

软集合约简与决策

孔 芝 王立夫 马廉洁 著



科学出版社

软集合约简与决策

孔 芝 王立夫 马廉洁 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

软集合理论作为新兴的数学工具,充分解决了参数化工具不足的问题,能够利用更丰富的参数信息描述对象与集合之间的不确定性关系和运算操作。近几年,软集合理论得到了飞速的发展。本书针对软集合理论,从约简与决策两个方面进行研究。基于选择值法研究软集合正则参数约简问题和模糊软集合近似参数约简问题,提出约简方法,建立数学模型并利用智能优化算法求解。另外,从一个新的角度分析约简问题,基于分值法研究模糊软集合正则参数约简问题,提出约简方法,并对两种约简方法进行对比。针对决策问题,提出基于灰理论的模糊软集合决策方法、序列区间值模糊软集合及序列直觉模糊软集合的决策方法和具有不完备信息的决策方法。

本书可作为高等院校相关专业教师和研究生参考书,也可供从事数据分析及数据建模的研究人员阅读。

图书在版编目(CIP)数据

软集合约简与决策/孔芝,王立夫,马廉洁著. —北京:科学出版社,2019.3
ISBN 978-7-03-060619-8

I. ①软… II. ①孔… ②王… ③马… III. ①数据处理—最优化算法
IV. ①TP274

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 035556 号

责任编辑:王 哲 / 责任校对:张凤琴
责任印制:吴兆东 / 封面设计:迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京九州迅驰传媒文化有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

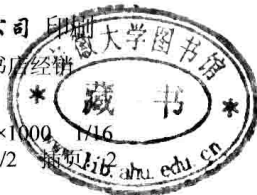
*

2019年3月第一版 开本:720×1000 1/16
2019年3月第一次印刷 印张:12 1/2

字数:250 000

定价:86.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



前 言

在移动互联网、物联网、云计算等新兴技术发展的支持下，社交媒体、电子商务、搜索引擎、GPS 导航、无处不在的传感器、互联网金融，乃至医学诊断、安全监控等不断产生的数据对人类社会的各个领域带来变革性影响，并且正在成为各行各业颠覆性创新的原动力和助推器。数据需要经过采集和集成、建立有效适当的分析模型，对潜藏在数据内部的规律和知识进行挖掘并加以识别，才能发挥真正的作用。在数据采集、数据传输及数据挖掘的过程中，会出现非常多的问题，例如，传感器采集信息时的噪声、信息的错读以及信息在储存和传输时造成的数据丢失，导致收集到的数据常常是不完备和不一致的。信息的不完全性、数据的随机性、测量工具的局限性等要求数据分析方法需要具有较高的鲁棒性，在分析不完备和不一致数据时也能得到可靠的结果。

现有的概率论、盲数理论、模糊集理论、粗糙集理论、区间数学理论等都是用来处理不确定性的数学工具，然而这些理论各自也存在缺陷：理论中用于确定参数的工具非常少，导致大量参数无法确定。产生这些缺陷的原因可总结为用于参数表达的理论不够充分。为克服这些缺陷，俄罗斯学者 Molodtsov 在 1999 年针对不确定性问题的处理，提出了一种新的数学工具，称为软集合。软集合的提出充分解决了参数化工具不足的问题，能够利用更丰富的参数信息描述对象与集合之间的不确定性关系和运算操作。近几年，软集合理论得到了飞速的发展，现已逐步扩展到模糊软集合、粗模糊软集合、区间模糊软集合、盲软集合、异或软集合、双射软集合等。这些软集合的拓展研究，丰富了软集合的计算性质和运算法则，加快了数据处理的和数据决策的速度。除此之外，软集合针对参数约简和数据冗余问题处理也有丰富的成果，学者们将软集合理论与代数结构结合起来进行了研究，提出了软群、软子群的概念，并给出了软群的基本性质，为软集合研究注入了代数学的思想。模糊软集合理论作为软集合理论的重要分支，已经被应用于各个领域，尤其是在模式识别、数据挖掘、人工智能、医疗诊断、经济金融、风险预测等领域取得了巨大的成功。

本书针对现有的参数约简方法在约简过程中存在参数约简效率低、时间复杂度高和约简结果不合理等问题，对软集合和模糊软集合参数约简的方法进行了改进，并将改进后的参数约简理论利用智能优化算法加以实现。从而解决了参数约简计算量大和约简效率低等问题，提高了参数约简效率和质量，使参数约简的结果更加合理和准确。这也为大数据环境下模糊软集合冗余参数的删除提供了新的思路。同时，

