



“十三五”国家重点出版物出版规划项目

软物质前沿科学丛书

复杂系统的涌现动力学 ——从同步到集体输运

(上册)

Emergence Dynamics in Complex Systems:
From Synchronization to Collective Transport

Volume I

郑志刚/著



科学出版社



龍門書局



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FUNDATION

“十三五”国家重点出版物出版规划项目

软物质前沿科学丛书

复杂系统的涌现动力学 ——从同步到集体运输(上册)

Emergence Dynamics in Complex Systems: From
Synchronization to Collective Transport

Volume I

郑志刚 著



科学出版社
龍門書局

北京

内 容 简 介

由大量单元组成的复杂系统会产生丰富多彩的自组织与集体行为,近几年成为多交叉领域长盛不衰的研究热点。复杂系统的一个重要特征是涌现,即在整体层面会呈现出各种各样个体所不具备的行为。本书以复杂系统中普遍存在的同步与非平衡输运等涌现行为为切入点,以非线性动力学、统计物理学、序参量动力学理论等为理论工具,重点剖析了相振子、混沌振子及其复杂网络的同步、时空随机共振、时空斑图与非线性波、集体定向输运及低维体系热传导与热器件等现象,并探讨了这些看似不同的现象之间的内在机制、共性和联系。

本书分上下册,上册包括第1~4章,下册包括第5~7章。

本书系统反映了近年来复杂系统的涌现与合作动力学研究进展,可供从事非线性科学、复杂性科学、统计物理等领域研究的工作者、理工科大学教师、大学高年级学生和研究生阅读,对交叉领域的有关研究人员也有一定的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

复杂系统的涌现动力学:从同步到集体输运.上册/郑志刚著. —北京:龙门书局,2019.6

(软物质前沿科学丛书)

“十三五”国家重点出版物出版规划项目 国家出版基金项目

ISBN 978-7-5088-5596-7

I. ①复… II. ①郑… III. ①输运过程-系统动力学 IV. ①O482.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019) 第 108860 号

责任编辑:刘凤娟 孔晓慧/责任校对:杨 然

责任印制:吴兆东/封面设计:无极书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京建宏印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2019年6月第一版 开本:720×1000 1/16

2019年6月第一次印刷 印张:23 3/4

字数:479 000

定价:169.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

丛 书 序

社会文明的进步、历史的断代，通常以人类掌握的技术工具材料来刻画，如远古的石器时代、商周的青铜器时代、在冶炼青铜的基础上逐渐掌握了冶炼铁的技术之后的铁器时代，这些时代的名称反映人类最初学会使用的主要是硬物质。同样的，20 世纪的物理学家一开始也是致力于研究硬物质，像金属、半导体以及陶瓷，掌握这些材料使大规模集成电路技术成为可能，并开创了信息时代。进入 21 世纪，人们自然要问，什么材料代表当今时代的特征？什么是物理学最有发展前途的新研究领域？

1991 年，诺贝尔物理学奖得主德热纳最先给出回答：这个领域就是其得奖演讲的题目——“软物质”。以《欧洲物理杂志》B 分册的划分，它也被称为软凝聚态物质，所辖学科依次为液晶、聚合物、双亲分子、生物膜、胶体、黏胶及颗粒等。

2004 年，以 1977 年诺贝尔物理学奖得主，固体物理学家 P. W. 安德森为首的 80 余位著名物理学家曾以“关联物质新领域”为题召开研讨会，将凝聚态物理分为硬物质物理与软物质物理，认为软物质（包括生物体系）面临新的问题和挑战，需要发展新的物理学。

2005 年，《Science》期刊提出了 125 个世界性科学前沿问题，其中 13 个直接与软物质交叉学科有关。“自组织的发展程度”更是被列入前 25 个最重要的世界性课题中的第 18 位，“玻璃化转变和玻璃的本质”也被认为是最具有挑战性的基础物理问题以及当今凝聚态物理的一个重大研究前沿。

进入 21 世纪，软物质在国外受到高度重视，如 2015 年，爱丁堡大学软物质学者 Michael Cates 教授被选为剑桥大学卢卡斯讲座教授。大家知道，这个讲座是时代研究热门领域方向标，牛顿、霍金都任过这个最著名的讲座教授。发达国家多数大学的物理系和研究机构已纷纷建立软物质物理的研究方向。

虽然在软物质早期历史上，享誉世界的大科学家如爱因斯坦、朗缪尔、弗洛里等都做出过开创性贡献，荣获诺贝尔物理学奖或化学奖，但软物质物理学发展更为迅猛还是自德热纳 1991 年正式命名“软物质”以来，软物质物理不仅大大拓展了物理学的研究对象，还对物理学基础研究、尤其是与非平衡现象（如生命现象）密切相关的物理学提出了重大挑战。软物质泛指处于固体和理想流体之间的复杂的凝聚态物质，主要共同点是其基本单元之间的相互作用比较弱（约为室温热能量级），因而易受温度影响、熵效应显著，且易形成有序结构。固此具有显著热波动、多个亚稳状态、介观尺度自组装结构，熵驱动的顺序无序相变，宏观的灵活性等特征。简单地说，这些体系都体现了“小刺激，大反应”和强非线性的特性。这些特性

