

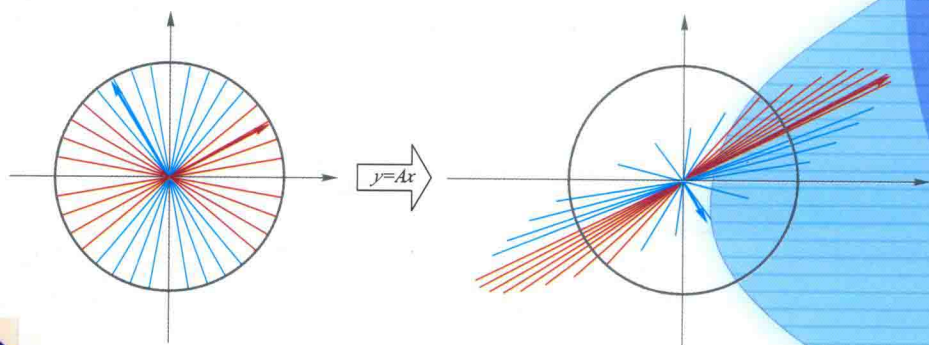


“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

线性代数及其应用 (第二版)

方文波 主编

李书刚 李正帮 代晋军 程 婷 范 琼 编



高等教育出版社



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

线性代数及其应用 (第二版)

方文波 主编

李书刚 李正帮 代晋军 程 婷 范 琼 编



高等教育出版社·北京

内容简介

本书第一版是科技部创新方法工作专项项目——“科学思维、科学方法在高等学校教学创新中的应用与实践”(项目编号:2009IM010400)子课题“科学思维、科学方法在线性代数课程中的应用与实践”的研究成果,并入选“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。

本书是在第一版的基础上修订而成,主要内容包括线性方程组的研究,行列式,矩阵及其运算,线性方程组,向量组的线性相关性,特征值、特征向量及二次型。书中配有大量的几何图形及应用案例,有助于读者加深对抽象概念的理解,并提高其应用能力。同时,还有丰富的习题和例题,可供读者进一步学习。

本书内容深入浅出,论述清晰,可作为高等学校线性代数课程的教材或教学参考书使用,还可供相关研究人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

线性代数及其应用 / 方文波主编; 李书刚等编. -- 2 版. -- 北京: 高等教育出版社, 2018.12
ISBN 978-7-04-050861-1

I. ①线… II. ①方… ②李… III. ①线性代数-高等学校-教材 IV. ①O151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 240963 号

策划编辑 张彦云
插图绘制 邓超

责任编辑 张晓丽
责任校对 刁丽丽

封面设计 张志
责任印制 田甜

版式设计 马敬茹

出版发行	高等教育出版社	网 址	http:// www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http:// www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http:// www.hepmall.com.cn
印 刷	三河市宏图印务有限公司		http:// www.hepmall.com
开 本	787 mm×1092 mm 1/16		http:// www.hepmall.cn
印 张	15	版 次	2011 年 2 月第 1 版
字 数	250 千字		2018 年 12 月第 2 版
购书热线	010-58581118	印 次	2018 年 12 月第 1 次印刷
咨询电话	400-810-0598	定 价	29.60 元

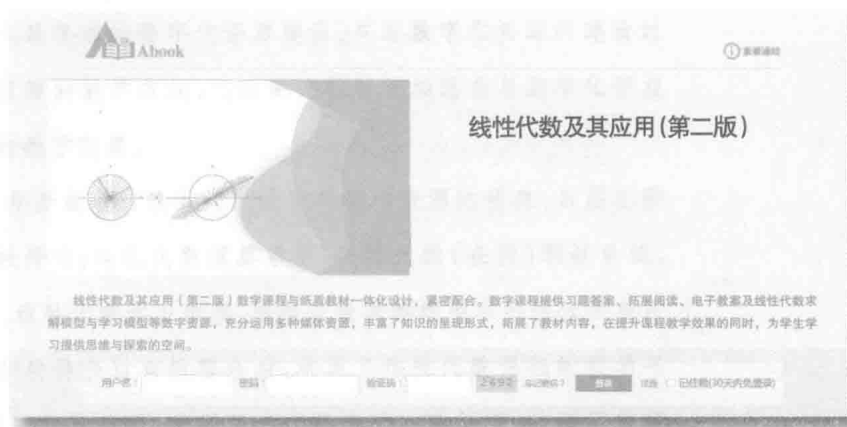
本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 50861-00

