



普通高校“十三五”规划教材

线性系统理论与设计 (第4版)

Linear System Theory and Design (Fourth Edition)

[美] Chi-Tsong Chen 著
高飞 王俊 孙进平 译



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS



普通高校“十三五”规划教材

线性系统理论与设计

(第4版)

Linear System Theory and Design (Fourth Edition)

[美] Chi-Tsong Chen 著

高飞 王俊 孙进平 译



北京航空航天大学出版社

内 容 简 介

本书对线性系统理论的基础内容作了循序渐进的阐述,内容精炼、重点突出、论证严谨、可读性好,强调基础理论与工程应用的有机结合。全书共9章,内容包括:学科领域的发展简史;系统的概念、原理及描述方法;数学基础;线性系统的运动分析、实现理论及其计算机运算和实际工程实现问题分析;系统的稳定性理论;能控性和能观性分析,揭示认识系统和设计系统的可能性;具有现实意义的最小实现和多项式互质分式理论;基于状态空间模型的控制器-估计器的系统设计方法;基于传递函数矩阵多项式分式的系统综合方法。本书理论证明和验算验证相结合,例题和习题设计新颖,注重对基本问题的深入理解,结合 MATLAB 程序设计,巩固理论知识并加强工程实用性。

本书可作为高等学校电气自动化专业高年级本科生及非自动化专业(如电子类、机电类、航空类、仪器类及生物信息类等)研究生“线性系统理论”课程的教材和参考书,也可供相关科研人员及工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

线性系统理论与设计:第4版/(美)陈启宗著;
高飞,王俊,孙进平译.--北京:北京航空航天大学出版社,2019.5

书名原文:Linear System Theory and Design

ISBN 978-7-5124-2974-1

I. ①线… II. ①陈… ②高… ③王… ④孙… III.
①线性系统理论—高等学校—教材 IV. ①O231.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 054358 号

版权所有,侵权必究。

线性系统理论与设计(第4版)

Linear System Theory and Design (Fourth Edition)

[美] Chi-Tsong Chen 著

高飞 王俊 孙进平 译

责任编辑 王瑛 潘晓丽

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路37号(邮编100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:emsbook@buaacm.com.cn 邮购电话:(010)82316936

涿州市新华印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:710×1 000 1/16 印张:22.5 字数:480千字

2019年5月第4版 2019年5月第1次印刷

ISBN 978-7-5124-2974-1 定价:69.00元

译者序

英文原名: **LINEAR SYSTEM AND DESIGN, INTERNATIONAL FOURTH EDITION**

Copyright © Oxford University Press.

Translation Copyright © 2019 by Beihang University Press. All rights reserved.

"[Title of Work] was originally published in English in [year of publication].

This translation is published by arrangement with Oxford University Press. [Name of Buyer] is solely responsible for this translation from the original work and Oxford University Press shall have no liability for any errors, omissions or inaccuracies or ambiguities in such translation or for any losses caused by reliance thereon."

北京市版权局著作权合同登记号 图字:01-2018-9059

译者序

线性系统理论是系统与控制科学领域的一门最为基础和重要的课程,其中的概念、方法、原理和结论对于控制工程、仪器科学与工程、机械工程、电气工程、电子工程、通信工程和信号处理等许多学科分支都具有重要作用,并被广泛地应用于国防、航空航天、工业和管理等各个领域。因此,国内外许多高校都把线性系统理论列为最为基础的一门研究生课程。

本书英文版作者陈启宗,是美国纽约州立大学石溪分校电气与计算机工程系的教授,主要从事系统与控制理论和信号处理等方面的教学和科研工作,出版了大量关于数理基础、系统理论、信号处理和控制理论等方面的经典教材。作者有着极为丰富的工程技术领域的教学和科研实践经验,因此本教材特别适合于电子电气工程等相关领域高年级本科生或研究生阅读。

