



新东方考研数学名师团队匠心打造

魔研考研系列丛书

魔研 考研数学 之

高等数学

小侯七 周洋鑫 崔原铭 主编

清华大学出版社



魔研考研系列丛书

魔研 考研数学



高等数学

小侯七 周洋鑫 崔原铭 主编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以教育部最新颁布的高等数学教学大纲和教育部考试中心组织编写的考研大纲为依据,内容包括了高等数学(微积分)的全部考点和相关内容.全书各章节均按照讲、练、考(自测)的结构编写,书中例题甄选自历年考研真题和经典题型,使学生的学习上形成一套闭环.在一些知识点和题型上,本书提炼出了“魔研君点睛”这一大特色.

本书通俗易懂、深入浅出,可作为考研高等数学的备考用书,也可作为大学数学学习的辅导用书,以及数学爱好者的自学教材.

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售.

版权所有,侵权必究.侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

魔研考研数学之高等数学/小侯七,周洋鑫,崔原铭主编. —北京:清华大学出版社,2018

(魔研考研系列丛书)

ISBN 978-7-302-51432-9

I. ①魔… II. ①小… ②周… ③崔… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料
IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 242163 号

责任编辑:汪 操

封面设计:常雪影

责任校对:王淑云

责任印制:丛怀宇

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:三河市君旺印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:16.5

字 数:397 千字

版 次:2018 年 11 月第 1 版

印 次:2018 年 11 月第 1 次印刷

定 价:49.00 元

产品编号:078805-01

前言

一个出身武术世家的数学老师的数学梦

小侯七

在来到新东方做考研数学老师之前,我最为人知的身份是“侯家拳传人”。我8岁开始跟随爷爷学习祖传的侯家拳,那时学的是皮毛;十几岁的时候拜师吉林武术名家陈国诚,系统地学习了陈式太极拳和一些刀法、剑法,算是小有成绩;到大庆后,与东北众多武术名家亦师亦友,学到了包括太极拳、螳螂拳、查拳在内的很多拳种;再后来到上海,更是得到了武术泰斗“神拳大龙”蔡龙云老先生的指点,将原本无标准套路的侯家拳虎搏功整理出入门三大母拳:静山桩、虎搏缠手、川杨功。

我不仅仅是学功夫,更是热衷于传播功夫,先后成立过“中华振武会”“Tiger 武学堂”等武术组织,搞国际武术文化推广。前前后后有十几个国家的留学生和访华团体,都是带着我教给他们的中国功夫回到自己的国家的。

为什么在武术界风生水起的我,突然转行到了教育行业?其实不是转行,而是“谋条生路”。振兴武术是我一生的坚持,只要我还活着,只要有机会,我就肯定会把中国的国粹推广和发扬。但同学们,追求梦想的前提是活下去,活下去就需要有经济来源。而我振兴武术略显“愚忠”,从来不收一分钱,既不收个人的学拳费,也不收组织的劳务费,除了收过上海理工大学日本文化交流中心的200元补贴外,这辈子在武术上我没赚过其余一分钱。

侯氏家族虽不敢称名门望族,但家中一直都有代代相传的家族文化,武术在我们家族是神圣的,能和我学习侯家拳,说明我们有缘分,你我是有缘人,怎么还能收费呢?绝对不可以。可我到底该靠什么来生活?随随便便对付一份工作?那样我觉得是浪费人生。

我有三大爱好,还有三种爱吃的食物,分别是“读书、练武、做数学,牛肉、土豆、炒番茄”。读书我曾经做过“小侯七读书会”,虽然影响不大,但充满着读书人的情怀;练武自不用说,我骨子里都流着武术人的血液,对我来说举手投足都是练武,唯一没真正去做的那就是做数学了。

我自小就喜欢数学,尤其高中时遇到了一位有魔力的班主任数学老师,更是让我对数学产生了浓厚的兴趣。如果说一定要让我找一个可以维持生计的工作,那我毫无疑问会选择做数学。最重要的是,做数学是我的三大爱好之一,与我那充满浓浓情怀的人生规划并不矛盾。