并非仅仅由纳观组织或原子或分子的水平结构决定，更多是由介观多级自组结构决定。处于这种状态的常见物质体系包括胶体、液晶、高分子及超分子、泡沫、乳液、凝胶、颗粒物质、玻璃、生物体系等。软物质不仅广泛存在于自然界，而且由于其丰富、奇特的物理学性质，在人类的生活和生产活动中也得到广泛应用，常见的有液晶、柔性电子、塑料、橡胶、颜料、墨水、牙膏、清洁剂、护肤品、食品添加剂等。由于其巨大的实用性以及迷人的物理性质，软物质自 19 世纪中后期进入科学家视野以来，就不断吸引着来自物理、化学、力学、生物学、材料科学、医学、数学等不同学科领域的大批研究者。近二十年来更是快速发展成为一个高度交叉的庞大的研究方向，在基础科学和实际应用方面都有重大意义。

为推动我国软物质研究，为国民经济做出应有贡献，在国家自然科学基金委员会中国科学院学科发展战略研究合作项目“软凝聚态物理学的若干前沿问题”（2013.7—2015.6）资助下，本丛书主编组织了我国高校与科研院所上百位分布在数学、物理、化学、生命科学、力学领域的长期从事软物质研究的科技工作者，参与本项目的研究工作。在充分调研的基础上，通过多次召开软物质科研论坛与研讨会，完成了一份 80 万字的研究报告，全面系统地展现了软凝聚态物理学的发展历史、国内外研究现状，凝练出该交叉学科的重要研究方向，为我国科技管理部门部署软物质物理研究提供一份既翔实又前瞻的路线图。

作为战略报告的推广成果，参加本项目的部分专家在《物理学报》出版了软凝聚态物理学术专辑，共计 30 篇综述。同时，本项目还受到科学出版社关注，双方达成了“软物质前沿科学丛书”的出版计划。这将是国内第一套系统总结该领域理论、实验和方法的专业丛书，对从事相关领域的研究人员将起到重要参考作用。因此，项目与科学出版社商讨了合作事项，成立了丛书编委会，并对丛书做了初步部署。编委会邀请了 30 多位不同背景的软物质领域的国内外专家共同完成这一系列专著。这部丛书将为读者提供软物质研究从基础到前沿的各个领域的最新进展，涵盖软物质研究的主要方面，包括理论建模、先进的探测和加工技术等。

由于我们对于软物质这一发展中的交叉科学了解不很全面，不可能做到计划的“一劳永逸”，缺乏组织出版一个进行时学科的丛书的实践经验，为此，我们要特别感谢科学出版社编辑钱俊，他对我们咨询项目启动到完成全过程进行了全程跟踪，并参加本丛书的编辑指导与帮助工作，从而有望使本丛书的缺点与不当处尽量减少。同时，我们欢迎更多相关同行撰写著作加入本丛书，为推动软物质科学在国内的发展做出贡献。

主 编 欧阳钟灿

执行主编 刘向阳

2017 年 8 月

前 言

如果可以把一个复杂系统比作一个生命有机体，那么科学家的使命就是去感受其生命的脉动，倾听其生命的呼吸，探索其生命的规律和机制。

我们生活在一个五彩斑斓的世界，这个世界里充斥着大量由各种不同个体组成的系统，而这些系统会表现出形形色色的集体行为。例如，我们可以用肉眼直接看到很多生物群体的有趣行为，如鸟群变化多端的集体飞行 (flocking)，鱼群在水中复杂的集体游动 (swarming)，大量蚂蚁组成的蚁群忙碌而有序的各种集体活动，热带地区夜晚大量萤火虫的集体闪光等。人作为特殊的个体也依据不同属性组成了诸如家庭、家族、民族、党派、社团组织、俱乐部、军队、学校、工厂、公司、联盟乃至国家等各种不同群体，进而产生出大量的社会群体行为。由人及其所使用的各种设施如交通、通信工具等形成的都市则如同一个放大的生命体，在其中可以找到供应全身血液的心脏、呼吸的肺等，大到乃至整个地球，我们都可以感受到其作为有机复杂系统的脉搏和呼吸。

即使在我们肉眼和通常感官无法直接感知的世界里，也在发生着大量的故事。当我们通过显微镜去观察一个极小尺度的生物体时，可以看到那里也是一片忙忙碌碌如繁华都市的景象，基因们在忙着制造合成蛋白质、有效组织调控生命体的各种生理活动，分子马达则在忙着输送营养物质、转化和提供能量，心肌细胞在忙着协调心脏舒缩泵出血液，各种神经元有的在忙着感知外部各种信息，有的则忙着传送信息，处于脑部的神经元则忙着处理信息并发送各种指令，生物体内的各种细胞、组织和器官都 24 小时不休息地辛勤工作，通过它们在不同层面的生理活动让生物体处于生命活性的状态。即使是遥远的天体、星系和宇宙也表现出复杂的演化行为，尽管我们可以通过天文望远镜乃至 FAST (500m 口径球面射电望远镜，Five-hundred-meter Aperture Spherical Radio Telescope) 这样的巨型仪器设备进行大量观测，取得海量数据与信息，人类对宇宙及其命运的认识也还处于婴儿时代。