本书的雏形 *Introduction to Linear System Theory* 早在 1970 年就已问世,修订后改名为《线性系统理论与设计》于 1984 年在美国出版,第 3 版于 1999 年由牛津大学出版社出版发行,在全球各大学的电气、控制、通信和信号处理界产生过巨大的影响,作者本人曾在包括中国在内的多所大学和研究机构讲学,该书也是这一领域中最受关注的研究生“线性系统理论”课程的教材和重要参考书之一。

在保持第 3 版的体系结构和推导简洁、注重实际应用等基本特色的前提下,第 4 版借鉴了多年课程改革和课程教学上的成果和经验,吸纳了其他学校专家的反馈意见和建议,并适应了新时代系统理论、控制理论及计算机技术的发展。修订的内容主要包括:新增学科领域的发展简史,删除一些冗余概念和部分不必要的多输入多输出(MIMO)内容,强调计算机求解和实时实现,考虑程序设计案例,补充更新部分习题,重新编排部分内容及证明过程以培养读者的批判思维能力和逻辑推理能力。

本书主要研究线性时不变集总系统的描述和设计方法,讨论了两个本质上独立但又密切联系的主题:状态空间方程和有理传递函数。通过选择合适的结构,求出可实际应用的补偿器(控制器),具体解决调节器、鲁棒跟踪、扰动抑制、模型匹配和解耦等问题。本书的特点可总结为:注重对基本问题的深入理解,理论证明和验算验证相结合,有助于提高逻辑思维能力;借助典型实例将复杂的概念和理论简单化,理论讲述结合循序渐进的 MATLAB 程序设计实现,兼顾计算机运算和实时处理;新颖的例题和习题,对于理解理论与强调工程实用性大有裨益;适时地给出相关内容的可移植性和推广性,给出相应参考书,便于巩固和自学;针对不同背景、不同目的的阅读人员,给出相应的学习内容、方法及学时建议。

北京航空航天大学电子信息工程学院自 2010 年以来一直以第 3 版作为讲授“线

性系统理论”研究生课程的主要教材。在获得第4版的版权信息后,即着手翻译工作。具体工作由北京航空航天大学的高飞、王俊和孙进平完成,马飞参与了部分文档的整理工作。为了保持与原版图书的一致性,中文版的部分字符及字体保留了英文原版书的写作风格,同时对原版书进行了必要的勘误和修订。鉴于译者的经验和时间上的限制,本书难免存在不妥和错误之处,敬请广大读者批评指正。

在第4版的翻译过程中部分内容参考了第2版的译稿,译者衷心感谢参与第2版翻译的各位同仁,同时感谢北京航空航天大学出版社剧艳婕编辑为版权引进等具体工作所提供的大力支持。期待本书中文版的再次出版,能对从事相关领域工作的研究生、科技工作者有所帮助。

译者

2019年4月

于北京航空航天大学

前 言

本书可作为电气类、机械类、生物工程类、化工类及航空类高年级本科生或一年级研究生“线性系统理论”课程的教材。由于涵盖了许多设计方法的处理流程,所以本书也可视为实践工程师的有益参考。数学背景应具有线性代数和拉普拉斯变换的应用知识以及微分方程的基础知识。对领略二/三年级所在学科领域如参考文献[10]中“信号与系统”的知识是有益的,但并非必需。

线性系统理论涉及领域宽广。本教材主要研究状态空间方程和有理传递函数描述的线性时不变集总系统,前者属于内部描述,后者属于外部描述。我们研究其在设计中的结构、联系及含义。作为工程领域的参考,本书旨在实现两个目标,其一,利用尽量简便有效的方法导出结果并设计处理流程,因此表述并非面面俱到。譬如,跳过了状态空间方程中的多种多变量伴随型和传递矩阵中的 Smith - McMillan 型。其二,使读者能够利用这些结果以便完成设计。因此,大多数结果的讨论着眼于数值计算。书中所有设计方法的处理流程都可用 MATLAB^① 完成。采取定理-证明式编排可培养读者的批判思维能力和逻辑推理能力。