就这样,我来到了上海新东方,一不留神在终极面试中成为了全校第一名,做了考研数学老师,更是一不留神还成了考研数学项目组长、考研数学教研负责人,当了“官”了。

从我做考研数学老师那天起,我给自己定了三个规矩:踏踏实实教知识,认认真真搞教育,堂堂正正为人师。每次面对学生或者走上讲台前,我都会提醒自己,千千万万不能忘了这三个规矩。所以,在以往的教职生涯中,我敢拍着胸脯说做到了无愧于心。

在和学生的交流中,我发现很多学生的基础并不好.有些同学可能是毕业多年,早已经将数学知识还给当年的老师了;有些同学虽在校园但前几年没有认真学数学,现在决定要考研才发现自己的数学不行.什么原因导致的数学基础不好,我并不关心,我只关心如何能把数学教好,如何能让打算考研的同学们把数学学好.

市面上考研数学的辅导书非常多,而且大多写得都不错,但我也有自己的想法,比如不能用通俗、直白、“接地气”的语言解释数学概念,能不能有让同学们一目了然、一点即通的“点睛”部分,等等.带着这些想法,2017年愚人节,我便与我的挚友清华大学出版社汪操老师沟通,他对我的想法很支持,给出了很多建议.就这样,我开始组建团队,周洋鑫和崔原铭这两位优秀的考研数学老师走进了我的视野.

我和周洋鑫初识是在2017年9月,当时新东方教育科技集团组织教师赛课,洋鑫是数学组赛课第一名.他的讲课风格和对数学的理解,我非常欣赏.从那时起我们成了彼此考研数学圈最好的朋友之一.深入了解后我得知,他是北京新东方的骨干名师、博士,对数学有着独特的认知.我将我的图书规划讲给他听,他非常激动,说:“侯哥,这正是我想要的考研数学辅导用书.”还记得有一天,我去北京出差,他带着我逛他博士就读的母校,边走边和我说他关于数学的梦想,以及他对爱情、事业甚至人生的规划.我静静地听着,心中却早已无法压抑那份激动,因为我觉得此人绝非等闲之辈,实乃有鸿鹄之志的“天才少年”.就这样,我正式邀请他加入我的团队,全面参与“魔研考研数学系列”的编写工作.事实证明,我的决定是正确的.

崔原铭是复旦高才生,曾经在上海新东方兼职,但由于各种原因并没有上台讲课,毕业后去了上汽通用汽车有限公司工作.在我刚刚担任考研数学项目组长的时候,他就特别积极地联系我,说要重回新东方,实现自己的数学梦.当时我由于课程任务重,管理工作繁忙,所以并没有“搭理”他.但他特别执着,一定坚持要见我,于是我就约他来了上海新东方总部.还记得那是2017年10月的一个下午,我俩在上海新东方总部咖啡吧第一次见面,在接下来的沟通中,我发现他竟然也是个数学天才,2017年我接触的全国考研数学老师数以百计,新东方数学团队也有七八十人,让我“心动”的除了洋鑫,就是原铭了.还记得在上海南京东路一家餐厅用餐时,他说:“侯哥,数学并不枯燥,是讲课人的方法太枯燥;数学可以很通俗易懂,是易懂的书太少.就像做菜一样,材料都相同,要有一个好厨师调配.”后来,他正式加入到新东方考研数学的大家庭,其超强的能力也得到了其他同事的认可.再后来,我又把他拉进“魔研考研数学系列”的编写团队.

我们三人的合作非常愉快,三本书我们都有参与,但根据各自的擅长,每本书每人负责若干章节.在很多人眼里,写这种辅导用书,不就是“复制”和“粘贴”吗?但看拳和打拳真不一样,我们对每个概念都会选自己认为最恰当的描述方式,对每一道题的选取都精挑细琢、深思熟虑,并且在课堂上通过学生检验.

最让我感动的是2018年除夕夜,当晚10点左右,在安徽泾县“娘家”过年的我刚刚陪完亲戚,打算拿出电脑和一堆材料开始整理书稿的时候,突然洋鑫来电,他略带疲惫地问:“侯哥在干嘛?”

我打了个哈欠说:“酒也喝了,鞭炮也放了,饺子也包了,该写写书、做做题了.”

洋鑫一下子兴奋起来,说:“我也正打算写书稿,要不我们一起?”