线性代数 及其应用

(第二版)

方文波

- 1 计算机访问 <http://abook.hep.com.cn/1251311>, 或手机扫描二维码、下载并安装 Abook 应用。
- 2 注册并登录, 进入“我的课程”。
- 3 输入封底数字课程账号(20位密码, 刮开涂层可见), 或通过 Abook 应用扫描封底数字课程账号二维码, 完成课程绑定。
- 4 单击“进入课程”按钮, 开始本数字课程的学习。



课程绑定后一年为数字课程使用有效期。受硬件限制, 部分内容无法在
手机端显示, 请按提示通过计算机访问学习。

如有使用问题, 请发邮件至 abook@hep.com.cn。



扫描二维码
下载 Abook 应用

<http://abook.hep.com.cn/1251311>

第一版序言

随着计算机技术的发展,线性代数课程的重要性越来越突出,同时现代信息技术已经为显著改进教与学的方式提供了可能。武汉纺织大学方文波教授领导的教学团队多年来致力于线性代数课程的数字化资源建设,并在数字化资源的建设过程中不断探索更利于学生理解的教学方法,从而使该教材更加适合与数字化资源配合、交替使用,收到良好的教学效果。

教材的编者们自 1998 年开始进行线性代数数字化教学资源的研究,目前已研发出的数字化教学资源和软件有:线性代数演算系统、线性代数(在线)测试系统、线性代数(在线)实验系统、线性代数学习模型、线性代数求解模型和线性代数系列智能电子教案。这些资源和软件经过有机整合后,构成了线性代数课程的教学平台,并在全中国多所高校进行试点和使用,受到了广大师生的一致好评,收到了较好的教学效果。2009 年,方文波教授主持的教研成果“基于智能教学平台的线性代数课程教学模式的研究与实践”获得第六届全国教学成果二等奖,以方文波教授为负责人的线性代数课程被评为国家级精品课程。

在此基础上,编者们又对国内外优秀的线性代数教材进行了细致的研究,对线性代数教材建设的状态和发展潮流有了较全面的了解,对线性代数的教材建设有了崭新的认识。因此,该教材既继承了国内外优秀线性代数教材的优点,为进一步适应当前教学改革与课程体系教改实践打下了很好的基础;又较好地处理了线性代数经典内容与现代应用的关系、纸质教材与数字化资源的关系,形成了鲜明的特色:

一、突出了线性代数的应用特色。本书的适用人群被定位于一般本科院校的学生,目标是通过课程教学潜移默化地培养学生具备创新性应用型人才的高素质与能力。该教材共介绍了十多个应用案例,涉及工程、计算机、物理、生物、化学等多个学科,全书广泛选取的这些应用实例从不同侧面说明了线性代数这门课程的作用。

二、对代数与几何进行了有效整合。由于许多学生更容易接受形象化的概念,所以对书中的主要概念都给出了几何解释。全书设计了大量独具匠心的几何图形用于辅助学生理解相关知识点,不少内容的引进与教学设计方式都有令人耳目一新的感觉。

三、注重了纸质教材内容与数字化教学资源的互补性。本教材编写团队在教材编写之初就十分注重纸质教材内容与数字化教学资源及学习网站的整合,如:全部因篇幅限制而省略的定理之详细证明均在网站上给出;理论性较强的、适合课后研究性学习的例子通过网站适当补充;对立志参加研究生考试或其他学有余力的同学给以专题辅导栏目;教材上的静态图形均在网站上给出了动态形成过程,以便加深使用者对相关知识点的理解;习题中实验题和应用案例中的绝大部分可由学生在在线实验系统中进行自主探究完成。