本书还提出了基于灰理论和模糊软集合理论的决策方法、序列软集合的理论及在决策问题上的应用和不完备软集合决策问题研究,丰富了软集合的理论与应用。

全书共 12 章。第 1 章阐述了研究背景和意义;第 2 章对软集合与模糊软集合基础知识和决策方法进行了介绍;第 3 章针对删除冗余信息后,决策结果可能不一致的情况,提出了软集合正则参数约简的概念,并提出了软集合正则参数约简方法;第 4 章建立了软集合正则参数约简优化模型,并利用智能优化算法删除冗余参数;第 5 章针对参数值发生变化或增加对象的情况,对软集合正则参数约简的影响问题进行了研究;第 6 章针对模糊软集合正则参数约简条件太苛刻的问题,提出了模糊软集合近似参数约简概念和约简方法,建立了数学模型,利用智能优化算法求解;第 7 章研究了基于分值法的模糊软集合正则参数约简问题;第 8 章针对模糊软集合在决策问题中应用时,通常利用单一的评价准则来进行决策的问题,提出了基于灰理论综合多种准则来进行评价的方法;第 9 章研究了序列软集合的代数操作和基本性质及其应用;第 10 章针对不完备软集合与模糊软集合进行了研究,有效地对未知数据进行了预测,从而进行决策;第 11 章研究了三种不完备序列软集合的决策方法,有效地对未知数据进行了预测,并应用于解决实际决策问题;第 12 章将软集合应用于驾驶疲劳状态的度量问题。

孔芝、王立夫负责全书的撰写和统稿,马廉洁为本书的撰写提供了很多修改意见。王立谦、艾建伟、杨青峰、李事成、赵杰、熊浚钧、袁航、贾文华、张国栋参与了本书的编写。本书得到了国家自然科学基金(61402088)、中央高校基本科研业务费种子基金(N172304030)、河北省自然科学基金(F2017501041、F2016501023)的资助。

由于作者水平有限,书中难免存在不足之处,恳请有关专家和广大读者批评指正。

作 者

2019 年 1 月

目 录

前言

第 1 章	绪论	1
1.1	研究背景和意义	1
1.2	研究内容	3
1.3	研究创新	5
第 2 章	软集合相关基础理论与决策方法	6
2.1	软集合基础理论	6
2.2	模糊软集合基础知识	8
2.3	软集合及模糊软集合的决策方法	9
2.4	模糊软集合在决策问题中的应用	11
2.4.1	基于模糊软集合的轨道交通选线方案评估	11
2.4.2	基于层次分析法和模糊软集合的公交服务质量评价	13
2.4.3	模糊软集合在居住建筑节能方案优选中的应用	17
2.5	本章小结	20
第 3 章	软集合参数约简方法	21
3.1	两类集合分析	21
3.1.1	粗糙集的知识表达系统	21
3.1.2	软集合的知识表达系统	23
3.1.3	粗糙集与软集合理论对比	24
3.2	经典软集合参数约简方法	24
3.2.1	Maji 和 Chen 的软集合参数约简方法	24
3.2.2	软集合参数约简方法分析	26
3.3	改进软集合正则参数约简方法	28
3.3.1	软集合正则参数约简定义	28
3.3.2	软集合参数重要度定义及性质	30
3.3.3	软集合正则参数约简方法	33
3.4	软集合正则参数约简的核	35
3.5	本章小结	42

第 4 章	基于智能优化算法的软集合正则参数约简	43
4.1	软集合正则参数约简数学模型	43
4.1.1	目标函数	43
4.1.2	约束条件	43
4.2	基于粒子群优化算法的正则参数约简	45
4.2.1	粒子群算法	45
4.2.2	基于粒子群算法的软集合正则参数约简问题求解	46
4.3	基于和声搜索算法的软集合正则参数约简	47
4.3.1	和声搜索算法	47
4.3.2	基于和声搜索算法的软集合正则参数约简问题求解	50
4.4	基于改进和声搜索算法的软集合正则参数约简	51
4.4.1	改进和声搜索算法	51
4.4.2	基于改进和声搜索算法的软集合正则参数约简问题求解	52
4.5	基于自适应和声搜索算法的软集合正则参数约简	53
4.5.1	自适应和声搜索算法	53
4.5.2	仿真实验	54
4.5.3	基于自适应和声搜索算法的软集合正则参数约简问题求解	66
4.6	本章小结	67
第 5 章	更改参数值和增加对象对软集合正则参数约简的影响	68
5.1	更改参数值对软集合正则参数约简的影响	68
5.1.1	参数值正(负)变化率的定义	68
5.1.2	参数值正(负)变化率的性质及对正则参数约简的影响	69
5.2	增加对象对软集合正则参数约简的影响	72
5.2.1	增加对象	72
5.2.2	增加对象对参数重要度及正则参数约简的影响	73
5.3	本章小结	75
第 6 章	模糊软集合的近似正则参数约简	76
6.1	模糊软集合正则参数约简方法	76
6.2	模糊软集合近似正则参数约简方法	77
6.2.1	模糊软集合近似正则参数约简的定义	79
6.2.2	模糊软集合近似非必要集的分析	80
6.2.3	最大偏差 ε	83
6.3	基于和声搜索算法的模糊软集合近似正则参数约简	85