因为对数学知识点的认识需要全面和准确,所以我们三人经常讨论,因此常常会保持语

普通话的状态一起写书。

我说：“不知道原铭有没有空。”

洋鑫说：“是他打电话告诉我，他要写书稿，恰好我也有此意，才给你打的电话。”

那一瞬间我感动了。两个兄弟都这么努力，我这当大哥的还能掉队吗？必须写起来！

.....

我要感谢上海新东方王洛老师、新东方集团张伟老师、清华大学出版社汪操老师，还要感谢我的助理老师们，在我因工作量大而无法分身时，他们帮我梳理了部分基础性材料，花费了大量心血。最后，感谢新东方教育科技集团和清华大学出版社的大力支持，是你们让“魔研考研数学系列”有了诞生的可能。

总体来说，《魔研考研数学之高等数学》《魔研考研数学之线性代数》和《魔研考研数学之概率论与数理统计》是我和洋鑫还有原铭倾尽心血完成的三本书，但由于能力有限、时间仓促，在编写过程中难免有不足之处，请读者、同行以及专家朋友们多多提出宝贵意见，我们愿意积极改正并同步提高。

小侯七敬上。



新浪微博：小侯七

导 学

一、究竟什么是高等数学

不同的高校用的教材不一样,有的是《微积分》、有的是《数学分析》、有的是《高等数学》,它们都一样吗?甚至很多教辅资料里,直接称高等数学为微积分,这个称呼合理吗?

其实,高等数学、微积分和数学分析是有着本质不同的.高等数学和数学分析的核心内容都是微积分,微积分研究的内容核心是微分学(一元和多元)和积分学(一元和多元),以及微分学和积分学之间的关系.而高等数学则是针对非数学专业的理工科(或经管类专业)开设的,它在微积分的基础上,增加了“空间解析几何”等内容,它更倾向于实际应用的问题.比如“一阶导数”这部分内容,在高等数学里就不仅仅要学习“一阶导数”这个单纯的数学概念,还要知道它的几何意义(切线斜率)、物理意义(瞬时速度)、经济学意义(边际函数).遇到不容易积分和求导的问题,则又引入了级数这一概念,先泰勒展开,再逐项积分和求导,于是求得的结果就高度接近真实值了.

数学分析是数学专业的学生在本科阶段学习的一门课程,但近些年来很多名校的经管类专业也开设了,比如复旦大学、上海财经大学等.数学分析又叫做高等微积分,作为分析学的分支,它是最古老、最基本的.它是专门研究实数与复数及其函数的数学分支,它的发展由微积分开始,并扩展到函数的连续性、可微性及可积性等各种特性,它以微积分学和无穷级数一般理论为主要内容,并包括它们的理论基础.很多同学觉得数学分析比高等数学难,其实这并非是难不难的问题,而是内容倾向的问题,一个重在“应用”,一个重在“分析”.

好啦,分析完三门学科的区别后,同学们应该明白到底什么是高等数学,什么是微积分,什么是数学分析了吧.很多人喜欢称高等数学为微积分,其实是犯了以偏概全的错误.平时说说倒无妨,终究是一个体系,但如果认为高等数学在内容上就是微积分,则有些牵强,高等数学其实是用极限的工具研究函数的连续性.

上面提到的三个词,分别是“极限”“函数”“连续”,这不正对应了高等数学第1章的名字——函数、极限和连续嘛!原来,第1章看似简单,但其实是介绍这门学科的精髓.因此,同学们在学习高等数学这门课程时,要知道重点在哪,要清楚“极限”这个工具的重要性,所谓“得极限者得天下”可不是说着玩的.而且,一定要重视每个概念的意义和应用,这是高等数学的学科特点,可别跑偏了.

二、极限思想和微积分谁先产生的

极限思想确实产生得很早,2000多年前我国古代的《庄子》一书中就有极限思想的体现:“一尺之捶,日取其半,万世不竭.”西方也很早便有了极限思想的萌芽,在欧洲16世纪资本主义萌芽时期已经有了雏形.

可极限思想出现得早,并不代表它与数学的结合很早. 当今学习微积分时,无论是在高等数学还是微积分和数学分析的学习中,都是先学极限,再学微分(导数),再学积分,因为这是正常的逻辑推进,符合学习一门知识的规律. 但是你敢相信当初牛顿和莱布尼茨在创立微积分的时候,还没有严格意义上的极限理论吗? 而事实就是这样的,牛顿和莱布尼茨都是在无穷小的基础上建立的“微积分大厦”. 因此,两位数学宗师在创立微积分后的日子里,不同程度地遇到了逻辑困难,他们也都在尽力去接受极限理论,也想拿出一套可以让人信服的极限理论描述,但直到他们去世,也没有完成.