我们可以将上述所涉及的各种系统称为复杂系统。什么是复杂系统呢？要完全准确地给其下一个定义是不容易的，就不同学科来说，对于什么是复杂性的理解有所不同。实际上，系统复杂性的来源是多方面的，有的结构复杂，有的动力学复杂等，并且复杂并不简单取决于组成系统单元的数目多寡、相互作用是否具有复杂的形式等^[1-5]。当然，人们对于复杂性有一些比较直观的感受，例如，对一个系统

知道开头但不知道结果，了解部分却无法知道整体，知道规则却无法预知结果，等等，这些往往都是系统复杂性的直接表现。

物理学家往往具有探索未知、大胆提出问题和假设的勇气。我们知道，物理学的研究对象是宇宙万物。何为宇宙？古人曰，“四方上下谓之宇，古往今来谓之宙。”宇即代表空间，宙即代表时间，而物理学是研究时间与空间基本规律的科学。由此可知，从极小到极大的各种尺度都是物理学家的研究对象，当然包括自然科学与人文社会科学的各种研究对象。于是我们可以看到，物理学家的足迹遍布物理学及其他各个学科领域。近些年很多交叉学科的发展大都与物理学家的介入和勇敢探索息息相关。物理学一方面在不同时空尺度探索积累了大量的结果，为探索各种复杂信息发明了各种各样的实验工具和平台，还提出了一系列物理思想和方法。例如，统计物理学最早发端于对热力学的微观诠释，而如今统计物理方法已在物理学其他方向、化学、生物学、经济学和社会科学等诸多领域和不同层次发挥着重要作用^[2]。

系统是自然界和人类社会中一切事物存在的基本方式，各种各样的系统组成了我们所处的世界。一个系统由相互关联和相互作用的多个元素（或子系统）所组成，具有特定功能。现代科学在从基本粒子到宇宙的不同时空尺度上研究各类具体系统的结构与功能关系，逐渐形成了自然科学与社会科学的各门具体科学^[1]。尽管如此，不同时空尺度之间的关系和过渡更体现了我们这个世界的复杂性。鉴于此，复杂系统的研究业已成为 21 世纪科学研究的中心。正如著名物理学家史蒂芬·霍金在世纪之交时所预言的：“21 世纪将是复杂性的世纪。”21 世纪开始的若干年来，世界科学的发展越来越证实了这个预言。

尽管物理学家是最早、最彻底进入复杂系统研究的一群人，但显然他们对复杂系统研究有着更高、更广泛的诉求。诸多学科及其理解大尺度跨越的需要直接催生了一门目前看起来最交叉的学科——系统科学^{[1,3]*}。过去几百年间，各门不同学科针对客观世界不同时空尺度范围的具体对象进行了大量关于结构与功能关系的研究，用各自学科的基本概念和专门术语积累了丰富知识，使得不同系统之间相互借鉴甚至从中提取共性的系统规律成为可能，也促进了一般系统论^[6]、协同学^[7,8]、耗散结构论^[9,10]、突变理论^[11]、超循环论^[12]、混沌理论^[5]、控制论^[13]、复杂适应系统^[14]、复杂巨系统的综合集成方法^[1]等理论体系的发展。

系统科学的研究对象是“系统”自身，其目的是探索各类系统的结构、环境与功能的普适关系以及演化与调控的一般规律。因为系统具有多层次性，所以如何阐述在每一个层次的一般规律及其层次之间的过渡规律是系统科学作为一门学科的重要使命，而后者是系统科学最重要的任务^[15]。在每一个层次当中，人们都会或

* 全书参考文献扫描封底二维码。

已经建立起相应的学科来做非常详尽具体的阐述，而层次之间的过渡作为一个极其重要的课题则是这些学科的软肋。从这一点来看，系统科学既不同于物理学、生物学等具体的自然科学学科，又不同于数学这样可以完全抽象的纯粹方法论，而是具有鲜活的自然科学学科背景和诠释方法论生动图景的、介于这些层次之间的科学与方法论学科。

系统科学的核心是**系统论**。在历史上，物理学传统的**还原论**思想尽管已经做出了重要贡献，但复杂系统问题的分析与理解不能只停留在还原论层面上。与还原论相对应的是**整体论**，即需要将复杂系统作为一个整体来加以研究。但是，整体论的使用应以还原论的结果为基础才不至于空洞。因此我们需要注意的是，整体论绝不意味着还原论的无用。一个典型的案例就是近年来复杂网络理论的发展^[16-22]。按照复杂网络的观点，任何一个复杂系统都可以看成是大量个体通过相互作用组成的一个整体，进一步的抽象可以将相互作用简化为拓扑连边，一个系统就可以由个体抽象成的点和由相互作用抽象成的边组成。这正是还原论的威力，它将一个原本纠缠不清的系统以网络的形式清晰展示出来，而还原论还进一步揭示了网络中点元素的基本结构，例如，原子、分子乃至基本粒子结构、神经元结构、基因、蛋白质结构等，单元间相互作用如原子、分子之间的相互作用形式也是靠还原论来给出。因此，还原论是整体论的基础，没有还原论的整体论就是空中楼阁、无本之木。还原论仍将继续是推动人类文明进步的基石。鉴于此，对复杂世界正确的认识应当是整体与还原的有机结合，系统论由此应运而生，它“是还原论与整体论的辩证统一”（钱学森语）。正是这种统一，使系统论超越还原论成为可能。这就需要一方面整体指导下的还原与还原基础上的综合相结合，具体体现为“自上而下”与“自下而上”相结合；另一方面机制分析与功能模拟相结合，系统认知与系统调控相结合。