本教材也涉及线性时不变分布系统和线性时变集总系统,我们通过示例说明,书中某些结论并不适用于这类系统。即便如此,本教材也可以为分布、时变或非线性系统的研究提供基础和参考。

本教材第一版名为《线性系统理论引论》,出版于 1970 年;第 2 版改名为《线性系统理论与设计》,出版于 1984 年,且从初版的 431 页扩展为 662 页;第 3 版出版于 1999 年,将第 2 版删减约一半至 332 页,跳过那些只属于学术兴趣或实用性有限的主题,第 3 版同时引入双参数(前馈/反馈)结构,更适合实际应用。

在完成本次修订之前,牛津大学出版社组织了第 3 版的外审。由于两位评阅人的课程中并不涵盖第 7 章和第 9 章的内容,所以他们建议将之删除。确实,这两章的多输入多输出(MIMO)部分是出于完整性的考虑而将其纳入的,不应当被涵盖,这些内容更适合于高级教程。但是,由于单输入单输出(SISO)部分建立了传递函数互质性的概念和状态空间方程中能控能观性的概念之间的联系,并证实了两种描述的等价性,所以建议涵盖这部分内容;同时,传递函数利用较简便的数学导出结果,比状态

^① MATLAB 是 Math Works 公司的注册商标,MA, Natick, Prime Park 路 24 号, 01760 - 1500。 <http://www.mathworks.com>

空间方程获得的结果更具有普适性。

第4版更新情况

本教材涵盖内容几近成熟,因此,第4版与十多年前发行的前一版的区别主要在于表述方式不同,具体如下所列:

- 第1章 新增学科领域的发展简史。
- 第2章 重新编排,并非立足于线性时变情形,而是从线性时不变集总系统开始论述。讨论四类方程,然后解释关注有理传递函数和状态空间方程的原因。本版删除了图论中的树、环路和链路等概念。
- 第4章 扩充相关内容,讨论状态空间方程的计算机运算和实时处理。新增 SISO 实现一节。
- 第7章 新增完全表征一节。
- 添加案例补充动机以飨读者。
- 使用 R2011a 版更新所有 MATLAB 示例。
- 修正了每章最后的许多带数值习题。

期望该新版更易被广大读者所接受。

本教材讨论了两个本质上独立但又密切联系的主题。第一个主题涉及状态空间方程,需要第3章的所有数学基础,并在第4、5、6和8章中讨论。第二个主题涉及有理传递函数或多项式分式,仅需要第3章3.3节的基础,并在第5、7和9章中讨论。仅研究状态空间方程的一学期课程可以涵盖第1章~第6章和第8章的内容。若一学期课程欲覆盖两个主题,则囊括以下内容应已足够:

- 第1章~第2章;第3.1~3.7节;第4.1~4.5节;第5.1~5.2和5.4节;
- 第6.1~6.4节;第7.1~7.3节;
- 除第8.3.1、8.3.2和8.4.1节之外的第8.1~8.5节;
- 第9.1~9.3.1节和第9.4~9.4.2节。

若内容不够,还可以增加离散时间情形及/或时变情形的相关内容。当然,其他安排也是可以的,解决方案手册可从出版商获得。

在编写该版和前版的过程中,需要感谢很多人。Imin Kao 教授和 Zhi Chen 先生提供了 MATLAB 方面的帮助, Zongli Lin 教授和 T. Anantakrishnan 先生阅读了整篇书稿并提出了宝贵意见。感激石溪大学工程与应用科学系 Yacov Shamash 主任的鼓励。该书第3版由 Wisconsin 大学电气与计算机工程系的 B. Ross Barmish 教授、Purdue 大学 Indiana 分校的 Harold Broberg 教授、纽约州立大学 Buffalo 分校机械与航空工程系的 Peyman Givi 教授和 Iowa State 大学电气与计算机工程系的

Mustafa Khammash 教授审阅。他们详实、关键的意见促使我对一些章节进行了重新编排。对他们一并表示感谢。

感谢牛津大学出版社的 Patrick Lynch、Dan Pepper、Claire Sullivan 和 Carolyn DiTullio 为本次修订提供指导。感谢包括 Pamela Hanley、Christine Mahon 和 Deborah Gross 在内的牛津大学出版社工作人员对该项目的鼎力相助。