该书的编写,为传统教学手段与现代教学技术的有机结合探索出了一条有效的途径。使用本书,会对提高教学质量、拓宽学生的知识面产生很大的作用。

广东工业大学 郝志峰

前言

本书是科技部创新方法工作专项项目——“科学思维、科学方法在高等学校教学创新中的应用与实践”(项目编号:2009IM010400)、高等学校大学数学教学研究中心 2010 年第二批教改项目——“线性代数课程在知识、素养、能力等方面的具体要求以及在教材、教学过程和考核中的统筹设计与实践”“十一五”国家课题“我国高校应用型人才培养模式研究”(项目编号:FIB070335)的研究成果之一,是结合我们多年教学实践、改革的经验和数字化教学资源建设的成果编写而成的。

本书第一版自 2011 年出版以来,受到了使用者的一致好评。2015 年入选“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材,2013 年以本教材为核心内容的教学成果“教育信息化背景下线性代数数字化课程建设的探索与实践”获得了湖北省教学成果一等奖,同时本教材也是线性代数国家精品课程和国家级精品资源共享课的主讲教材。

由于本书第一版在使用过程中发现了一些错漏,也收到了很多来自同行的修改建议,同时我国教材建设正从传统的单一纸质教材向与数字化资源结合的新形态教材转型,因此我们对第一版进行了修订。

本次修订保留并强化了第一版的“应用特色、几何特色和数字化资源特色”,将本教材打造成以“纸质教材+数字课程”为表现形式的精品新形态教材。

在纸质教材修订方面,在保持第一版内容整体结构不变的情况下,对部分章节进行了调整,以适应数字课程建设的需求。为了加强内容体系结构中暗线(以线性方程组的研究为主线,以线性变换为暗线构建内容体系)的作用,增加了与线性变换相关的例题和习题,修改了第一版中的几处错误。版式设计上改为双色印双栏排,边栏放资源标注及相关说明。

在数字课程建设方面,制作了 PPT 电子教案,更新完善了线性代数测试系统(单机版)、线性代数实验系统(单机版)、线性代数学习模型等软件。

内容处理

本书共有6章,除第0章外,其他每章在基本内容的基础上,增加了2~4个应用案例。第1章行列式,应用案例:求平行四边形的面积和平行六面体的体积;第2章矩阵及其运算,应用案例:平面图形变换、矩阵在计算机图形学中的应用和希尔密码;第3章线性方程组,应用案例:剑桥减肥食谱、电路网络、配平化学方程式和网络流;第4章向量组的线性相关性,应用案例:差分方程中的应用和马尔可夫链;第5章特征值、特征向量及二次型,应用案例:二次曲线的研究、二次曲面的研究和离散动力系统。

在内容的组织上,本书以线性方程组的研究为主线。第0章引出线性方程组需研究的问题,是整本书的主线;第1~4章均围绕线性方程组的研究而展开,第5章可以作为线性方程组的一个应用。对于重要的概念,我们都给出了相关的引例,所以本书非常适合于问题式教学。

在难易程度的处理上,本书适当降低了理论深度,部分定理的证明没有在教材中给出,而是放在学习网站上。例题的配置也以基本概念和基本方法为主,适当减少了证明题的数量,应用题的数量则有所增加。

鲜明的特色

应用特色

为了在培养学生数学抽象能力和逻辑思维能力的同时,也提高学生的数学建模能力,本书共介绍了14个线性代数应用案例,涉及工程学、计算机科学、物理学、生物学、化学等多个学科。

几何特色

由于许多学生更容易接受形象化的概念,所以书中配有大量的几何图形,并对书中的主要概念都给出几何解释。几何特色的另一体现方式是创新性的几何题,这些几何题的求解需要从几何到代数,再从代数回到几何,实现了代数与几何的有效整合。