所以,微积分在创立的早期经常被人质疑. 比如著名的贝克莱主教就针对贝克莱悖论责问过牛顿. 贝克莱悖论是指就无穷小量在实际应用中而言,它既必须是 0,又不是 0. 从形式逻辑而言,这无疑是一个矛盾. 例如求 x^2 的导数时,先对 x 取一个不为 0 的增量 Δx ,由 $(x+\Delta x)^2 - x^2$ 得 $2x\Delta x + (\Delta x)^2$ 后再除以 Δx ,得到 $2x + \Delta x$,最后令 $\Delta x = 0$,求得导数为 $2x$. 那么, Δx 是否等于零? 如果等于零,那怎能用它去做除数呢? 如果它不是零,又怎能把它包含着它的那些项去掉呢?

在牛顿和莱布尼茨去世后很长一段时间里,世界上众多数学大家也都在想办法解决这个微积分理论基础问题,否则数学必定面临一场灾难,数学的发展就会止步不前. 大家也都听说过牛顿和莱布尼茨不合,这是举世公认的事实,但在针对微积分理论基础问题的探索上,两位宗师肯定是彼此“心疼”对方的,因为没有人比他们更清楚微积分意味着什么,绝不能让它轻易被摧毁. 就这样,一批又一批数学家们前仆后继地在极限理论上下功夫,比如 18 世纪的罗宾斯、达朗贝尔等,但一直到了 19 世纪,柯西才完整地阐述了极限概念及其相关理论.

由此可以知道,虽然现如今学习微积分先从极限入手,但事实上极限理论的产生比微积分晚了两个世纪左右.

所以,关于微积分的发展史、极限理论的产生、三次数学危机等数学文化类的知识,大家要多去主动了解,不但不会耽误太多的宝贵时间,反而会促进数学的学习和对数学知识的理解.

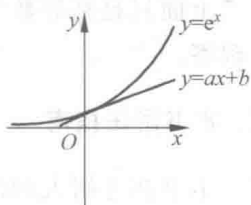
三、泰勒公式是将问题简化了,还是复杂化了

在很多次讲座中,作者都遇到同学们问同一个问题,那就是: 数学的公式定理都是为了简化问题,为什么泰勒公式却是把问题复杂化? 比如 e^x 多简单,多漂亮,为什么偏偏要泰勒展开为 $e^x = 1 + x + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots, x \in (-\infty, +\infty)$,这么多项,很明显就是把问题复杂化了呀.

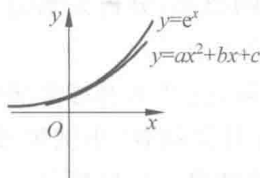
其实,泰勒公式仍是把问题简化了. 级数理论的出现,方便了很多不能直接求导和积分的问题的求解,展开后逐项积分、逐项求导,问题就解决了. 举个例子:

$x=0$ 时, e^x 等于多少? 这个问题容易回答,答案就是 1. $x=1$ 时, e^x 等于多少? 这个问题也容易回答,答案就是 e . 那么, $x=0.1$ 时, e^x 等于多少? 这个问题的答案就不那么容易算出来了,通过查表可以知道, $e^{0.1} = 1.105170918$. 而 e^x 的图像过点 $(0, 1)$, 则在这一点处作 e^x 的图像的切线,令该切线方程为 $y = ax + b$. 从图像上可以看出,该切线的图像逼近 e^x 的图像,虽说不相等,但已经很接近了.

由于过点 $(0,1)$,所以代入切线方程,得 $b=1$,又由于斜率相等,所以 $a=e^0=1$,所以切线方程为 $y=1+x$.取两个方程相等,于是得到 $e^x=y=1+x$,把 $x=0.1$ 代入得, $e^{0.1}=1.1$,这已经与 $e^{0.1}=1.105170918$ 的主体部分高度接近了.