系统的结构与环境共同决定了系统的功能，在系统环境和物理、信息等系统结构的作用下，系统会出现时间与空间的演化，不同时空尺度和层次结构一般对应不同的模式和功能。系统的功能一般不能还原为其不同组分自身功能的简单相加，这种 $1+1$ 不等于 2 的结果称为**涌现 (emergence)**。简言之，系统功能是系统结构与动力学相结合的涌现。功能的一种直接表现就是集体动力学，它是复杂系统的简单呈现形式。

本书的主题是复杂系统的动力学行为。复杂系统在不同层次上的集体行为无处不在，从一个到另一个层面的过渡形式就是以群体行为为表现形式的涌现行为。复杂系统的行为特别是集体行为实际上是一个老问题，人们对复杂系统的研究已经有很长历史。

复杂系统涌现会表现出一些典型的时间与空间行为，它包括整体简单且平庸的如随时间不变的行为和在空间均匀或简单分布的结构、整体简单且非平庸的如随时间周期变化的行为、在空间周期往复的结构或整体复杂的如随时间变化混乱

或随机的行为,空间分布呈现混乱的结构等。在诸多的这些涌现行为中,时间的整体非平衡动态行为在很多情况下是非平庸且可分析的系统行为,其中最简单的动态就是周期振荡,而最简单的协同行为就是同步^[15]。本书的原则是复杂系统行为的可分析性与可操作性。因而,振荡与同步正是本书的重点。

复杂系统集体行为的出现意味着有序的涌现,在状态空间意味着系统自由度和维度的降低,而对于状态变量而言则意味着可以用更少的状态变量来对集体行为加以描述。例如,在物理上,一个哈密顿力学系统从不可积到可积性的转变意味着越来越多运动积分或守恒量的产生,以此作为约束将运动限制在越来越低维的空间中。再比如,热力学系统相变的发生往往意味着对称破缺的产生和序参量的出现^[23-25]。本书重点研究耦合振子系统的同步行为,我们会看到类似的涌现行为,即耦合振荡的系统会发生从部分同步到完全同步的转变。这些有序行为的出现都意味着高维复杂系统动态行为的低维化,因而从理论上来说通过各种方法和手段对原有的高维(大自由度)系统进行有效降维(投影、约化)是研究复杂系统最重要的任务之一。复杂系统可降维性或近似可降维性常见的有以下几种情形:

(1) 系统的对称性。例如,哈密顿系统的对称性带来了不变积分(守恒量),与此同时,系统出现低维动力学。在流体力学中存在的碰撞不变量如能量、动量、角动量、粒子数等导致了以 Navier-Stokes 方程为代表的流体力学方程^[26]。再比如,我们在本书将讨论的耦合相振子系统对称性将会带来以数学上的 Möbius 变换为原型的 Watanabe-Strogatz (WS) 变换,可以将原有的 N 振子方程精确约化到三维方程。

(2) 时间/空间尺度的分离以及快慢变量的出现。例如,守恒量或不变量的存在(或近似守恒)导致慢变量的出现;当我们改变系统的参量使得系统到达某个即将发生转变的临界点时,系统中的少数模式会处于临界稳定到不稳定的转变点,这些模式会成长为慢模,相比于均为快模的其他模式,这些慢模将会对系统的转变起着主导和支配的作用,这就是著名物理学家 Haken 提出的支配原理^[7,8]。再比如,在布朗运动中,由于布朗粒子的运动弛豫时间远长于周围热源粒子的碰撞弛豫时间,因此物理学家 Langevin 写下了集确定性运动(慢模)和随机噪声(快模)于一身的随机微分方程(后人称为 Langevin 方程),为布朗运动及其相关的物理、化学、生物等大量具有随机特征的现象研究提供了重要理论出发点^[27,28]。

数学家和物理学家发明了一整套的方法和工具来处理上述的可降维问题。例如,对称性就导致了变换不变性,科学家们建立了不变变换理论、不变群、不变流形和子空间理论。由于对称性多种多样,因而寻找系统的各种对称性和不变流形就成为很重要的任务。物理学家很早就利用数学变换即采用不同坐标系来处理多体问题。以简谐链的集体振动问题为例,从每一个原子来看,它都与其他原子具有相互作用,单独了解其运动似乎并不简单。但如果引入集体坐标,则从集体模式空间