6.3.1	模糊软集合近似正则参数约简数学模型	86
6.3.2	基于和声搜索算法的近似正则参数约简	88
6.4	本章小结	88
第 7 章	模糊软集合正则参数约简方法	89
7.1	基于分值法的模糊软集合相关定义及正则参数约简方法	89
7.1.1	冗余参数定义	89
7.1.2	冗余参数分析	89
7.1.3	基于分值法的模糊软集合正则参数约简方法	110
7.2	两种正则参数约简方法的比较	110
7.3	基于分值法的模糊软集合正则参数约简应用	111
7.4	本章小结	113
第 8 章	基于灰理论和模糊软集合理论的决策问题研究	114
8.1	灰理论基础知识	115
8.2	基于灰理论和模糊软集合的多准则评判方法	116
8.3	灰理论和模糊软集合理论在决策问题上的应用	120
8.4	本章小结	124
第 9 章	两类序列模糊软集合理论及应用研究	125
9.1	序列区间值模糊软集合理论及其应用	125
9.1.1	基本定义及性质	125
9.1.2	序列区间值模糊软集合的转换	128
9.1.3	序列区间值模糊软集合的应用	130
9.2	序列直觉模糊软集合理论及其应用	136
9.2.1	基本定义及性质	136
9.2.2	序列直觉模糊软集合的应用	138
9.3	本章小结	145
第 10 章	不完备软集合与模糊软集合决策方法	146
10.1	加权平均方法	146
10.2	简化方法	148
10.3	两种方法比较分析	151
10.3.1	复杂度	152
10.3.2	增加参数的情况	152
10.4	参数交互关系下的不完备软集合与模糊软集合决策方法	154

10.4.1	参数交互关系下的不完备软集合决策方法	154
10.4.2	参数交互关系下的不完备模糊软集合决策方法	156
10.5	本章小结	158
第 11 章	三种不完备序列软集合决策方法	159
11.1	不完备序列软集合决策方法	159
11.2	不完备序列模糊软集合决策方法	163
11.3	不完备序列区间模糊软集合决策方法	164
11.4	不完备序列软集合决策方法的应用	168
11.5	本章小结	170
第 12 章	基于软集合的驾驶疲劳状态度量	171
12.1	实验设计和信号预处理	171
12.1.1	采集设备	171
12.1.2	电极位置选择	172
12.1.3	实验过程安排	174
12.1.4	表面肌电信号的预处理	174
12.2	生理状态特征的提取	177
12.3	基于软集合的驾驶疲劳度量	179
12.3.1	RBF 神经网络	179
12.3.2	软集合疲劳量化模型	180
12.3.3	软集合与神经网络的对比	186
12.4	本章小结	186
参考文献		187

彩图

第 1 章 绪 论

1.1 研究背景和意义

1999 年, Molodtsov 在 *Soft Set Theory: First Results*^[1]中第一次较系统地介绍了软集合的一些基本理论及其应用, 标志着软集合理论作为一种处理不确定数据的数学工具的诞生。Molodtsov 不仅定义了软集合的基本运算, 还提出了软集合在其他数学领域的概念, 比如软积分、软微分、软极限、软概率等, 并提出了今后研究的方向。2003 年, Maji 等在 *Soft Set Theory*^[2]中进一步给出了软集合的子集、空集、补集等相关定义, 以及交、并、补等基本运算法则, 为软集合在实际中的应用奠定了基础。