为严谨起见,再过点 $(0,1)$ 处作一个二次函数图像(如右图),可见其更加逼近 e^x 的图像,令二次函数方程为 $y=ax^2+bx+c$,下面找三个条件建立三个方程,解出 a,b,c 三个参数.哪三个条件呢?首先过点 $(0,1)$,另外在点 $(0,1)$ 处一阶导数相等(求一次函数时用了一次),并且二阶导数也相等,因此可以建立一个三元一次方程组,求得 $a=\frac{1}{2}, b=1, c=1$,于是二次函数方程为 $y=1+x+\frac{1}{2}x^2$,联立得 $e^x=1+x+\frac{1}{2}x^2$,把 $x=0.1$ 代入得 $e^{0.1}=1.105$,这与 $e^{0.1}=1.105170918$ 较一次函数更加接近了.



本来在不查表的情况下无法求出结果的函数,现在变得可以计算了,大家觉得这是简化了呢,还是复杂了呢?

四、分部积分的列表法好用吗

有人说分部积分比较难,怎么用起来都不顺手,这里给出一个方法——分部积分的列表法,也许会简单许多.

这个方法并不独立于分部积分,它能让分部积分变得更方便,对于有些积分问题,选择列表法可能更合适.

先列表如下.

u 的各阶导数	u	u'	u''	u'''	$\dots$	$(-1)^{n+1}u^{(n+1)}$
$v^{(n+1)}$ 的各阶原函数	$v^{(n+1)}$	$\oplus$ $v^{(n)}$	$\ominus$ $v^{(n-1)}$	$\oplus$ $v^{(n-2)}$	$\ominus$ $\dots$	$\updownarrow$ v

如果学过了分部积分法,肯定一眼就看出来,现在要选取 u,v ,使得 u 要便于求导, v 便于积分.

数学不做题,纯属吹牛皮,下面做一道题试试.

求不定积分 $\int (x^3+2x)\sin x dx$.

列表如下.

u	x^3+2x	$3x^2+2$	$6x$	6	0
v'	$\sin x$	$-\cos x$	$-\sin x$	$\cos x$	$\sin x$

于是有

$$\int (x^3+2x)\sin x dx = (x^3+2x)(-\cos x) - (3x^2+2)(-\sin x) + 6x \cdot \cos x - 6 \cdot \sin x + C.$$

接下来整理一下即可了.



上面只是高等数学中常遇到的一个问题. 高等数学体系庞大, 问题多多, 在本书中会逐一解答.

五、本书用法指南

本书在考研大纲的基础上, 加以主编团队在新东方学校多年的教学经验, 基于授课讲义, 参考大量数学文献编写而成. 全书总共 13 章, 每章都由“考研大纲要求与重点导学”“必会基本内容”“考试题型与解析”“自测题精选”四部分组成.

(1) 考研大纲要求与重点导学: 本部分主要阐述大纲在各个章节的要求, 分析大纲的考点内容, 让大家能更加有侧重地进行复习备考.

(2) 必会基本内容: 本部分主要对考研大纲要求的知识点进行讲解, 这是本书每个部分的基础片段. 同时, 在每个知识点下加入“魔研君点睛”的详细解读, 并且紧接着“小试牛刀”部分加以训练, 使大家更好地理解与把握基本知识, 完成考研基础巩固的第一阶段复习.

(3) 考试题型与解析: 本部分是全书的核心内容, 通过每章节的核心知识点, 从题型角度进行分类. 每个类型问题都会先对方法加以总结, 然后通过精挑细选的经典习题加以强化训练, 让大家可以更好地把握考研, 进入知识理解的第二阶段复习.

(4) 自测题精选: 本部分旨在帮助大家学以致用, 锻炼自己独立处理问题的能力, 这个阶段是知识理解的内化与升华!

最后, 祝大家梦想成真, 加油!