陈启宗

2012年7月

目 录

| | |
|----------------------|----|
| 第 1 章 绪 论 | 1 |
| 1.1 引 言 | 1 |
| 1.2 概 论 | 2 |
| 第 2 章 系统的数学描述 | 5 |
| 2.1 引 言 | 5 |
| 2.2 因果性、集总性和时不变性 | 6 |
| 2.3 线性时不变系统 | 9 |
| 2.4 线性时变系统 | 16 |
| 2.5 RLC 电路——对比多种数学描述 | 17 |
| 2.6 机械和液压系统 | 26 |
| 2.7 正则有理传递函数 | 33 |
| 2.8 离散时间线性时不变系统 | 35 |
| 2.9 小 结 | 41 |
| 习 题 | 42 |
| 第 3 章 线性代数 | 48 |
| 3.1 引 言 | 48 |
| 3.2 基、表示和标准正交化 | 49 |
| 3.3 线性代数方程 | 53 |
| 3.4 相似变换 | 58 |
| 3.5 对角型和约当型 | 59 |
| 3.6 方阵函数 | 66 |
| 3.7 Lyapunov 方程 | 74 |
| 3.8 一些有用公式 | 75 |
| 3.9 二次型和正定性 | 76 |
| 3.10 奇异值分解 | 80 |
| 3.11 矩阵的范数 | 82 |
| 习 题 | 83 |

| | |
|--------------------------------|-----|
| 第4章 状态空间的解和实现 | 89 |
| 4.1 引言 | 89 |
| 4.2 连续时间 LTI 状态空间方程的通解 | 90 |
| 4.2.1 离散化 | 94 |
| 4.2.2 离散时间 LTI 状态空间方程的通解 | 95 |
| 4.3 连续时间状态空间方程的计算机运算 | 96 |
| 4.3.1 实时处理 | 99 |
| 4.3.2 运放电路实施 | 100 |
| 4.4 等价状态空间方程 | 101 |
| 4.4.1 标准型 | 105 |
| 4.4.2 运放电路的幅度定标 | 107 |
| 4.5 实现 | 109 |
| 4.6 线性时变(LTV)方程的解 | 118 |
| 4.7 等价时变方程 | 123 |
| 4.8 时变实现 | 126 |
| 习 题 | 128 |
| 第5章 稳定性 | 133 |
| 5.1 引言 | 133 |
| 5.2 LTI 系统的输入-输出稳定性 | 133 |
| 5.3 离散时间情形 | 141 |
| 5.4 内部稳定性 | 146 |
| 5.5 Lyapunov 定理 | 148 |
| 5.6 LTV 系统的稳定性 | 153 |
| 习 题 | 156 |
| 第6章 能控性和能观性 | 160 |
| 6.1 引言 | 160 |
| 6.2 能控性 | 161 |
| 6.3 能观性 | 169 |
| 6.4 Kalman 分解 | 174 |
| 6.5 约当型方程的能控能观条件 | 180 |
| 6.6 离散时间状态空间方程 | 184 |
| 6.7 采样后的能控性 | 187 |
| 6.8 LTV 状态方程 | 191 |

