值分析方法。理论证明,只要用于离散求解对象的单元足够小,所得的解就可足够逼近于精确值。从“有限元”这个名词第一次出现,到今天有限元在工程上得到广泛应用,经历了 50 多年的发展,基本理论已经日趋完善,复杂非线性问题各种算法得到很大发展。有限元的核心思想是结构的离散化,就是将实际结构假想地离散为有限数目的规则单元组合体,实际结构的物理性能可以通过对离散体进行分析,得出满足工程精度的近似结果来替代对实际结构的分析,这样可以解决很多实际工程需要解决而理论分析又无法解决的复杂问题。

近年来随着工程设计、科研等要求的不断提高以及计算机计算能力的快速发展,有限元分析已经成为解决复杂的工程分析计算问题的常规手段,其主要作用表现在以下几个方面:

- (1) 增加产品和工程的可靠性;
- (2) 在产品的设计阶段发现潜在的问题;
- (3) 经过分析计算,采用优化设计方案,降低原材料成本;
- (4) 缩短产品投向市场的时间;
- (5) 模拟试验方案,减少试验次数,从而减少试验经费。

国际上众多机构早在 20 世纪 60 年代初就开始投入开发有限元分析程序——CAE 软件,但真正的 CAE 软件诞生于 20 世纪 70 年代初期,90 年代是 CAE 技术的成熟壮大时期。CAD 技术经过 30 年的发展,经历了从线框 CAD 技术到曲面 CAD 技术,再到参数化技术,直到目前的变量化技术,为 CAE 技术的推广应用打下了坚实的基础。这期间各 CAD 软件开发商一方面大力发展自身 CAD 软件的功能,如世界排名前几位的 CAD 软件 CATIA, CADDs 和 UG 都增加了基本的 CAE 前后处理及一般的线性、模态分析功能,或者通过并购另外的 CAE 软件来增加其软件的 CAE 功能,如 PTC 对 Rasna 的收购。在 CAD 软件商大力增强其软件 CAE 功能的同时,各大分析软件也在向 CAD 靠拢。CAE 软件发展商积极发展与各 CAD 软件的专用接口,并增强软件的前后处理能力。如 MAC/Nastran 在 1994 年收购了 Patran 作为自己的前后处理软件,并先后开发了与 CATIA、UG 等 CAD 软件的数据接口。同样 ANSYS 也在大力发展其软件的 ANSYS/Prepost 前后处理功能。而 SDRC 公司利用 I-DEAS 自身的 CAD 功能强大的优势,积极开发与别的 CAD 模型传输接口,先后投放了 Pro/E to I-DEAS, CATIA to /from I-DEAS, UG to /from I-DEAS, CADDs4/5 Solid to/from I-DEAS 的前后处理功能,以保证 CAD/CAE 的相关性。这一时期的 CAE 软件一方面与 CAD 软件紧密结合,另一方面扩展 CAE 本身的功能。MSC 先后通过开发、并购,目前旗下拥有 10 多个产

品,如用于非线性瞬态动力问题的 MSC/Dytran 等。同时 ANSYS 也将其产品扩展为 ANSYS/Mechanical, ANSYS/LS-DYNA, ANSYS/prepost 等多个应用软件。而 SDRC 则在自己的单一分析模型的基础上先后形成了耐用性、噪声与振动、优化与灵敏度、电子系统冷却、热分析等专项应用技术,并将有限元技术与实验技术有机地结合起来,开发了实验信号处理、实验与分析相关等分析能力。

在事实上,有限元技术已经成为越来越多领域不能缺少的工具,但是,实际问题是纷繁复杂的,有限元技术需要不断进步和发展来增强解决复杂问题的能力,如果软件停滞不前或只作表面文章势必要被淘汰。目前主流 CAE 软件的发展方向主要表现在以下几个方面:

(1) 与 CAD 软件的无缝集成。

在未来的相当长的时期内,CAD 软件与有限元分析软件还会有明显不同的分工,即设计工作由 CAD 软件完成,分析要在有限元软件中完成。有限元软件的一个发展趋势是与通用 CAD 软件的集成使用,即在用 CAD 软件完成部件和零件的造型设计后,能直接将模型传送到 CAE 软件中进行有限元网格划分并进行分析计算,如果分析的结果不满足设计要求,则重新进行设计和分析,直到满意为止,从而极大地提高了设计水平和效率。

(2) 强大可靠的网格剖分能力。

有限元法求解问题的基本过程主要包括:分析对象的离散化、有限元求解、计算结果的后处理三部分。结构离散后的网格质量直接控制求解时间与结果误差大小,同时网格剖分功能也关系到工作效率,因此多种不同网格的处理方法,强大可靠的六面体网格自动划分以及根据求解结果对模型进行自适应网格划分都是软件能力的重要体现。

(3) 由求解线性问题发展到求解非线性问题。

随着科学技术的发展,线性分析结果已经不能满足复杂设计的要求,许多工程中所涉及的接触装配、材料破坏与失效、非线性断裂、裂纹扩展等问题仅靠线性理论根本不能解决,必须进行非线性分析求解。例如薄板成形就要求同时考虑结构的大位移、大应变(几何非线性)和塑性(材料非线性),而对塑料、橡胶、陶瓷、混凝土及岩土等材料进行分析或需考虑材料的塑性、蠕变效应时,则必须考虑材料非线性。当然大量的流体动力学分析、流场中移动壁面问题、流体—结构耦合分析是更高程度的非线性问题。众所周知,对于时间相关的强非线性问题,传统的隐式时间积分有时无法满足求解的要求,这时要求程序在结构和多场分析中都具备显式积分算法。

(4) 由求解结构场发展到求解耦合场。

有限元分析方法最早应用于航空航天领域,主要用来求解线性结构问题,目前程序发展方向是结构非线性、流体动力学和耦合场问题的求解。例如由于摩擦接触而产生的热问题,金属成形时,由于塑性功而产生的热问题,需要结构场和温度场的有限元分析结果交叉迭代求解,即“热力耦合”的问题。当流体在弯管中流动时,流体压力会使弯管产生变形,而管的变形又反过来影响到流体的流动……这就需要对结构场和流场的有限元分析结果交叉迭代求解,即所谓“流固耦合”的问题。由于有限元的应用越来越深