软集合具有很好的数学理论兼容性, 学者们提出了各种软集合的扩展理论。Maji 等^[3]提出了模糊软集合的概念, 并定义了模糊软集合的等价、子集、补集和空集等概念。Yang 等^[4]定义了区间值模糊软集合, 以及区间值模糊软集合的补集, 两个区间值模糊软集合的交、并运算和区间模糊软集合上的基本模糊逻辑运算, 并用 Morgan 定理予以证明。Maji 等^[5,6]提出了直觉模糊软集合的概念, 并定义了相关运算和性质。Gong 等和 Xiao 等提出了双射软集合^[7]以及异或软集合^[8], 并研究了它们的基本运算和性质、二者的依赖度和基本的决策规则。王金艳^[9]结合软集合和 2 型模糊集合定义了 2 型模糊软集合, 并研究了其在决策中的应用。肖智等^[10]提出了 D-S 广义模糊软集合, 并将其引入企业绩效评价中。孟丛丛^[11]将可能性模糊软集合和区间值模糊集合结合, 定义了可能性区间值模糊软集合, 并在可能性区间值模糊软集合基础上进一步扩展双极值模糊软集合, 提出双极值可能性区间值模糊软集合。Faruk^[12]提出了可能性智能软集合的概念, 并给出了它的子集、零集、全集的概念和相关操作并、交、补等代数性质, 最后将该方法应用于决策问题中。Alcantud^[13]研究了软集合、模糊集及其扩展等之间的关系。Ali 等^[14]利用语言进行对象描述时, 发现某些类型的语言是有一定顺序的, 因此提出格序软集的概念, 并讨论了相关的性质, 最后应用于决策问题中。Roy 等^[15]在改变的软粗近似空间内提出了粗软集概念, 并研究了它的相关性质和操作, 更进一步讨论了相关的软集合的粗度和格理论。Deli 等^[16]提出了直觉模糊参数化软集合, 并研究了它们的一些性质, 且应用到决策问题中。Haci^[17]提出了软集合理论的代数结构, 给出双射软群、依赖与独立软群的定义, 并讨论了它们的性质和关系。刘用麟等^[18]将软集合理论应用到商向量空间中, 给出了软商空间的合理定义, 研究了软商空间的运算性质。

除了各种扩展软集合, 软代数有关理论也被广泛研究。Jun 等^[19]提出了软 BCK/BCI 代数概念, 并定义了交、并、与、或运算。Jun 等^[20]进一步定义了软 d -algebras、软边缘 d -algebras、软 d^* -algebras、软 d -ideals、软 $d\#$ -ideals、软 d^* -ideals 和 d -idealistic ($d\#$ -idealistic 或者 d^* -idealistic) 的软 d -algebras, 以及它们的相关性质。之后, Jun 等^[21]定义了联合软交换 BCI-ideals 概念以及相关性质, 进而建立了一个基础的软代数结构。Li 等^[22]在分析了软集合和拓扑关系的基础上, 提出了软近似空间、软粗糙近似和拓扑软集合。Han 等^[23]提出了一个 BCI-algebras 的区间软 q -ideals 和 a -ideals, 及其相关性质。Tao 等^[24]提出了一种不确定语言模糊软集合, 并讨论了两个不确定语言模糊软集合的包含关系、并关系、补关系、相等关系, 以及不确定语言模糊软集合的相关操作和代数性质, 最后提出了不确定语言模糊软集合的模型, 建立了决策机制, 应用于声音质量问题的评估中。鲍俊颖^[25]提出了模糊软环的概念, 研究了生成模糊软环的等价条件以及模糊软环的并、交和乘积运算, 并讨论了这些运算的代数性质。

软集合在决策问题上应用广泛。Maji 等^[26]首先将软集合应用于决策问题中, 并给出了简单软集合决策方法和权重软集合决策方法。之后, Roy 等^[27]又将软集合应用于模糊环境的决策问题中。Kong 等^[28]指出 Roy 等的文章中存在算法错误, 运用该算法并不能得到一般性的最优决策, 并给出反例予以证明。Feng 等^[29]进一步改进和拓展了 uni-int 决策方法, 提出了基于选择值软集合的广义 uni-int 决策方法, 定义了选择值软集合和 K 满足关系, 运用这些新的概念, 给出了更深入的 uni-int 决策原则并指出它的局限性。Han 等^[30]运用剪枝算法优化了 Feng 等的 intm-intn 决策方法, 首先给出了最优决策集的理论特征, 然后运用剪枝算法过滤掉在初始最优决策集中不符合要求的元素, 实证结果证明该方法在处理具有大量数据的软集合决策问题时具有优势。Liu 等^[31]基于模糊软集合与粗糙集方法, 提出 D 分值表, 并应用于分类问题中。Li 等^[32]研究基于软集合理论考虑不同评价准则集的筛选方案。Zhao 等^[33]提出了模糊值语言软集合理论, 结合模糊集理论、语言变量和软集合理论, 该方法允许决策者利用语言变量来评估一个对象, 并利用模糊值来描述相应的等级。同时, 由于软集合的灵活性, 决策者可以从多个角度使用多个模糊语言评价。Peng 等^[34]利用区间模糊软集合方法求解随机多准则决策问题, 提出了新的公理化定义的区间模糊距离测度, 并利用两种权重, 一种是正态分布的权重作为客观权重, 另一种是主观权重, 来反映决策者的主观考虑和客观信息。Gong 等^[35]将双射软集合应用到容错问题上, 定义了双射软集合 β 错误分类度, 并提出了最优 β 、约简、核、决策规则和错误分类数据, 最终将该方法应用于海岸线资源价值评估问题。Alcantud^[36]利用信息融合技术将多观测者的输入参数数据集进行处理, 得到更可靠的模糊软集合, 并通过相关比较矩阵计算分