| | |
|-------------------------|-----|
| 习 题 | 195 |
| 第 7 章 最小实现和互质分式 | 199 |
| 7.1 引 言 | 199 |
| 7.2 互质性的含义 | 200 |
| 7.2.1 最小实现 | 203 |
| 7.2.2 完全表征 | 207 |
| 7.3 计算互质分式 | 209 |
| 7.4 平衡实现 | 214 |
| 7.5 基于 Markov 参数的实现 | 217 |
| 7.6 传递矩阵的次数 | 222 |
| 7.7 最小实现——矩阵情形 | 223 |
| 7.8 矩阵多项式分式 | 226 |
| 7.8.1 列既约和行既约 | 228 |
| 7.8.2 计算矩阵互质分式 | 230 |
| 7.9 基于矩阵互质分式的实现 | 236 |
| 7.10 基于矩阵 Markov 参数的实现 | 241 |
| 7.11 小 结 | 242 |
| 习 题 | 243 |
| 第 8 章 状态反馈和状态估计器 | 246 |
| 8.1 引 言 | 246 |
| 8.2 状态反馈 | 247 |
| 8.3 调节器问题和跟踪问题 | 256 |
| 8.3.1 鲁棒跟踪和扰动抑制 | 257 |
| 8.3.2 镇 定 | 261 |
| 8.4 状态估计器 | 262 |
| 8.5 基于估计器的状态反馈 | 267 |
| 8.6 状态反馈——MIMO 情形 | 269 |
| 8.6.1 循环设计 | 270 |
| 8.6.2 Lyapunov 方程法 | 272 |
| 8.6.3 能控型法 | 273 |
| 8.6.4 对传递矩阵的影响 | 275 |
| 8.7 状态估计器——MIMO 情形 | 276 |
| 8.8 基于估计器的状态反馈——MIMO 情形 | 277 |
| 习 题 | 279 |

| | |
|----------------------------|-----|
| 第9章 极点配置和模型匹配 | 281 |
| 9.1 引言 | 281 |
| 9.2 预备知识——系数匹配 | 282 |
| 9.3 单位反馈结构——极点配置 | 286 |
| 9.3.1 调节器问题和跟踪问题 | 288 |
| 9.3.2 鲁棒跟踪和扰动抑制 | 291 |
| 9.3.3 植入内模 | 294 |
| 9.4 可实施的传递函数 | 296 |
| 9.4.1 模型匹配——双参数结构 | 301 |
| 9.4.2 双参数补偿器的实施 | 306 |
| 9.5 MIMO 单位反馈系统 | 308 |
| 9.5.1 调节器问题和跟踪问题 | 317 |
| 9.5.2 鲁棒跟踪和扰动抑制 | 319 |
| 9.6 MIMO 模型匹配——双参数结构 | 321 |
| 9.7 小结 | 329 |
| 习 题..... | 330 |
| 参考文献 | 334 |
| 精选习题答案 | 336 |

第 1 章

绪 论

1.1 引 言

物理系统的研究和设计可以采用实验的方法完成。人们将各种信号作用于物理系统并测量其响应,若性能不符合要求,则可以通过调整系统的某些参数或者在其中接入某种补偿器来改善系统特性。这种方法在很大程度上依赖于以往的经验,并通过试凑法实施,现已经成功地应用于许多物理系统的设计中。

若物理系统复杂,或过于昂贵或过于危险而导致其上无法开展实验,则实验法失效,因而在这种情况下,解析法变得不可或缺。物理系统的解析研究包括四个部分:建模、推导数学描述、分析和设计。这里简要介绍其每个部分。

在工程中对物理系统和模型加以区分尤为重要。例如,在任何教材中所研究的电路系统或控制系统均属物理系统的模型,恒值电阻就是一个模型,若外加电压超过某临界值,则会将之烧毁,在解析分析时往往忽略这种功率约束。恒值电感也是一个模型,实际上,电感值随流经其上的电流大小而异。建模至关重要,设计成败与否取决于物理系统的模型是否恰当,且取决于问题的提法和工作范围的差异。同一物理系统可以有不同的模型,例如,工作在高频区和低频区的电子放大器其模型并不相同,在研究宇宙飞船的飞行轨迹时可以将其视为质点,而在研究机动时则须将其视为刚体,当它连接到空间站时甚至将其视为柔性体。为了建立物理系统的恰当模型,对物理系统及其工作范围的透彻理解必不可少。本教材把物理系统的模型简称为“系统”。因此,物理系统是现实世界中存在的设备或若干设备的集合,而系统则是物理系统的模型。

