高级中学课本

数学

高中三年级

（试用本）

上海教育出版社

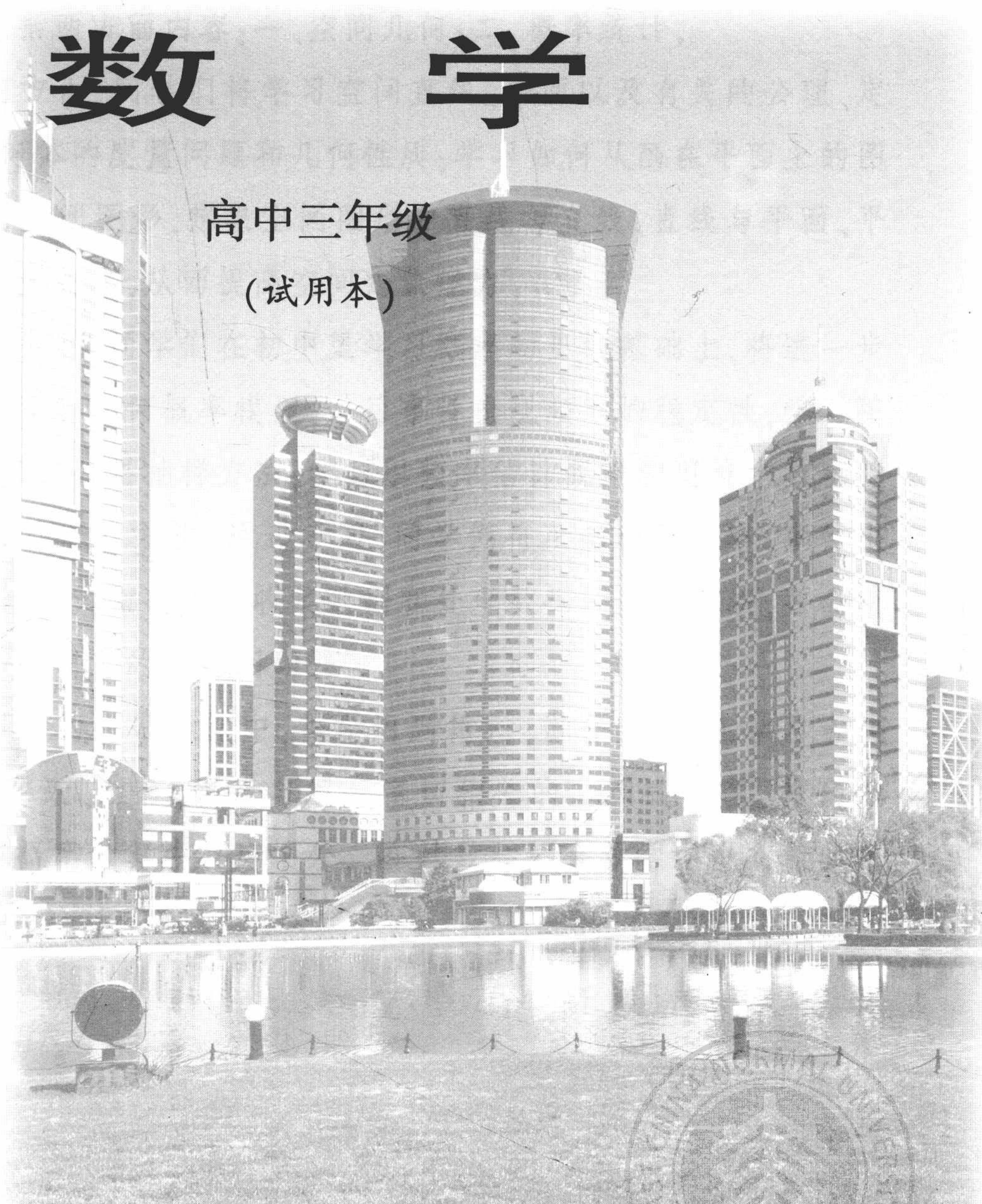
MATHEMATICS

高级中学课本

数 学

高中三年级

（试用本）



上海教育出版社

编者的话

本册教材包括两方面内容：一、空间几何；二、概率统计．

在空间几何方面，同学们将学习空间直线、平面以及有关的公理、定理；讨论简单几何体的度量问题和几何性质；学习如何从画在平面上的图想象它所表示的空间图形，想象空间图形中直线与直线、直线与平面、平面与平面间的位置关系，从而提高空间想象能力．