值来最终决策。Wang 等^[37]将模糊测度和 D-S 证据理论的模糊软集合方法应用于医学诊断问题中。Li 等^[38]和 Tang^[39]提出了一种基于灰色关联和 D-S 证据理论的模糊软集合方法并应用到医学诊断中。龚科等^[40]考虑模糊环境,结合基于依赖度的模糊双射软集合参数约简方法,提出了一种基于模糊双射软集合的内河岸线资源评价 KDD 模型。常峰等^[41]结合平衡计分卡和绩效棱柱建立医药物流企业绩效评价准则体系,基于双射软集合构建评价模型,识别关键因素。张芮^[42]结合 DEA 和软集合的各自方法的优点,提出了一种新的绿色供应商选择方法。舒服华^[43]提出了一种模糊软集的机车制动器高摩擦因数合成闸瓦性能评价方法。罗序良^[44]通过构建软集合对照表,把大客户用电数据训练集用模糊软集合表示,实现对用电大客户窃电数据的检测。刘阳帆^[45]定义基于时间的动态区间值模糊软集,并建立了指数增长模型的时间权重确定公式来解决区间值模糊软集合的决策问题。周丽等^[46]在技术创新的决策中引入软集合 uni-int 多人决策方法,实现多人决策的共赢结果。

海量的数据对决策者来说是一个严峻的考验,因此解决决策问题中的数据的约简问题迫在眉睫。2002 年, Maji 等^[26]为了简化决策步骤,减少计算量,提出了软集合新的研究方向——参数约简。软集合中参数约简的最终目的就是删除那些对获取最优决策没有影响或影响很小的参数集,以减少用于决策的参数个数,最终减少计算量和计算步骤。Chen 等^[47,48]指出文献[26]中软集合参数约简方法不能简单地将粗糙集的属性约简思想移植到软集合中,因此文献[26]中的约简结果是错误的,并且约简定义是不合理的,文中并举了反例来具体说明不合理所在,同时他们提出了合理的参数约简定义方法和理论,将软集合理论的参数约简方法同粗糙集的属性约简进行了相应的比较。2008 年, Kong 等^[49]以选择值方法为原则定义了软集合和模糊软集合的正则参数约简方法,同时还对增加参数和对象对约简影响的问题也进行了研究,另外,还试探性地提出了正则参数约简算法,并提出了两个新的定义(参数的重要度和决策划分)来分析软集合正则参数约简算法。该方法不仅能做出最优决策,还能做出次优等决策,避免选择出最优决策后再次作决策的困扰。Ma 等^[50]对文献[49]的正则参数约简方法进行了简化,计算量减小,且简单易懂。Kong 等^[51]考虑到参数约简时查找参数是 NP 问题,建立了软集合正则参数约简模型,并利用粒子群算法寻优,该方法速度快且查找准确。Han 等^[52,53]对 Kong 的方法进一步改进,提出了软集合冗余参数子集的概念,使 Kong 的方法逻辑上更清晰和一致。

1.2 研究内容

本书围绕软集合及其扩展模型的约简问题和决策问题展开研究,全书共 12 章,研究的主要内容如下。

第1章介绍了本书的研究背景,从而引出研究问题,明确了研究的目的和意义,最后介绍了本书的创新点。

第2章介绍了软集合相关基础理论与决策方法。为了方便读者阅读和理解软集合及其相关扩展理论,本章对软集合的基本定义、运算及性质和模糊软集合理论进行了介绍,并将决策方法应用于实际问题中。

第3章介绍了软集合参数约简方法。本章分析了目前软集合约简理论存在的不足,受粗糙集属性约简方法的启发,提出了软集合正则参数约简方法,并举例进行了分析。

第4章介绍了基于智能优化算法的软集合正则参数约简。本章基于软集合正则参数约简需要花费大量时间进行人工搜索的不足,提出了用智能优化算法求解正则参数约简问题。通过建立数学模型和仿真实验,对数据进行了分析。