小试牛刀

目 录

第1章 函数、极限和连续	1
考研大纲要求与重点导学	1
必会基本内容	2
一、函数	2
二、极限	6
三、极限的计算	9
四、函数的连续性	11
考试题型与解析	13
题型一：函数概念及其性质	13
题型二：极限定义与性质	14
题型三：函数极限的计算	15
题型四：无穷小及无穷小等价	20
题型五：数列极限的计算	21
题型六：函数的连续性相关问题	23
自测题精选	26
第2章 导数与微分的概念和计算	30
考研大纲要求与重点导学	30
必会基本内容	30
一、概念	30
二、计算	32
考试题型与解析	34
题型一：导数与微分的定义	34
题型二：导数的几何意义	37
题型三：隐函数的导数计算	38
题型四：反函数、参数方程所确定的函数求导	39
题型五：复合函数的导数计算	40
题型六：分段函数的导数计算及连续性问题	41
题型七：高阶求导	42
自测题精选	43
第3章 导数的应用与微分中值定理	47
考研大纲要求与重点导学	47
必会基本内容	47

一、导数的应用	47
二、微分中值定理	50
考试题型与解析	52
题型一：单调性和极值	52
题型二：凹凸性和拐点	53
题型三：渐近线问题	54
题型四：不等式证明与方程根的问题	55
题型五：中值定理证明题	56
题型六：曲率相关考点(数学一、数学二)	62
自测题精选	63
第4章 一元函数积分学的概念与计算	66
考研大纲要求与重点导学	66
必会基本内容	66
一、(不)定积分学的概念	66
二、反常积分	70
三、一元函数积分学的计算	72
考试题型与解析	77
题型一：不定积分的概念和性质	77
题型二：定积分的概念和性质	78
题型三：不定积分的计算	79
题型四：定积分的计算	83
题型五：变限积分相关题型	85
题型六：反常积分的计算及敛散性的判定	86
题型七：积分的证明题型	87
自测题精选	89
第5章 一元函数积分学的应用	93
考研大纲要求与重点导学	93
必会基本内容	93
一、数学一、数学二、数学三公共部分	93
二、一元函数积分学的几何应用(数学一、数学二)	95
三、一元函数积分学的物理应用(数学一、数学二)	97
四、一元函数积分学在经济学中的应用(数学三)	97
考试题型与解析	98
题型一：用定积分计算平面图形的面积	98
题型二：用定积分计算旋转体的体积	98
题型三：弧长计算(数学一、数学二)	100
题型四：旋转曲面表面积(数学一、数学二)	100
题型五：平行截面面积为已知的立体体积(数学一、数学二)	102
题型六：一元函数积分学的物理应用(数学一、数学二)	102

自测题精选	104
第 6 章 多元函数微分学	108
考研大纲要求与重点导学	108
必会基本内容	109
一、多元函数微分学的概念	109
二、多元函数微分学的计算	111
三、多元函数微分学的应用问题	112
四、多元函数微分学的几何应用(数学一)	114
考试题型与解析	115
题型一:多元函数微分学基本概念题型	115
题型二:抽象复合函数的偏导数和全微分问题	117
题型三:隐函数的偏导数和全微分问题	120
题型四:其他偏导数和全微分问题	122
题型五:普通极值问题	123
题型六:条件极值(最值)问题	125
题型七:闭区域(边界)上的最值问题	127
题型八:多元函数微分学的几何应用(数学一)	127
自测题精选	128
第 7 章 二重积分的概念和计算	132
考研大纲要求与重点导学	132
必会基本内容	132
一、二重积分的概念与性质	132
二、二重积分的计算	134
考试题型与解析	137
题型一:二重积分的概念与性质相关题型	137
题型二:直角坐标系下的二重积分的计算	139
题型三:直角坐标系下交换积分次序	140
题型四:极坐标系下的二重积分的计算	140
题型五:直角坐标系与极坐标系互化	142
题型六:二重积分的综合考查	144
自测题精选	145
第 8 章 常微分方程	148
考研大纲要求与重点导学	148
必会基本内容	149
一、微分方程的基本知识	149
二、微分方程的解法	149
三、高阶微分方程解的结构	151
考试题型与解析	152
题型一:一阶微分方程的求解	152