一旦选定物理系统的系统(或模型),下一步即是应用各种物理定律来推导系统的数学方程描述,例如,基尔霍夫电压定律和电流定律应用于电气系统,牛顿定律应用于机械系统。系统的数学方程描述可以有多种形式,诸如线性方程、非线性方程、

积分方程、差分方程、微分方程或其他方程,其取决于具体研究的问题。在描述同一系统时,某种形式的方程可能优于另一种形式。总之,正如一个物理系统可以具有多种不同模型,一个系统也可以具有多种不同的数学方程描述。

有了数学描述,接着要进行的是定量和定性分析。在定量分析中,所关心的是系统对特定输入的响应;在定性分析中,所关心的是诸如稳定性、能控性和能观性等系统的普适特性。由于各种设计方法往往源于定性分析,所以定性分析至关重要。

若系统响应不符合要求,则必须对系统进行修正。在某些情况下,可以通过调整系统的某些参数来完成修正;而在另外一些情况下,则必须引入补偿器。应当注意的是,设计是在物理系统模型的基础上展开的,若模型选择得当,则通过引入所需的参数调整或补偿器,理应能够改善物理系统的性能。若模型选择不当,则可能不会改善物理系统的性能,且该设计无效。选择一个与物理系统足够接近但又足够简单的模型进行解析研究是系统设计中最困难和最重要的问题。

1.2 概 论

系统的研究包括四个部分:建模、推导数学方程、分析和设计。建立物理系统的模型需要特定领域的知识以及某些测量装置。例如,为了建立晶体管的模型,需要量子物理学知识以及某些实验装置;在建立汽车悬架系统的模型时,需要进行实际测试和测量,绝非靠纸和笔就能完成。计算机仿真的确有用,但不能代替实际测量。因此,应当结合具体领域展开建模问题的研究,本教材不能完全涵盖相关内容,书中假定可以获得物理系统模型。

本教材要研究的系统主要限于线性(L)、时不变(TI)和集总系统。这类具有输入 $u(t)$ 和输出 $y(t)$ 的系统可以通过以下方程描述。

1. 卷 积

$$y(t) = \int_{\tau=0}^t g(t-\tau)u(\tau)d\tau \quad (1.1)$$

其中 $g(t)$ 称为冲击响应。

2. 传递函数

$$\hat{y}(s) = \hat{g}(s)\hat{u}(s) \quad (1.2)$$

其中带 $\hat{\cdot}$ 的变量表示变量的拉普拉斯变换。函数 $\hat{g}(s)$ 称为传递函数,它是 s 的有理函数,如

$$\hat{g}(s) = \frac{3s^2 - 2s + 5}{s^3 + 4s^2 + 2.5s + 3}$$

3. 高阶微分方程

如

$$y^{(3)}(t) + 4\ddot{y}(t) + 2.5\dot{y}(t) + 3y(t) = 3\ddot{u}(t) - 2\dot{u}(t) + 5u(t) \quad (1.3)$$

其中 $y^{(3)}(t) := \frac{d^3 y(t)}{dt^3}$, $\ddot{y}(t) := \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$, $\dot{y}(t) := \frac{dy(t)}{dt}$ ①, 该方程为一常系数三阶线性微分方程。

4. 状态空间方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{c}\mathbf{x}(t) + \mathbf{d}u(t) \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

其中 $\mathbf{x}(t)$ 为列向量, 称之为状态, \mathbf{A} 、 \mathbf{b} 、 \mathbf{c} 和 \mathbf{d} 为相容阶数的常数矩阵。

由于所有变量都是时间的函数, 所以式(1.1)、式(1.3)和式(1.4)称为“时域”描述, 而式(1.2)为“变换域”描述。由于前三个方程仅建立输入 u 和输出 y 之间的关系, 所以称之为“输入输出描述”或“外部描述”。由于状态空间方程同时描述了系统的内部变量 \mathbf{x} , 所以称状态空间方程为“内部描述”。可以采用这四类方程来描述同一系统。