第5章介绍了更改参数值和增加对象对软集合正则参数约简的影响。本章研究了软集合对象某些信息发生变化后的正则参数约简问题。通过对更改参数和增加对象后软集合参数值变化的内在规律进行思考,设计出在对象某些信息发生变化后,对软集合直接进行约简的高效约简方法,并验证了其合理性。

第6章介绍了模糊软集合的近似正则参数约简。本章首先基于模糊软集合正则参数约简删除冗余参数数量非常少,而且约简性能很差的问题,提出了模糊软集合近似正则参数约简方法,从而更有效地删除冗余参数。其次利用和声搜索算法处理模糊软集合近似正则参数约简问题,提高了约简效率。

第7章介绍了基于分值法的模糊软集合冗余参数约简问题。本章首先对基于分值法的模糊软集合冗余参数进行了研究,分析了五种冗余参数特征,为提高约简效率提供了便利。其次提出了基于分值法的模糊软集合正则参数约简方法。最后对基于选择值和分值法两种决策方法的模糊软集合正则参数约简进行了对比。

第8章介绍了基于灰理论和模糊软集合方法在决策问题上的研究。本章通过分析不同决策方法解决相同问题时会产生不同的结果,为提高决策的准确性,提出了一种基于灰理论的求解决策问题的新方法。新的决策方法可以考虑多种决策准则,得到综合的决策结果。

第9章介绍了两类序列软集合的理论及在决策问题上的应用。本章首先提出了序列区间模糊软集合的定义,并研究了相关性质,提出了序列区间模糊软集合的决策方法并应用于实际问题。其次提出了序列直觉模糊软集合的定义,并研究了相关性质,提出了序列直觉模糊软集合的决策方法并应用于实际问题。

第10章研究了不完备软集合与模糊软集合决策方法。本章对处理不完备和不一致数据的加权平均方法进行了简化,优化了计算过程,并验证了新算法的合理性。同时研究了参数交互关系下的不完备软集合与模糊软集合决策方法。

第 11 章分别针对不完备序列软集合、不完备序列模糊软集合、不完备序列区间模糊软集合进行了研究,对未知数据进行了有效预测,从而进行决策。最后将不完备序列软集合决策方法应用于实际问题,验证了该方法的合理性。

第 12 章介绍了基于软集合的驾驶疲劳状态度量。本章将软集合应用于驾驶疲劳状态度量,建立了基于软集合理论的疲劳量化模型,并与 RBF 神经网络模型进行了对比。

1.3 研究创新

本书研究的创新如下。

(1) 软集合和模糊软集合约简创新。

目前软集合约简理论在选择次优解和增加新的参数集约简时存在计算量大的问题,本书提出了正则参数约简方法解决此问题。为了提高约简效率,建立软集合正则参数约简数学模型,运用智能优化算法进行约简。对于软集合对象某些信息发生变化后的正则参数约简问题,本书考虑了更改参数和增加对象对软集合正则参数约简的影响,设计了在对象某些信息发生变化后,在原始软集合基础上直接进行约简的高效约简方法。对于模糊软集合正则参数约简删除冗余参数数量非常少,约简性能差的问题,本书提出了模糊软集合近似正则参数约简,能够更有效地删除冗余参数,并利用和声搜索算法处理模糊软集合近似正则参数约简问题。目前,模糊软集合正则参数约简的研究主要基于选择值决策方法,本书基于分值法研究模糊软集合正则参数约简问题,分析了五种冗余参数特征,提出了基于分值法的模糊软集合正则参数约简方法,为提高约简效率提供了便利。

(2) 软集合及其扩展模型决策创新。

软集合决策理论众多,而不同的决策理论在处理相同问题时可能会得出不同结果,为了提高决策的准确性,本书提出了一种基于灰理论的求解决策问题的新方法,该方法可以考虑多种决策准则,得到综合的决策结果。针对区间值模糊软集合和直觉模糊软集合处理决策问题时不能表征某一对象在不同属性下的过去信息的问题,本书提出了序列区间值模糊软集合和序列直觉模糊软集合以兼顾过去和当前信息,并给出了两类序列软集合在决策问题中的应用。对于不完备软集合及序列软集合决策问题,加权平均方法在处理不完备和不一致数据时过程烦琐,本书简化了计算过程,并验证了新算法的合理性。本书提出了参数交互关系下的不完备软集合和模糊软集合决策方法,以及不完备序列软集合、不完备序列模糊软集合、不完备序列区间模糊软集合的决策方法。最后,本书将软集合理论应用于驾驶疲劳度量,得到了满意的结果。

第2章 软集合相关基础理论与决策方法

本章首先介绍了软集合的相关基础理论。然后介绍了软集合和模糊软集合的基本决策理论，为软集合及其扩展模型的新型决策理论的介绍奠定基础。最后给出了模糊软集合基本决策理论的应用实例。