在概率统计方面，同学们在初中里学习概率初步的基础上，将进一步学习古典概率模型和几何概率模型，学习事件出现频率的稳定性；学习随机抽样、系统抽样和分层抽样方法；学习用频率估计概率和用样本数字特征估计总体数字特征的方法．通过学习，同学们将正确理解概率、事件出现频率和抽样等概念，懂得如何收集数据和处理数据的基本方法，并会用这些知识解决一些简单的实际问题．

在等可能事件的概率计算中，需要用到排列、组合，因此在学习古典概型前，先学习排列、组合，以及与组合密切相关的二项式定理．排列组合等内容除了在概率计算中有应用外，在计数和组合数学中也有着非常广泛的应用．

编者

2008年4月

目　录 CONTENTS

高中三年级第一学期

高中三年级第二学期

第14章 空间直线与平面

Lines and Planes in Space

前不见古人，后不见来者，念天地之悠悠，独怆然而涕下.

这是诗人陈子昂的名句，是对时间和空间的文学描述.在诗人的意境中，时间可比喻为以“现在”为原点，向“前”、“后”无限延伸的一条直线.天是平面，地是平面，人类生活在这悠远而空旷的时空里，不禁感慨万千.这是古人对时间和空间的认识.

本章研究空间中平面与平面、直线与直线、直线与平面的位置关系.这是处理空间问题，形成空间想象能力的基础.

14.1 平面及其基本性质

Planes and Their Basic Properties

光滑的桌面、平静的湖面都是我们生活中熟悉的平面形象. 数学中的平面概念是现实中平面形象抽象的结果,它具有像桌面和湖面的表面那样“平”的特征, 无厚度,无边界, 在空间延伸至无限.

平面可以用一个大写的英文字母或小写的希腊字母表示,如平面 M、平面 N 或平面 α、平面 β,也可以用平面上的三个(或三个以上)点的字母表示. 例如在图 14—1 的长方体中,涂红色的面所在的平面可用“平面 $ABCD$”表示.

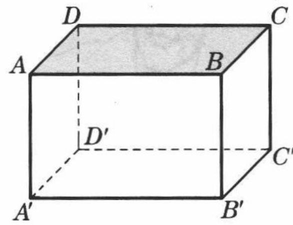
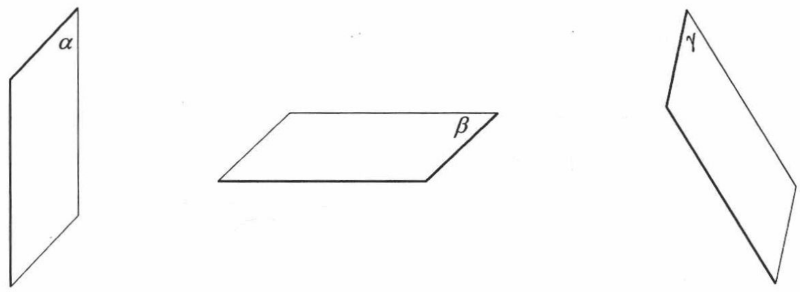


图 14—1

“平面没有厚度”,“点没有大小”和“直线没有粗细”,“平面与直线是无限的图形”,这些都是数学上的抽象.

平面是无边界的,要在纸上画出它时,通常只画出它的一个局部,按透视的原理,我们一般把这个局部画成一个平行四边形,如图 14—2 所示.



垂直放置的平面 α　　水平放置的平面 β　　斜放的平面 γ

图 14—2

观察图 14—1,研究图中的六个矩形的面的画法.

空间的直线和平面都可看作点的集合,点与它们的关系可用集合的语言表示,例如:

点 A 在直线 l 上,或直线 l 经过点 A,记作 $A\in l$;点 B 不在直线 l 上,记作 $B\notin l$(图 14—3).

点 A 在平面 α 上,或平面 α 经过点 A,记作 $A\in\alpha$;点 B 不在平面 α 上,记作 $B\notin\alpha$(图 14—4).

我们把平面 α 看作是点的集合.“点 A 在平面 α 上”意味着点 A 是这个集合中的元素;而“点 B 不在平面 α 上”意味着点 B 不是这个集合中的元素.

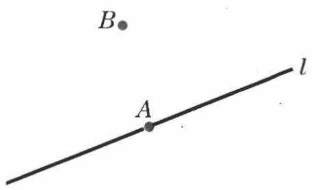


图 14—3

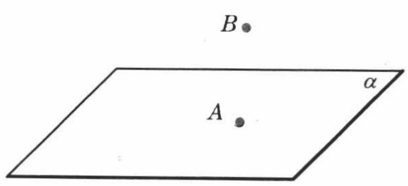


图 14—4

如果直线 l 上的所有点都在平面 α 上,那么称直线 l 在平

面 α 上(或平面 α 经过直线 l),记作 $l \subsetneqq \alpha$(图 14—5).