来看,系统的运动由一个个相对独立的集体模(称为简正模式)所组成,每一个简正模式都是所有原子参与集体运动的结果,而一般运动由这些集体模式叠加而成。物理上经常把这些集体模式称为准粒子。量子力学中的表象理论就是为处理多体和复杂问题而生的方法。

另外一个典型的例子就是同步问题。对于具有大量耦合振子的系统来说,每一个振子与其他振子都有相互作用,在耦合强度较大的时候,单个振子的动力学是无法直接剥离出来的。但如果采用另一套集体坐标,即引入各阶序参量,则可以发现在序参量空间中存在一个低维不变子空间即同步流形空间,WS变换是一种对某些系统找到该空间的精确方法,而Ott-Antonsen(OA)拟设则是一种对更多系统来说实用而近似很好的方法,通过这个方法可以将问题从原来 N 个振子的高维空间降维到二维序参量空间。因此,本书所涉及的同步和部分同步、OA流形理论、序参量理论、中心流形定理、支配原理及其作为具体应用的绝热消去和时间平均法都是处理复杂系统集体行为有力的方法和工具。约化是统计物理的重要组成部分,它可将感兴趣的系统从整体中剥离出来,投影算符理论经过多年的发展已成为重要的约化手段^[26,28]。

本书所讨论的内容集中于与复杂系统特别是耦合非线性系统涌现行为有关的最近几十年来的进展。相比于早期非线性动力学聚焦于少自由度系统的解剖麻雀式的分析,对大自由度非线性系统的动力学研究是非线性科学发展到一定阶段的必然要求。20世纪70年代以来,人们对于少自由度非线性系统的混沌动力学和复杂行为研究已经很深入,在大多数方面已经较为清楚,因而对大自由度系统的研究就显得尤为必要。计算机技术近年来飞速发展,超级计算机的计算和交互速度为高维复杂系统的行为研究提供了客观条件。人们关于复杂系统的集体和涌现行为研究取得了突破性进展,揭示了一系列与直观印象看似矛盾的现象。本书将介绍复杂系统一些典型的集体涌现行为,包括同步、集体振荡、时空随机共振、时空斑图与非线性波、集体定向输运和低维热导等。

本书分为七个章节,并根据内容分为上、下两册。上册为第1-4章。集中讨论复杂系统的同步动力学,下册包括第5-7章,将集中研究在噪声作用下复杂系统的涌现动力学。具体地,本书做如下安排。

第1章作为基础,我们介绍非线性动力系统的基本知识,如动力系统理论及稳定性、分岔、哈密顿系统与耗散系统的混沌等。复杂系统的另一面是统计,因此本章还介绍动力学与统计的关系、复杂系统的随机动力学刻画等。这些知识是后面许多讨论的准备,也可以单独作为了解非线性动力学知识的学习内容。

第2章到第4章利用三章的篇幅集中研究复杂系统的同步涌现动力学。同步是复杂系统基本和典型的涌现行为,对其做细致的分析也很自然。第2章先系统介绍相互作用极限环振子的同步问题。这一问题的讨论既可以从微观的相互作用

振子同步进程来刻画,也可以采用统计物理学的约化方法。本章通过微观同步动力学的讨论展示复杂系统从部分同步到整体同步的进程,为统计物理和宏观刻画同步提供了理论基础。在统计物理和宏观刻画方面, Kuramoto 早期的自洽方程方法及其近期的 OA 拟设和 WS 变换、系综序参量等方法是有力的手段,本书将做详尽介绍。有了序参量理论,近年来得到密切关注的发生于非局域耦合振子系统的奇异态等问题就可以得到比较好的理论分析和理解。相信这一部分的讨论对有关的研究者具有一定的借鉴作用。

第 3 章集中讨论耦合混沌振子的同步。相比于耦合极限环振子系统,混沌系统的同步有着更为丰富、复杂的内容。该问题的研究兴起于 20 世纪 90 年代初,早期对混沌系统同步问题的研究与混沌运动的控制和应用问题密切相关,但之后人们聚焦于混沌同步作为一类基本物理现象来开展系统研究,发现了更为丰富的内容,包括完全同步、广义同步、相同步、滞后同步、测度同步等不同类型的混沌同步。这些在本章都将有较为详细的论述。更为复杂的耦合时空非线性系统的同步问题也是本章阐述的内容。

1998 年开始的复杂网络理论研究指出了相互作用拓扑结构的重要性,它对网络上的动力学涌现也有着巨大影响。为此,在第 4 章中,集中对复杂网络上的同步动力学进行探讨,阐述同步动力学与复杂网络结构关系的问题。首先简要地对复杂网络的结构与统计描述、基本网络模型及其特征等网络拓扑理论进行讨论,并介绍复杂网络同步分析的主稳定函数方法及其在小世界网络和无标度网络等典型网络上同步的应用。网络拓扑的对称特征会导致部分同步,我们还将发展部分同步的主稳定函数理论,并将其应用于多层网络的同步。网络相振子的同步有一些比较独特的行为,如多集团/单集团同步、爆炸式同步等。单集团同步可以大大优化相振子网络的同步性,本章将对这种机制进行深入探讨。爆炸式同步的分析可以借助于星形网络相振子的同步分析来加以理解,而星形网络相振子系统可以用序参量动力学精确地讨论。