2.1 软集合基础理论

定义 2.1^[1] U 为初始论域， E 为参数集，一个集合对 (F, E) 被称为论域 U 上的一个软集合，当且仅当 F 为 E 到 U 的所有子集中某集合的映射，如 $F: E \rightarrow P(U)$ ，其中， $P(U)$ 为 U 的幂集。

例 2.1 假设软集合描述了某女士打算购买冰箱的事件。

设 $U = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6\}$ 为六台冰箱构成的集合， $E = \{\text{便宜, 美观, 材质好, 品牌好, 容量大, 售后好}\}$ 为参数集合。 $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ ，则 e_1 表示便宜， e_2 表示美观， e_3 表示材质好， e_4 表示品牌好， e_5 表示容量大， e_6 表示售后好。其中，某些参数 $F(e)$ 可以为空，且他们之间的交集也可以是非空集。例如，可能不存在便宜的冰箱。

现在“适合购买的冰箱”用软集合 (F, E) 描述为：便宜的冰箱 $= \{h_2, h_3, h_4, h_5, h_6\}$ ，美观的冰箱 $= \{h_1, h_3, h_5, h_6\}$ ，材质好的冰箱 $= \{h_1, h_2, h_4, h_6\}$ ，品牌好的冰箱 $= \{h_1, h_2\}$ ，容量大的冰箱 $= \{h_2, h_4, h_5, h_6\}$ ，售后好的冰箱 $= \{h_1, h_3, h_5, h_6\}$ 。即 $F(e_1) = \{h_2, h_3, h_4, h_5, h_6\}$ ， $F(e_2) = \{h_1, h_3, h_5, h_6\}$ ， $F(e_3) = \{h_1, h_2, h_4, h_6\}$ ， $F(e_4) = \{h_1, h_2\}$ ， $F(e_5) = \{h_2, h_4, h_5, h_6\}$ ， $F(e_6) = \{h_1, h_3, h_5, h_6\}$ 。将上述事件进行描述，如表 2.1 所示。

表 2.1 例 2.1 的软集合表

U	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6
h_1	0	1	1	1	0	1
h_2	1	0	1	1	1	0
h_3	1	1	0	0	0	1
h_4	1	0	1	0	1	0
h_5	1	1	0	0	1	1
h_6	1	1	1	0	1	1

定义 2.2^[2] 对于 U 上的两个软集合 (F, A) 和 (G, B) , 如果 $B \subseteq A$ 且 $\forall b \in B, G(b) \subseteq F(b)$, 则称 (G, B) 为 (F, A) 的软子集, 记作 $(G, B) \subseteq (F, A)$ 。

定义 2.3^[2] 对于 U 上的两个软集合 (F, A) 和 (G, B) , 如果 $(G, B) \subseteq (F, A)$ 且 $(G, B) \supseteq (F, A)$, 则称这两个软集合相等, 记作 $(F, A) = (G, B)$ 。

定义 2.4^[2] 若软集合 (F, A) 中对 $\forall \alpha \in A$ 都有 $F(\alpha) = \emptyset$, 则称软集合 (F, A) 为空软集合, 记作 $\emptyset$ 。

定义 2.5^[2] 若软集合 (F, A) 中对 $\forall \alpha \in A$ 都有 $F(\alpha) = U$, 则称软集合 (F, A) 为全软集, 记作 $\tilde{A}$ 。

显然 $\tilde{A}^c = \emptyset, \emptyset^c = \tilde{A}$ 。

定义 2.6^[2] U 上的两个软集合 (F, A) 和 (G, B) , 令 $(F, A) \wedge (G, B) = (H, A \times B)$, 其中, $H(x, y) = F(x) \cap G(y), \forall (x, y) \in A \times B$, 则称 $(F, A) \wedge (G, B) = (H, A \times B)$ 为软集合的且运算。

定义 2.7^[2] U 上的两个软集合 (F, A) 和 (G, B) , 令 $(F, A) \vee (G, B) = (H, A \times B)$, 其中, $H(x, y) = F(x) \cup G(y), \forall (x, y) \in A \times B$, 则称 $(F, A) \vee (G, B) = (H, A \times B)$ 为软集合的或运算。

定义 2.8^[2] 设 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ 为参数集。 E 的否定集记作 $\neg E, \neg E = \{\neg e_1, \neg e_2, \dots, \neg e_n\}$, 其中, $\neg e_i = \text{非} e_i, 1 \leq i \leq n$ 。