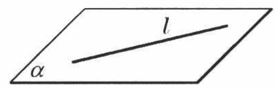


图 14—5

人们在长期的观察和检验中发现:

公理 1　如果直线 l 上有两个点在平面 α 上,那么直线 l 在平面 α 上.

公理 1 可用集合语言表述如下:

若 $A \in l, B \in l$,且 $A \in \alpha, B \in \alpha$,则 $l \subsetneqq \alpha$.

公理 1 告诉我们,假如要证明直线 l 在平面 α 上,不必验证直线 l 上的所有点在平面 α 上,只需验证直线 l 上有两个点在平面 α 上,就可保证直线 l 在平面 α 上.

例 1　已知 $A \in \alpha, B \in \alpha, M$ 是线段 AB 的中点,求证:$M \in \alpha$.

证明　因为 $A \in \alpha, B \in \alpha$,由公理 1 知,直线 $AB \subsetneqq \alpha$,而 $M \in AB$,所以 $M \in \alpha$.

如果直线 l 与平面 α 只有一个公共点 A,那么称**直线 l 与平面 α 相交于点 A**,或称 A 是直线 l 与平面 α 的交点,记作 $l \cap \alpha = A$(图 14—6(1));如果直线 l 与平面 α 没有公共点,那么称**直线 l 与平面 α 平行**,记作 $l \cap \alpha = \varnothing$ 或 $l /\!/ \alpha$(图 14—6(2)).

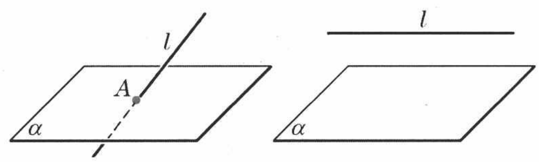


图 14—6

数学家简介

苏步青(1902–2003) 数学家,中国科学院院士,复旦大学教授.他在射影曲线和曲面、极小曲面和闭拉普拉斯序列等方面的研究成果,受到国际上的高度评价.上世纪70年代,他在中国开创了计算几何学.

1989年苏步青在"给10位中学生的复信"中说:"一个人的能力有大小,活着就是要为人类作出贡献."

容易验证公理 1 的正确性.例如将直尺一边的两个端点 A、B 放在一个平的桌面上,可以看到直尺的整条边与桌面是紧贴在一起的,即直尺边所在直线 l 在桌面所在平面上.

练习　14.1(1)

1. 用集合的语言表述下列语句,并画图表示:

(1) 点 A 在平面 α 上;

(2) 点 B 不在平面 β 上;

(3) 平面 α 经过直线 AC;

(4) 直线 BC 与平面 α 相交于点 C;

(5) 直线 BD 平行于平面 β.

2. 已知点 A、B、C 在平面 α 上.证明:$\triangle ABC$ 的三条边所在直线都在平面 α 上.

对于空间不同的两个平面 α、β，如果它们有公共点，即 $\alpha\cap\beta\neq\varnothing$，那么称**平面 α 与平面 β 相交**.

公理 2 如果不同的两个平面 α、β 有一个公共点 A，那么 α、β 的交集是过点 A 的直线 l(图 14—7).

公理 2 可用集合语言表述如下：

对于不同的两个平面 α、β，若存在 $A\in\alpha\cap\beta$，则 $\alpha\cap\beta=l$，其中 l 是直线，且 $A\in l$.

由公理 2 可推得，如果验证了不同的两个平面 α 与 β 有两个公共点 A、B，那么平面 α 与平面 β 的交集为直线 AB.

公理 2 所表述的事实在日常生活中随处可见. 在教室这个有限的空间里，观察墙面、地面、天花板等平面形象，如果它们是相交的，那么交线必定是一条直线在这有限空间里的一部分(线段).

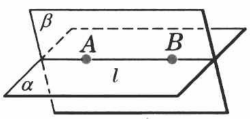


图 14—7

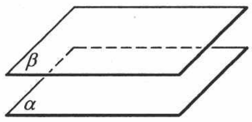


图 14—8

如果两个平面 α 与 β 没有公共点，那么称**平面 α 与平面 β 平行**，记作 $\alpha\cap\beta=\varnothing$ 或 $\alpha/\!/\beta$(图 14—8).

在画两个相交平面或平行平面时，如果图形的一部分被另一部分遮住，那么可把被遮部分画成虚线(图 14—7、图 14—8)，也可以不画被遮部分.