噪声对复杂系统涌现行为的影响是一个很重要的问题。噪声的介入影响着物质、能量与信息在系统内部、空间的传输与转移,我们在本书下部的第 5-7 章集中从几个不同角度对其进行阐述。第 5 章将主要探讨时空非线性系统的随机共振、相干共振、集体振荡、非线性波等问题。噪声对时空系统的合作行为有重要的作用。通常噪声对有序会产生破坏作用,因此系统有序和无序的竞争会表现出复杂的行为。值得注意的是,随机力并不总是起着消极的作用,在非线性系统的分岔点附近,通过非线性与随机力的作用,无序的能量可能会转化为有序的动力,从而促进系统新序的建立。近年来讨论的噪声诱导相变、随机共振、相干共振、分子马达运动等就是典型的噪声对非线性系统行为起着正面作用的例子。可激发介质由于单元的可激发性而表现出很多与众不同的行为,如非线性波的传播和集体振荡问题。

噪声在波的传播与时空斑图形成中会起重要作用。非振荡单元在一定网络耦合下会自发出现集体振荡,它密切联系着可激发网络和基因调控网络等与生物系统相关的背景,因而也是本章研究的重点。

第 6 章和第 7 章集中讨论复杂系统在空间的非平衡输运问题。输运过程一直是统计物理中最基本的研究课题之一,时空系统的集体输运行为则是一个非常有意义的问题。对非线性动力学与非平衡输运关系的研究近几十年一直受到物理学家的密切关注。这涉及时空尺度竞争、非线性和涨落/噪声等几个重要因素,这些因素的相互影响会导致复杂系统很多新奇的涌现行为。在第 6 章中,以 Frenkel-Kontorova(FK) 模型为典型描写时空尺度竞争的系统,研究其在无噪声情况下的集体动力学行为。尺度竞争是时空非线性系统很多行为的重要机制,尺度竞争有两种不同的类型:时间域的频率竞争和空间域的波矢竞争,由此导致一系列非线性时间、空间结构调制与相干现象及复杂的输运行为。本章从 FK 系统的基态研究出发,讨论有关基态的一系列概念及其 Aubry 公度-非公度相变。FK 系统在各种驱动下的动力学近年来被广泛结合晶体位错、电荷密度波、纳米表面摩擦学、Josephson 结阵列和阶梯的电压-电流特性等具体问题开展研究,本章为此将对 FK 链的时空动力学现象进行详尽探讨,这些结果具有一般性和代表性。同时,本章的一些讨论也为第 7 章做良好的铺垫和准备。

第 7 章集中以 FK 模型及其相关的耦合链作为基本模型研究复杂系统在噪声或涨落环境下的集体非平衡定向输运和低维体系热导及调控问题。近年来对分子马达(棘轮)问题的探讨受到生物、物理、化学等各领域的关注。这种物质输运现象与分子马达生化过程、能量转化与利用、肌肉组织收缩、营养物质输运、蛋白质合成等生物细胞内的输运过程有着密切的关系。其基本思想还被应用到颗粒与软物质的分离技术、光学分子马达等当中。本章着重从物理的角度对复杂系统定向输运进行讨论。阐述复杂系统各种时空对称破缺所导致的棘轮效应,这是本章的第一个主题。另外一个主题是能量的定向输运即热传导问题,它是典型的非平衡统计热力学问题。近年来人们发现,低维体系的热导率不仅与材料性质有关,而且还可能是系统尺寸的函数,这种反常的热导率现象引起了人们的极大兴趣。另一方面,低维和纳米材料的热输运调控为热的应用开辟了蹊径。我们将对低维的热传导行为及其调控进行系统阐述,试图从微观动力学角度对宏观热传导的机制及其应用进行探讨。热传导微观机制的研究也为实现能量输运与热传导过程的调控提供了必要的理论基础。以 2002 年 Terraneo 等通过引入缺陷成功控制热流而开辟热输运调控的新方向为起点,人们提出了热二极管、热三极管、热逻辑门等热调控器件的基本机制,并已在实验研究方面取得了进展。热流棘轮效应则与物质输运的棘轮效应很好对应又有所不同,在本章也将做详细的讨论。

总之,本书以复杂系统的涌现动力学为主线,对其在各方面的不同表现展开阐

述。这样做很重要的动机是试图将各个不同领域和方向关于复杂系统的涌现行为的研究串联起来,使得读者对该领域有一个较为全面的了解。本书不拟对复杂系统的涌现动力学更为普适和一般的规律及其理论体系化,一方面复杂系统的复杂性很重要的表现就在于其涌现行为的多面性,就像一头大象,它是由头、身体和四肢等具有不同功能的不同部分构成,只谈任何一个部分都有偏颇。目前的科学家相比盲人而言还是要强得多,一方面科学家可以将“大象”的各个组成部分通过还原论剖析清楚,连盲人摸不到的内脏和组织都可以研究清楚;另一方面对于“活体”大象这些不同组成的部分如何协同工作已经掌握大量信息,就如同本书所展示的涌现动力学方方面面一样,而更多的普适性及其相互关系乃至完全从科学上克隆和重构“活体”复杂系统的努力还在路上。这也是前言开篇第一句话试图传递的信息。