题型二：二阶可降阶微分方程(数学一、数学二)	155
题型三：二阶常系数微分方程	156
题型四：高阶线性微分方程解的结构	157
题型五：已知通解反写方程	158
题型六：伯努利方程(数学一)	158
题型七：欧拉方程(数学一)	158
题型八：积分方程问题	159
题型九：微分方程的应用	160
自测题精选	162
第9章 数学三专题	164
考研大纲要求与重点导学	164
必会基本内容	164
一、增长函数	164
二、需要研究的五个基本函数	165
三、边际分析	165
四、弹性分析	165
五、一阶常系数差分方程	166
考试题型与解析	166
题型一：一元函数微分学在经济学中的应用	166
题型二：一元函数积分学在经济学中的应用	168
题型三：多元函数微分学在经济学中的应用	168
题型四：常微分方程和差分方程在经济学中的应用	170
题型五：差分方程的求解	170
自测题精选	171
第10章 无穷级数(数学二不要求)	172
考研大纲要求与重点导学	172
必会基本内容	173
一、常数项级数	173
二、幂级数	176
三、傅里叶级数(数学一)	178
考试题型与解析	179
题型一：正项级数敛散性判断	179
题型二、交错级数敛散性判断	181
题型三：任意项级数敛散性判断	182
题型四：幂级数的收敛域(区间、点)	184
题型五：幂级数求和	186
题型六：常数项级数求和	189
题型七：幂级数展开	189
题型八：综合证明题	191

题型九: 傅里叶级数(数学一)	191
自测题精选	193
第 11 章 向量代数与空间解析几何(数学一)	196
考研大纲要求与重点导学	196
必会基本内容	196
一、向量代数	196
二、空间解析几何	198
三、空间曲面及其方程	199
考试题型与解析	201
题型一: 向量运算	201
题型二: 直线及平面的方程	202
题型三: 位置关系及距离问题	204
题型四: 旋转曲面问题	204
题型五: 投影问题	205
自测题精选	206
第 12 章 三重积分及重积分的应用(数学一)	209
考研大纲要求与重点导学	209
必会基本内容	209
一、三重积分的概念	209
二、三重积分的计算	210
三、重积分的应用	211
考试题型与解析	212
题型一: 直角坐标系下的三重积分的计算	212
题型二: 柱面坐标系下的三重积分的计算	215
题型三: 球面坐标计算三重积分	215
题型四: 重积分的应用	216
第 13 章 曲线积分与曲面积分(数学一)	219
考研大纲要求与重点导学	219
必会基本内容	219
一、第一类曲线积分(对弧长的曲线积分)	219
二、第二类曲线积分(对坐标的曲线积分)	220
三、格林公式及其应用	222
四、第一类曲面积分(对面积的曲面积分)	223
五、第二类曲面积分(对坐标的曲面积分)	224
六、高斯公式、通量与散度	225
七、斯托克斯公式、环流量与旋度	226
考试题型与解析	226
题型一: 第一类曲线积分	226
题型二: 平面第二类曲线积分	227



题型三：空间第二类曲线积分	228
题型四：第一类曲面积分	229
题型五：第二类曲面积分	230
题型六：散度、旋度	231
题型七：曲线曲面积分的应用	232
附录 1 基本初等函数性质及其图像	233
附录 2 常用三角函数公式汇总	239
附录 3 小侯七谈考研数学备考攻略	242

第 1 章 函数、极限和连续

■ 考研大纲要求与重点导学 ■

1. 本章大纲考试要求

序号	考试内容与要求	适用科目
1	理解函数的概念,掌握函数的表示法,会建立应用问题的函数关系	数学一、数学二、数学三
2	了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性	数学一、数学二、数学三
3	理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念	数学一、数学二、数学三
4	掌握基本初等函数的性质及其图形,了解初等函数的概念	数学一、数学二、数学三
5	理解极限的概念,理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系	数学一、数学二
	了解数列极限和函数极限(包括左、右极限)的概念	数学三
6	掌握极限的性质及四则运算法则	数学一、数学二
	了解极限的性质,掌握极限的四则运算法则	数学三
7	掌握极限存在的两个准则,并会利用它们求极限,掌握利用两个重要极限求极限的方法	数学一、数学二
	了解极限存在的两个准则,掌握利用两个重要极限求极限的方法	数学三
8	掌握用洛必达法则求未定式极限的方法	数学一、数学二
	会用洛必达法则求极限	数学三
9	理解无穷小量、无穷大量的概念,掌握无穷小量的比较方法,会用等价无穷小量求极限	数学一、数学二
	理解无穷小量的概念和基本性质,掌握无穷小量的比较方法,了解无穷大量的概念及其与无穷小量的关系	数学三
10	理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判别函数间断点的类型	数学一、数学二、数学三
11	了解连续函数的性质和初等函数的连续性,理解闭区间上连续函数的性质(有界性最大值、最小值定理和介值定理),并会应用这些性质	数学一、数学二、数学三