人们经过观察实验后发现，如果平面 α 与平面 β 有三个公共点 A、B、C(A、B、C 不在同一直线上)，那么平面 α 与 β 就完全重合(记作 $\alpha=\beta$).

公理 3 不在同一直线上的三点确定一个平面(这里"确定一个平面"的含义是"有且只有一个平面").

由 A、B 和 C 三个点确定的平面可记作平面 ABC(图 14—9).

当我们停放自行车时，只要将自行车侧旁的撑脚放下，自行车就停稳了. 这是因为自行车的两个轮胎的着地点 A、C 与撑脚的着地点 B 这三个点确定的平面与水平面基本吻合，确保了自行车的稳定.

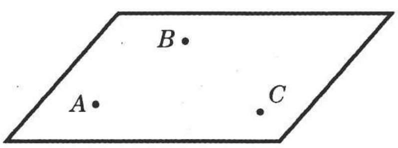
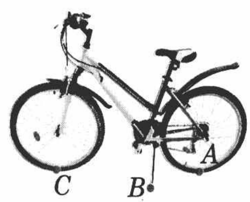


图 14—9



公理 1、公理 2、公理 3 是对平面与直线、平面与平面关系的初始判定，也是进一步推理的基础.

由上述公理可以得到以下推论：

推论 1 一条直线和直线外的一点确定一个平面.

证明 设 A 是直线 l 外的一点，在直线 l 上任取 B 和 C 两点(图 14—10)，由公理 3 可知 A、B 和 C 三点能确定平面 α. 又因为点 B、$C\in\alpha$，所以由公理 1 可知 B、C 所在的直线 $l\subsetneq\alpha$，即平面 α 是由直线 l 和点 A 确定的平面.

可把房门所在平面看作是一个固定在门轴上的、可转动的平面，当把门上(不在门轴上)的任何一个点固定，例如把门锁锁上时，门就固定了.

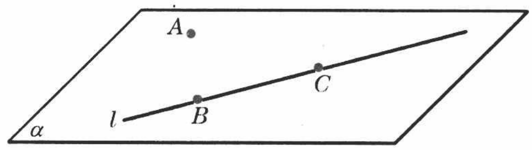


图 14—10

推论 2　两条相交的直线确定一个平面.

推论 3　两条平行的直线确定一个平面.

例 2　已知直线 l_1、l_2 和 l_3 两两相交，且三线不共点，求证：直线 l_1、l_2 和 l_3 在同一平面上.

证明　因为直线 l_1、l_2 和 l_3 两两相交，所以设 $l_1 \cap l_2 = A$，$l_2 \cap l_3 = B$，$l_3 \cap l_1 = C$，如图 14—11.

思 考

请举出现实生活中的例子说明推论 1、推论 2 和推论 3 的正确性.

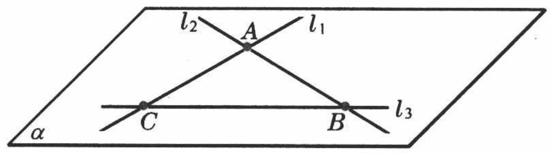


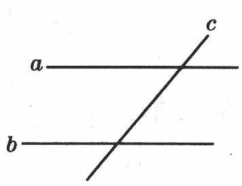
图 14—11

由推论 2 可知，相交的直线 l_1 与 l_2 可确定平面 α，即有 $l_1 \subsetneqq \alpha$，$l_2 \subsetneqq \alpha$. 又因为 $B \in l_2$，$C \in l_1$，所以 B、$C \in \alpha$，且 B、C 不重合. 由公理 1 可知，点 B、C 所在的直线 $l_3 \subsetneqq \alpha$，所以直线 l_1、l_2 和 l_3 都在平面 α 上.

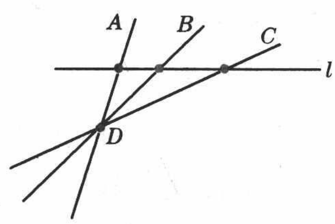
本例为什么限定“三线不共点”？如果没有这个限定，本例的结论成立吗？

练习 14.1(2)

1. 已知 a、b、c 是空间三条直线，且 $a // b$，c 与 a、b 都相交，求证：直线 a、b、c 在同一平面上.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 已知 A、B、C、D 是空间四点，且点 A、B、C 在同一直线 l 上，点 D 不在直线 l 上. 求证：直线 AD、BD、CD 在同一平面上.

3. 证明公理 3 的推论 2.