本书部分内容基于 2004 年作者的专著《耦合非线性系统的时空动力学与合作行为》^[15],但该书出版后很快售罄,很多同行作为课题组研究生的入门书购入,人手一本,而之后更多的同行已经买不到此书。考虑到该领域仍然是研究的热点,且近十几年已有飞跃式的新发展,作者深感有必要再次就本人对该领域的理解写成专著与同行交流。应科学出版社之邀,作者在原书基础上对内容进行了大规模调整和补充,并增加了大量最新的研究成果。客观来说,本书花费了三年时间,其工作量等同于出版一本新书。尽管如此,作者还是怀着惶恐之心,真诚接受该领域内外专家和读者的鼓励和批评。

本书的完成离不开作者多年来的科研与教学工作及其与诸多同事、研究生的讨论合作。首先感谢我的导师胡岗教授和北京师范大学统计物理学科,我自 1992 年攻读硕士研究生开始就系统学习了非平衡统计物理,并研读系统科学相关文章和书籍,这些已经成为我学术血管中流淌的血液。我与胡先生在非线性动力学与统计物理学方面 20 多年的密切合作使得我们共同完成了一批该方面的研究工作,共同撰写了两部专著,也积淀了我们的珍贵友谊。感谢北京师范大学 20 多年间所有的师兄、师姐、师弟和师妹,感谢我在北京师范大学课题组时所有的研究生和博士后,我 2000 年之后大量的研究成果都是课题组师生相互合作或讨论的结果,其中相当部分的内容来自于他们的博士甚至硕士学位论文。正是多年来的不断合作,教学相长,才使得本书的一些科研成果逐渐沉淀成可以写入教科书的内容。

感谢早期学术之路上无私提携我的杨展如教授,他的积极推荐使我在博士毕业的前一年就有机会以博士后身份赴香港浸会大学独立开展研究。感谢已故的休斯敦大学教授、香港浸会大学物理系前系主任、非线性研究中心主任胡斑比先生,自 1996 年开始多次访问香港,胡斑比先生无私地支持我开展工作,容忍我早期作为一个学术毛头小伙探索的弯路,并在 2002 年积极推荐我获得 Croucher Fellow。胡斑比先生 2015 年底的猝然离世令我黯然神伤,感叹没有珍惜最后的几年多见见

面。感谢在香港浸会大学非线性研究中心期间汤雷翰、李保文、赵鸿、刘杰、周济林、周昌松、刘宗华、杨磊等各位挚友的长期学术支持与合作，我们的友谊日久弥深。感谢加州理工学院 Michael Cross 教授的邀请，在阳光明媚的帕萨迪纳访问合作的一年以及之后他访问北京的半年非常愉快并有收获。感谢新加坡国立大学 Choi-Heng Lai 教授邀请访问非线性研究中心。

感谢郝柏林院士 1992 年非线性科学暑期学校对我的启蒙。2018 年 3 月上旬，正值春回大地之际，惊悉郝先生突然辞世，心中无限怀念。20 多年中多次聆听先生教诲，受益匪浅。感谢郑伟谋、刘寄星教授在我学术初创时期的大力帮助、建设和支持，感谢“973”计划（国家重点基础研究发展计划）“非线性科学中的若干前沿问题”项目首席科学家孙义燧院士和王炜教授近十年的学术支持，感谢陈式刚、于禄、葛墨林、欧阳钟灿、龙桂鲁、孙昌璞、欧阳颀、胡进锷、汪秉宏、何大初、来颖诚、方锦清、陈关荣等教授的学术支持和研讨。还有众多的前辈与朋友，可以写出一个长长的名单，恕不能一一列出，在此一并致谢。感谢北京师范大学物理系和系统科学学院的前辈同事。

感谢多年来科技部、国家自然科学基金委员会、教育部、北京师范大学、华侨大学等多方科研项目的支持，感谢华侨大学信息科学与工程学院领导和同事的支持、鼓励，以及华侨大学人事处、科研处等在我初期开展工作的积极协调。作者 2015 年底加盟华侨大学以来成立了非平衡与复杂系统研究团队和系统科学研究所，感谢团队和研究所的所有同事的学术讨论。感谢福建省政府、泉州市政府和厦门市政府在福建省“百人计划”“闽江学者计划”“桐江学者计划”、高层次领军人才计划、重点人才、科技计划项目等方面的支持。

感谢科学出版社刘凤娟编辑、钱俊编辑和已离开科学出版社的鲁永芳编辑，本书的相关资助申报、书稿撰写和修改过程都得益于他们的大力帮助。

感谢所有的亲人在过去岁月里的支持、相伴和给予我的真挚的爱。虽然世事变迁，我却一如既往地钟爱于我的研究。本书献给我的亲人们。

作 者

2018 年 1 月 16 日于厦门集美杏林湖畔

目 录

(上 册)