定义 2.9^[2] 设 (F, A) 为一初始论域 U 上的软集合, 软集合 (F, A) 的余集记作 $(F, A)^c = (F^c, \neg A)$, 其中, $F^c: \neg A \rightarrow P(U)$, 即 $F^c(\alpha) = U - F(\neg \alpha), \forall \alpha \in \neg A$ 。

显然 $((F, A)^c)^c = (F, A)$ 。

定义 2.10^[2] 设 (F, A) 和 (G, B) 为同一初始论域 U 上的两个软集合, 将 (F, A) 和 (G, B) 的差定义为 (H, C) , 其中, $C = A - A \cap B$ 表示属于 A 但是不属于 A 和 B 交集的参数集。 $\forall e \in C, H(e) = F(e)$, 将 (F, A) 和 (G, B) 的差记作 $(F, A) \dot{-} (G, B) = (H, C)$ 。

定义 2.11^[2] U 上的两个软集合 (F, A) 和 (G, B) 的交集为 (H, C) , 其中, $C = A \cap B$, 且 $\forall e \in C, H(e) = F(e) \cap G(e)$, 记作 $(F, A) \tilde{\cap} (G, B) = (H, C)$ 。

定义 2.12^[2] U 上的两个软集合 (F, A) 和 (G, B) 的并集为 (H, C) , 其中, $C = A \cup B$, 且 $\forall e \in C$, 有

$$H(e) = \begin{cases} F(e), & e \in A - B \\ G(e), & e \in B - A \\ F(e) \cup G(e), & e \in A \cap B \end{cases} \quad (2.1)$$

记作 $(F, A) \tilde{\cup} (G, B) = (H, C)$ 。

定义 2.13^[2] 设 (F, A) 和 (G, B) 为同一初始论域 U 上的两个软集合, 其中, $C = A \cup B$, 且 $\forall e \in C$, 有

$$H(e)=\begin{cases} F(e), & e\in A-B \\ G(e), & e\in B-A \\ F(e)\cup G(e), & e\in A\cap B \end{cases} \tag{2.2}$$

记作 $(F,A)\cup(G,B)=(H,C)$ ，称 (H,C) 为软集合 (F,A) 和 (G,B) 的并运算。

2.2 模糊软集合基础知识

定义 2.14^[3] 设 I^U 表示论域 U 上的所有模糊子集, $F:A\rightarrow I^U$ 为一个 A 到 I^U 的映射, 那么集合对 (F,A) 称为论域 U 上的一个模糊软集合。

例 2.2 考虑定义在论域 $U=\{h_1,h_2,h_3,h_4,h_5\}$ 上的模糊软集合 (F,A) ，这里代表汽车的集合。 $A=\{\text{黑色,白色,灰色}\}$ ，它描述了汽车的颜色，并且有

$$\begin{aligned} F(\text{黑色}) &= \{h_1/0.8, h_2/0.7, h_3/0.5, h_4/0.4, h_5/1\} \\ F(\text{白色}) &= \{h_1/0.5, h_2/0.6, h_3/0.5, h_4/1, h_5/0.3\} \\ F(\text{灰色}) &= \{h_1/0.8, h_2/0.7, h_3/0.8, h_4/0.6, h_5/1\} \end{aligned}$$

将上述事件进行描述，如表 2.2 所示。

表 2.2 例 2.2 的模糊软集合表

U	黑色	白色	灰色
h_1	0.8	0.5	0.8
h_2	0.7	0.6	0.7
h_3	0.5	0.5	0.8
h_4	0.4	1	0.6
h_5	1	0.3	1

定义 2.15^[3] 设 (F,A) 和 (G,B) 为同一初始论域 U 上的两个模糊软集合。若满足 ① $A\subseteq B$ ，② $\forall e\in A$ ， $F(e)$ 是 $G(e)$ 的模糊子集，则称 (F,A) 为 (G,B) 的模糊软子集，记作 $(F,A)\subseteq(G,B)$ 。

定义 2.16^[3] 设 (F,A) 和 (G,B) 为同一初始论域 U 上的两个模糊软集合。如果 (G,B) 为 (F,A) 的模糊软子集， (F,A) 为 (G,B) 的模糊软子集，则称 (F,A) 和 (G,B) 模糊软相等。

定义 2.17^[3] 设 (F,A) 为一初始论域 U 上的模糊软集合，模糊软集合 (F,A) 的余集记作 $(F,A)^c=(F^c,\neg A)$ ，其中， $F^c:\neg A\rightarrow P(U)$ 也就是 $F^c(\alpha)=U-F(\neg\alpha)$ ， $\forall\alpha\in\neg A$ 。

显然 $((F,A)^c)^c=(F,A)$ 。