14.2 空间直线与直线的位置关系

Relationship between Two Lines in Space

为了刻画空间两条直线之间的位置关系，我们先学习公理4和定理1.

公理4 平行于同一直线的两条直线相互平行.

例1 如图14－12，已知P是正方体$ABCD\text{-}A'B'C'D'$的面$ABCD$上的一点．经过点P作棱$A'B'$的平行线，应该怎样作？并说明理由.

解 如图14－12，在平面$ABCD$上，过点P作AB的平行线l．因为在平面$AA'B'B$上，四边形$AA'B'B$是正方形，所以$A'B'/\!/AB$．又因为$l/\!/AB$，所以由公理4知$l/\!/A'B'$.

所以，直线l为所求作的直线.

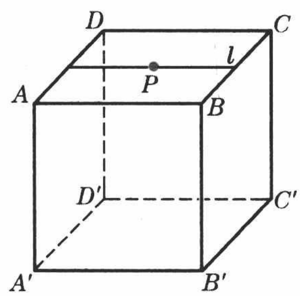


图 14－12

定理1 如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行，那么这两个角相等或互补.

已知：直线a、b相交于点O，直线a'、b'相交于点O'，且$a/\!/a'$，$b/\!/b'$.

求证：a、b所成的锐角（或直角）α与a'、b'所成的锐角（或直角）β相等.

证明 如图14－13，在直线a、b上分别取点P、Q，使$\angle POQ$为锐角（或直角）.

在平行直线a、a'构成的平面上，过点P作OO'的平行线交a'于点P'，由于四边形$OPP'O'$是平行四边形，所以$O'P'=OP$；在平行直线b、b'构成的平面上，过点Q作OO'的平行线交b'于点Q'，同理可得$O'Q'=OQ$．又由于

$$PP'=OO',PP'/\!/OO'$$

和

$$QQ'=OO',QQ'/\!/OO',$$

由等量代换和公理4，得

$$PP'=QQ',PP'/\!/QQ'.$$

所以，四边形$PP'Q'Q$是平行四边形，于是得$PQ=P'Q'$.

公理4告诉我们，平面上平行直线的传递性可以推广到空间.

虽然在小学和初中学习了正方体和长方体的许多空间几何性质，但都未加证明，因此不宜作为推论的依据，在本章中，仅把正方体和长方体的侧面是正方形或矩形作为推理的依据.

由公理4可知，长方体的12条棱所在直线可分成3组平行线.

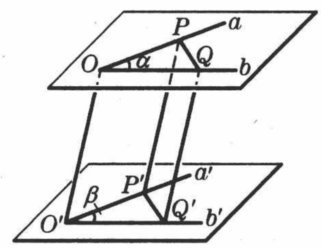


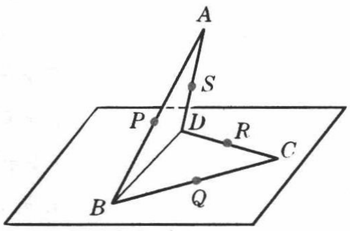
图 14－13

定理1告诉我们，平面上的等角定理可以推广到空间.

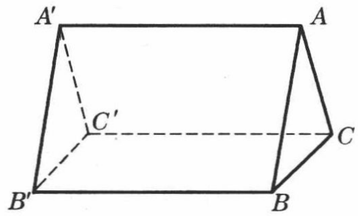
易知$\triangle POQ \cong \triangle P'O'Q'$，所以$\angle POQ = \angle P'O'Q'$，即$\alpha = \beta$. 容易推出$\angle POQ$与$\angle P'O'Q'$的补角、$\angle P'O'Q'$与$\angle POQ$的补角是互补的.

练习 14.2(1)

1. 不在同一平面上的四条线段首尾相接，并且最后一条的尾端与最初一条的首端重合，这样的图形叫做空间四边形，求证：空间四边形 $ABCD$ 的各边中点 P、Q、R、S 在同一平面上.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图，已知 $AA' \underline{\parallel} BB'$，$BB' \underline{\parallel} CC'$，并且 AA'、BB'、CC' 不在同一平面上，求证：$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

空间两条直线的位置关系：

- 共面直线
  - 相交直线
  - 平行直线
- 异面直线

如果空间的两条直线 l_1、l_2 既不平行，也不相交(如图 14－1 的长方体中棱 AD 与 CC' 所在的直线)，这时不可能存在一个平面，使它既经过直线 l_1，又经过直线 l_2. 我们把不能置于同一平面的两条直线 l_1、l_2 叫做异面直线(skew lines).

在作两条异面直线的直观图时，为了使它们有“异面”的视觉效果，有时需要借助于辅助平面来表示(图 14－14).