数字化资源特色

本教材配套的数字化教学资源类型丰富,具有先进性、系统性、适用性和易用性等特色,能为教师的教和学生的学提供全方位服务。部分资源在教材的相关位置以图标的形式标出,以方便读者有效地利用这些资源进行自主学习。所有资源

都发布在高等教育出版社的 Abook 数字课程平台上,其使用方式有两种:直接通过浏览器使用和下载到本地运行。

直接通过浏览器使用的资源有:电子教案、拓展阅读等。

下载到本地运行的资源有:测试系统(单机版)、实验系统(单机版)、求解模型、学习模型、演算系统等。

对教师的建议

关于学时

如果课程的学时数不超过 40,建议只讲基本内容,应用案例可布置为课外作业;如果学时数大于 40,则可根据具体的学时数和学生的专业情况,在基本内容外,再从应用案例中选择若干个进行详细讲解,其余的布置为课外作业。

关于课堂教学

本书的基本内容是围绕方程组的研究这一中心问题展开的,所以建议教师使用问题式教学法进行课堂教学。

关于智能电子教案

教案中的定理、性质的证明以及例题的求解过程都使用了一个特殊的链接,教师可根据具体情况选择是否写板书。对于教案中的所有数值计算例题中的数据,教师可现场更改,并利用演算系统或求解模型求解。建议用演算系统或求解模型求解这些例题时,不写或少写板书,以提高课堂效率。

关于求解模型和学习模型

建议利用求解模型进行启发式教学,选择几个学习模型并将它们布置为课前作业,引导学生进行探究性学习,并在下次上课时利用几分钟时间组织讨论。

关于作业

建议老师要求学生在测试系统和实验系统中完成作业,另外每章布置 1~2 次理论性较强的作业。

关于课程考核

对于使用本教材的学校,建议课程考核使用本团队研发的获得国家教学成果二等奖的 SSF 评价模式。

SSF 评价模式中的 SSF 是 Test System(测试系统)、Experimental System(实验系统)、Final Exams(期末考试)的缩写。在 SSF 评价模式中,总评成绩的计算公式如下:

总评成绩 = 测试系统成绩 $\times w_1$ + 实验系统成绩 $\times w_2$ +

课程总结 $\times w_3$ + 期末考试成绩 $\times w_4$,

其中 $w_1 (\neq 0)$, w_2, w_3, w_4 为权值, 其值由教师确定。我们规定, 期末考试成绩低于 55 分者, 总评成绩不能及格。

由于测试系统和实验系统能做到所有人的题目各不相同(但难度相同), 每个人每次的题目均不相同, 这样就有效避免了作弊, 保证了公平性和成绩的可比性。同时系统不限制学生测试(实验)的次数, 因此, 测试系统和实验系统的成绩能真实、客观地反映学生平时的学习效果, 实现了评价与学习过程的结合。

对学生的建议

线性代数是一门非常有特色、也非常有价值的大学数学课程。在线性代数中, 概念和计算同样重要, 虽然可以使用计算机进行数值计算, 但学习者必须具有选取正确的计算方法、知道如何解释结果、并能够向其他人解释结果的能力。由于这个原因, 书中有大量的习题要求学生计算, 在测试系统中也是计算题占多数。线性代数是一种语言, 工程技术中的很多问题都可以用这种语言描述, 并且用这种语言描述的问题很容易通过计算机解决, 所以学生必须像学习外语那样每天学习这种语言。