丛书序

前言

第 1 章 复杂性: 从简单开始	1
1.1 非线性动力学系统与分岔	2
1.1.1 动力学系统	2
1.1.2 稳定性与线性稳定性分析	4
1.1.3 分岔	8
1.2 低维耗散系统的混沌动力学	13
1.2.1 混沌与蝴蝶效应	13
1.2.2 混沌行为的刻画	16
1.2.3 Lyapunov 指数	18
1.3 哈密顿系统的混沌动力学	23
1.3.1 概述	23
1.3.2 可积系统与不变环面	25
1.3.3 近可积系统与小分母问题	28
1.3.4 KAM 定理与 Poincaré-Birkhoff 定理	31
1.3.5 非线性共振与混沌运动	34
1.4 混沌的涌现: 通向混沌的道路	40
1.4.1 Feigenbaum 道路: 从倍周期分岔到混沌	40
1.4.2 Pomeau-Manneville 道路: 从阵发到混沌	42
1.4.3 Ruelle-Takens 道路: 从准周期到混沌	43
1.4.4 混沌内部的变化: 危机	49
1.5 混沌动力学的统计描述	49
1.5.1 动力学回归性与遍历性	50
1.5.2 动力学不可逆: 混合性	52
1.5.3 动力学不稳定: Kolmogorov 系统	55
1.5.4 动力学双曲性: Anosov 系统	57
1.6 随机运动的统计物理学	60

1.6.1	从布朗运动谈起	60
1.6.2	随机力与 Langevin 方程	64
1.6.3	Fokker-Planck 方程	66
1.6.4	Fokker-Planck 方程的定态解	69
1.6.5	Fokker-Planck 方程的非定态解	70
1.7	几个典型非线性系统随机问题	72
1.7.1	随机力作用下的状态跃迁与逃逸	72
1.7.2	周期势场中的布朗运动	80
1.7.3	乘着噪声的翅膀: 随机共振	84
1.7.4	复杂系统的反常扩散	92
第 2 章	从 Huygens 到 Kuramoto: 同步的相变动力学	95
2.1	概述: 从生物节律到同步	95
2.1.1	生生不息的生物节律	95
2.1.2	生物钟的分子与基因机制研究	97
2.1.3	节律的协同: 从萤火虫同步闪动谈起	102
2.1.4	同步相变与自组织	104
2.2	耦合周期振子的同步: 微观动力学	108
2.2.1	两个极限环振子的锁相行为	108
2.2.2	耦合相振子链的同步分岔树和集团化	110
2.2.3	同步开关阵发与量子化相移	113
2.2.4	同步与吸引子维数塌缩	117
2.3	Kuramoto 模型: 同步自发形成的可解情形	122
2.3.1	从 Winfree 模型到 Kuramoto 模型	122
2.3.2	Kuramoto 自洽方法与同步涌现	125
2.3.3	惯性效应: 二阶 Kuramoto 模型	130
2.3.4	阻挫效应: Ruelle-Takens 道路的再认识	133
2.3.5	时滞效应	137
2.3.6	频率权重效应	139
2.3.7	振幅效应	145
2.4	耦合振子系统的统计与序参量动力学	150
2.4.1	复杂系统自组织的支配原理	151
2.4.2	宏观描述与序参量方程	154
2.4.3	Ott-Antonsen 拟设	157
2.4.4	Watanabe-Strogatz 方法	160
2.4.5	从 WS 变换到 OA 拟设	163

2.5	有序-无序的共处: 有趣的奇异态	165
2.5.1	引言	165
2.5.2	Kuramoto-Battogtokh 自洽方法	167
2.5.3	Ott-Antonsen 降维方法	169
2.5.4	形形色色的奇异态	173
第 3 章	混沌系统的同步动力学	177
3.1	两个相互作用系统的同步	179
3.1.1	替代信号驱动混沌同步	179
3.1.2	反馈驱动混沌同步	181
3.1.3	相互耦合混沌系统的完全同步	182
3.2	多耦合混沌振子系统的完全同步	184
3.2.1	混沌同步态的稳定性分析	184
3.2.2	短波长分岔与尺寸不稳定性	187
3.2.3	单向耦合混沌振子环的快波分岔	189
3.2.4	混沌同步态稳定性的本征值分析	190
3.3	广义混沌同步	196
3.3.1	广义混沌同步的稳定性及判定	197
3.3.2	广义混沌同步函数关系的连续性和可微性	198
3.3.3	广义同步中不稳定周期轨道的作用	200
3.4	混沌相同步	203
3.4.1	混沌振子的相位	204
3.4.2	驱动混沌振子的相同步	209
3.4.3	两个耦合振子系统的相同步	215
3.4.4	耦合混沌振子链的相同步	222
3.4.5	非局域相同步	226
3.4.6	相同步的加强效应	230
3.4.7	耦合相同混沌振子的相位有序现象	233
3.4.8	相同步与广义同步的关系	236
3.5	其他形式的混沌同步	239
3.5.1	滞后同步	239
3.5.2	测度同步	243
3.6	耦合时空混沌系统的同步	244
3.6.1	一维复 Ginzburg-Landau 方程	244
3.6.2	耦合相同 CGLE 的时空混沌同步	246
3.6.3	耦合不相同 CGLE 的同步	249