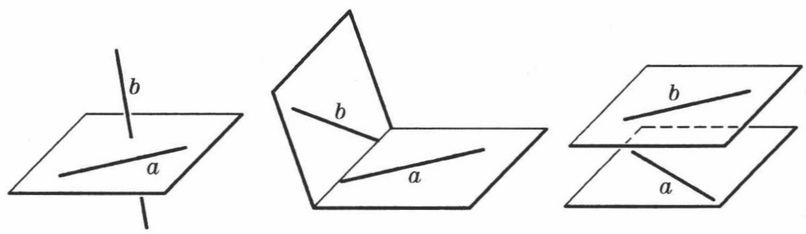


图 14－14

常用反证法证明两条直线是异面直线.

例 2 已知：直线 l 与平面 α 相交于点 A，直线 m 在平面 α 上，且不经过点 A，求证：直线 l 与 m 是异面直线(图 14－15).

证明 假设 l 与 m 不是异面直线. 设 l 与 m 都在平面 β 上.

因为点 A 与直线 m 既在 α 上，又在 β 上，由推论 1 可知平面 α 与 β 重合，所以直线 l 在平面 α 上，这与直线 l 与平面 α 相交矛盾. 所以假设不成立.

所以，直线 l 与 m 是异面直线.

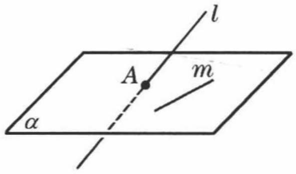


图 14—15

根据例 2 可知，图 14—1 的长方体中棱 AD 与 CC' 所在的直线、棱 DD' 与 $A'B'$ 所在的直线都是异面直线.

如图 14—16，对于异面直线 a 和 b，在空间任取一点 P，过 P 分别作 a 和 b 的平行线 a' 和 b'，我们把 a' 与 b' 所成的锐角或直角叫做异面直线 a 与 b 所成的角.

由定理 1 可知，空间两条直线所成角的大小与点 P 的取法无关. 在解决问题时，应根据图形的特征，在适当的位置选取点 P.

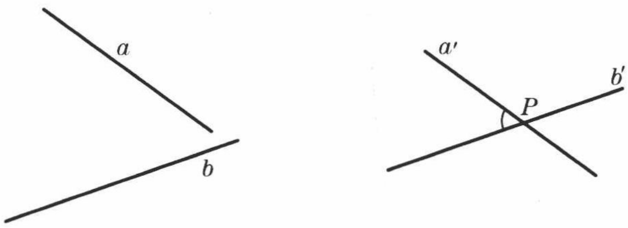


图 14—16

平行直线和相交直线都是"共面"直线，它们之间所成的角仍依照平面上两直线所成角的定义.

当空间两直线 l_1 与 l_2 所成的角为直角时，l_1 与 l_2 垂直，记作$l_1 \perp l_2$. 当 l_1 与 l_2 所成的角为零角时，l_1 与 l_2 平行或重合.

例 3 如图 14—17，正方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 的棱长为 a，求下列异面直线所成的角的大小：

(1) AB 与 $B'C'$；

(2) $A'B$ 与 CC'；

(3) AB' 与 BC'.

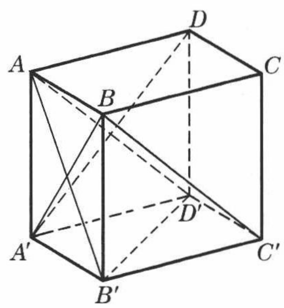


图 14—17

解 (1) 因为 $BC \parallel B'C'$，所以由定理 1 知，AB 与 $B'C'$ 所成的角等于 AB 与 BC 所成的角.

因为$\angle ABC=90°$，所以 AB 与 $B'C'$ 所成的角为 90°.

(2) 因为 $CC' \parallel BB'$，所以由定理 1 知，$A'B$ 与 CC' 所成的角等于 $A'B$ 与 BB' 所成的角.

因为$\angle A'BB'=45°$，所以 $A'B$ 与 CC' 所成的角为 45°.

(3) 联结 AD'. 因为 $AB \mathrel{\underline{\parallel}} A'B'$，$A'B' \mathrel{\underline{\parallel}} C'D'$，所以 $AB \mathrel{\underline{\parallel}} C'D'$.

于是四边形 $ABC'D'$ 是平行四边形，$AD' \mathrel{\underline{\parallel}} BC'$.

所以，AB' 与 BC' 所成的角等于 AB' 与 AD' 所成的角.