本教材从卷积的引入开始讨论, 原因在于卷积清晰地展示出线性和时不变性概念的使用。使用卷积可推导出传递函数及某个稳定性条件, 然而, 诚如在教材中讨论的, 分析和设计中并不采用卷积, 因此, 对卷积的讨论并不详尽。另外, 还将解释本教材不研究微分方程的原因。接着, 将集中研究作为外部描述的传递函数以及作为内部描述的状态空间方程, 讨论其求解、性质和相互关系, 并借助二者完成反馈系统的设计。首先讨论单输入单输出(SISO)系统, 然后讨论多输入多输出(MIMO)系统。由于大多数物理系统是连续时间系统, 所以先从连续时间(CT)情形出发, 然后讨论其对应的离散时间(DT)情形。

我们还将浅议由非有理传递函数描述的 LTI 分布系统, 以及由时变状态空间方程描述的线性系统和集总系统。结果表明, LTI 集总系统的某些结论可能并不适用于线性时变系统或分布系统, 因而对其研究也要复杂得多, 非线性系统的研究更是如此, 即便如此, 本教材也为研究这些复杂系统提供了基础和参考。

发展简史

本教材主要研究有理传递函数和状态空间方程, 为此, 应当了解其在电气工程课程中的使用历史。Oliver Heaviside(1850—1925)用 p 表示微分, 并在 1887 年引入阻抗算子 R 、 Lp 和 $\frac{1}{Cp}$ 来研究电子电路, 此项工作开创了阻抗和传递函数的概念。然而, Heaviside 的运算微积分缺乏反演公式, 并且不够完善。大约在 1940 年人们认识到, 由 Pierre-Simon Laplace 于 1782 年导出的拉普拉斯变换, 涵盖了 Heaviside 的方法。因其具有简便性, 拉普拉斯变换和传递函数或系统函数便逐渐渗透到电气

① $A := B$ 表示根据定义 A 等于 B ; $A = :B$ 表示根据定义 B 等于 A

工程课程中。从1960年起,模拟滤波器设计、无源网络综合和电路分析中都使用了传递函数。

为了对蒸汽机中飞球的跳动和机器轴承的摇晃给出合理解释,James Maxwell于1868年推导出一个三阶线性化微分方程以提出稳定性问题,该项工作标志着数学方法研究控制系统的开端。Henry Nyquist于1932年给出一种从开环系统判断反馈系统稳定性的图解方法,但是该方法过于复杂,在设计中不便使用。Hendrick Bode于1940年简化了该方法,利用开环系统的相位裕度和增益裕度来判断稳定性,然而该方法仅适用于一小类开环系统,并且,相位裕度、增益裕度与系统性能之间的关系还不够清晰。W. R. Evans于1948年导出反馈系统设计的根轨迹法,尽管该方法有通用性,但是所采用的补偿器本质上局限于0次补偿器。上述方法均基于传递函数,并且构成了1970年之前出版的大多数控制系统教材的主体内容。

状态空间方程首次出现于20世纪60年代初的工程文献中,其结构严谨,先给出定义,再导出条件,最终建立定理。此外,其结构对SISO系统和MIMO系统并无差别,可以将SISO系统的所有结果都推广到MIMO系统中。最负盛名的结果是:若状态空间方程能控,则状态反馈可以实现任意的特征值配置;若状态空间方程能观,则可以构造出具有任意期望特征值的状态估计器。截至1980年,许多本科控制类教材中都引入了状态空间方程及其设计方法。

在状态空间法影响的推动下,研究人员在20世纪70年代重新审视了传递函数,把有理函数看作是两个多项式的比,诞生了多项式分式法。如此一来,便可以将SISO系统的结果推广到MIMO系统中。该方法中重要的概念是互质性,在互质的假设条件下,使得极点配置和模型匹配的设计实现成为可能。诚如我们要在教材中证实的,该方法比基于状态空间方程的方法更简单,且结果更具有普适性。尽管如此,由于要在计算机运算及仿真、实时处理和运放电路的实施中使用,所以状态空间方程在系统的研究中不可或缺。因此,有理传递函数和状态空间方程在系统的研究中都具有重要的地位。