联结 $B'D'$. 在$\triangle AB'D'$中，因为 $AB'=B'D'=AD'=\sqrt{2}a$，所以$\angle B'AD'=60°$.

所以，AB' 与 BC' 所成的角为 60°.

练习 14.2 (2)

1. 在空间中，垂直于同一直线的两条直线平行吗？试说明理由.
2. 在图 14—17 中，求证：BC 与 AB' 是异面直线.
3. 已知正方体 $ABCD$-$A'B'C'D'$. 求下列异面直线所成角的大小：

(1) AD' 与 $B'C$；　　(2) AA' 与 CB'；

(3) $A'D$ 与 CD'.

14.3 空间直线与平面的位置关系

Relationship between Line and Plane in Space

如果一根旗杆直立在地面上，那么旗杆所在直线与地面上过旗杆和地面交点的任何直线都垂直. 实际上这个问题涉及到了直线与平面的垂直问题. 一般地，如果一条直线 l 与平面 α 上的任何直线都垂直，那么我们就说直线 l 与平面 α 垂直(line l perpendicular to plane α)，记作 $l\perp\alpha$，直线 l 叫做平面 α 的垂线(perpendicular line)，l 与 α 的交点叫做垂足.

然而要验证旗杆是否与地面垂直，事实上不需要验证旗杆与地面上所有直线都垂直，而只需要验证旗杆与地面上两条相交直线垂直，就能确保旗杆与地面上任何直线都垂直. 一般地，我们可以归纳得到下面的定理：

定理 2　如果直线 l 与平面 α 上的两条相交直线 a、b 都垂直，那么直线 l 与平面 α 垂直.

这个定理可以从公理等出发加以证明，这里不作要求，从略.

由定理 2 可知，如果直线 l 与平面 α 上的两条相交直线 a、b 垂直，那么直线 l 与平面 α 垂直(图 14—18).

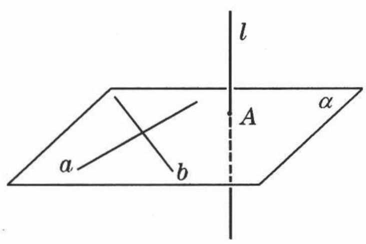


图 14—18

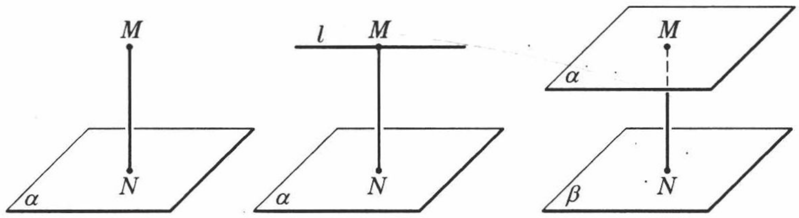
在图 14—1 的长方体 $ABCD$-$A'B'C'D'$ 中，由直线 $AA'\perp A'B'$ 和 $AA'\perp A'D'$ 可知，$AA'\perp$ 平面 $A'B'C'D'$. 联结 $A'C'$、$B'D'$，按线面垂直的定义可得 $AA'\perp A'C'$，$AA'\perp B'D'$ 等.

将定理 2 中的“两条相交直线 a、b”中“相交”改为“平行”行吗？

距离是生活中常用的概念. 例如，为了有合适的照明，需要确定吊灯与桌面的距离；为了保证安全，高压线离地面需要适当的距离；为了购买家具，需要知道天花板与地面的距离. 下面我们来定义空间图形中的有关距离.

(1) 设 M 是平面 α 外一点，过点 M 作平面 α 的垂线，垂足为 N，我们把点 M 到垂足 N 之间的距离叫做点 M 和平面 α 的

距离(图 14－19(1)).



(1)　　(2)　　(3)

图　14－19

(2) 设直线 l 平行于平面 α，在直线 l 上任取一点 M，我们把点 M 到平面 α 的距离叫做直线 l 和平面 α 的距离(图14－19(2)).

(3) 设平面 α 平行于平面 β，在平面 α 上任取一点 M，我们把点 M 到平面 β 的距离叫做平面 α 和平面 β 的距离(图14－19(3)).

(4) 设直线 a 与直线 b 是异面直线，当点 M、N 分别在 a、b 上，且直线 MN 既垂直于直线 a，又垂直于直线 b 时，我们把直线 MN 叫做异面直线 a、b 的公垂线，垂足 M、N 之间的距离叫做异面直线 a 和 b 的距离(图 14－20).

在(2)中，直线 l 和平面 α 的距离与点 M 的取法有关吗？

在(3)中，平面 α 和平面 β 的距离与点 M 的取法有关吗？

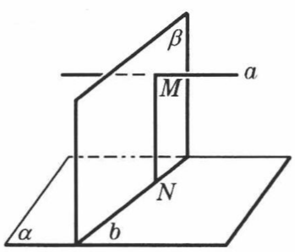


图　14－20

例 1 如图 14－21，已知长方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 的棱 AA'、AB 和 AD 的长分别为 3cm、4cm 和 5cm.

(1) 求点 A 和点 C' 的距离；

(2) 求点 A 到棱 $B'C'$ 的距离；

(3) 求棱 AB 和平面 $A'B'C'D'$ 的距离；

*(4) 求异面直线 AD 和 $A'B'$ 的距离.

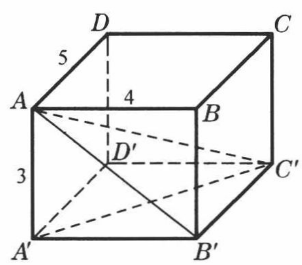


图　14－21

解　(1) 联结 AC'、$A'C'$. 因为 $AA' \perp A'B'$，$AA' \perp A'D'$，所以由定理 2 得，AA' 垂直于平面 $A'B'C'D'$. 又 $A'C'$ 在平面 $A'B'C'D'$ 上，可得 $AA' \perp A'C'$，所以由勾股定理可计算得

$$AC' = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \sqrt{AA'^2 + A'B'^2 + B'C'^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}(\text{cm}).$$

根据《九年义务教育课本 数学 六年级第二学期》学习的长方体性质，我们知道 $AB /\!/$ 平面 $A'B'C'D'$.

(2) 联结 AB'. 因为 $B'C' \perp A'B'$，$B'C' \perp BB'$，由定理 2 得 $B'C'$ 垂直平面 $AA'B'B$. 又 AB' 在平面 $AA'B'B$ 上，可得 $B'C' \perp AB'$，所以点 A 到棱 $B'C'$ 的距离等于 A 和 B' 的距离，

$$AB' = \sqrt{AA'^2 + A'B'^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\mathrm{cm}).$$

(3) 因为 $AA' \perp A'B'$，$AA' \perp A'D'$，所以 $AA' \perp$ 平面 $A'B'C'D'$，垂足为 A'，又因为 $AB /\!/$ 平面 $A'B'C'D'$，于是棱 AB 和平面 $A'B'C'D'$ 的距离为 AA'，由题设知 $AA' = 3(\mathrm{cm})$.

*(4) 因为 $AA' \perp AD$，$AA' \perp A'B'$，所以 AA' 是异面直线 AD 与 $A'B'$ 的公垂线，于是异面直线 AD 和 $A'B'$ 的距离为 AA'，由题设知 $AA' = 3(\mathrm{cm})$.

练习 14.3(1)

已知长方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 的棱 $AA' = 5$，$AB = 12$，$AD = 13$.

(1) 求点 B 和点 D' 的距离；

(2) 求点 C 和直线 $A'B'$ 的距离；

(3) 求直线 CD 和平面 $AA'B'B$ 的距离；

(4) 求直线 DD' 和 $B'C'$ 的距离.

我们看到过，运动员投出的标枪落地以后，大都是插在地面上的，它们的状态有时“偏陡”些，有时“偏平”些，如何描述标枪落地时“偏陡”或“偏平”的程度呢？这就涉及到标枪所在的直线与地平面所成角的大小了.

当直线 l 与平面 α 相交且不垂直时，叫做直线 l 与平面 α 斜交，直线 l 叫做平面 α 的斜线.

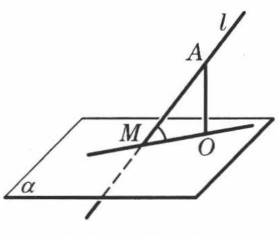


图 14—22

如图 14—22，设直线 l 与平面 α 斜交于点 M，过 l 上任意点 A，作平面 α 的垂线，垂足为 O，我们把点 O 叫做**点 A 在平面 α 上的射影**，直线 OM 叫做**直线 l 在平面 α 上的射影**，并规定直线 l 与其在平面 α 上的射影 OM 所成的锐角叫做**直线 l 和平面 α 所成的角**.

直线 l 和平面 α 所成的角的大小与点 A 在 l 上的取法是否有关？

我们规定，当直线 l 与平面 α 垂直时，它们所成的角等于 90°；当直线 l 与平面 α 平行或直线 l 在平面 α 上时，它们所成的角为 0°.