为了帮助同学们学好这门课程, 我们研发了很多数字化学习资源, 希望这些资源能对大家的学习有帮助。

关于教案

PPT 教案主要用于教师的课堂教学, 也可用于学生的课外学习。

关于测试系统

测试系统与教材配套, 每章设计一个测试模块, 全书设计一个综合测试模块, 故共有 6 个测试模块。测试系统能做到每个人每次的测试题互不相同, 所有人的测试题各不相同; 系统能自动阅卷、登记成绩; 用户提交后, 可查看每道测试题完整的解答过程。系统只记录每章测试的最好成绩, 以鼓励同学们利用它进行自主学习。所以建议同学们每学完一节内容后, 只做本章测试题中与本节内容相关的测试题, 一章学完后再将该章的测试题完整做一次, 以得到一个较好的成绩。

关于实验系统

测试系统主要侧重知识的学习, 实验系统则侧重知识的应用和同学们能力的培养。实验系统设计了 13 个实验, 其中 11 个可以在网上提交, 2 个要求提交纸质

实验报告或小论文,以训练同学们的写作能力。建议同学们先在测试系统取得较好成绩后,再做与本章相关的实验,以达到较好的学习效果。

交流讨论

对于全国广大师生,欢迎各位将在线性代数教、学过程中遇到的问题通过以下方式与我们进行交流讨论:

邮箱:414200694@qq.com

QQ:414200694

这次修订得到了华中师范大学教务处、华中师范大学数学与统计学学院以及高等教育出版社的大力支持,谨在此表示衷心的感谢。新版教材中难免还会存在一些不妥之处,欢迎读者批评指正。

编 者

2018年6月

目录

第 0 章 线性方程组的研究	1
第 1 章 行列式	6
1.1 二阶与三阶行列式	6
1.1.1 二阶行列式	6
1.1.2 三阶行列式	8
1.2 n 阶行列式	11
1.2.1 排列及其逆序数	12
1.2.2 n 阶行列式的定义	13
1.3 行列式的性质	16
1.4 克拉默法则	26
1.5 应用举例	30
1.5.1 用二阶行列式求平行四边形的面积	30
1.5.2 用三阶行列式求平行六面体的体积	33
习题一	37
实验练习一	40
第 2 章 矩阵及其运算	41
2.1 矩阵的定义	41
2.1.1 引例	41
2.1.2 定义	44
2.2 矩阵的运算	47
2.2.1 矩阵的线性运算	47
2.2.2 矩阵的乘法运算	48
2.2.3 转置	53
2.2.4 方阵的行列式	54

2.3 逆矩阵	56
2.3.1 引例	56
2.3.2 定义	58
2.3.3 方阵可逆的条件	60
2.4 分块矩阵	63
2.4.1 定义	64
2.4.2 分块矩阵的运算	64
2.4.3 常用的三种分块法	66
2.5 应用举例	69
2.5.1 平面图形变换	69
2.5.2 矩阵在计算机图形学中的应用——齐次坐标	72
2.5.3 希尔密码	74
习题二	77
实验练习二	80
第3章 线性方程组	82
3.1 消元法	82
3.1.1 引例	82
3.1.2 消元法的一般形式	84
3.2 矩阵的初等变换	89
3.2.1 定义	89
3.2.2 初等变换的性质	92
3.3 矩阵的秩	93
3.3.1 引例	93
3.3.2 秩的定义	94
3.3.3 秩的性质	96
3.4 初等矩阵	98
3.4.1 初等矩阵的引入	98
3.4.2 定义	99
3.4.3 初等矩阵的性质	100
3.4.4 求逆矩阵的初等行变换法	101
3.4.5 初等矩阵决定的线性变换	103
3.5 线性方程组的解	104

3.5.1 线性方程组有解的条件	105
3.5.2 线性方程组的解法	107
3.6 应用举例	110
3.6.1 剑桥减肥食谱问题	111
3.6.2 电路网络问题	112
3.6.3 配平化学方程式问题	113
3.6.4 网络流问题	114
习题三	115
实验练习三	119
第4章 向量组的线性相关性	122
4.1 向量组等价	123
4.1.1 向量的定义及运算	123
4.1.2 向量组及其线性组合	125
4.1.3 向量组等价	128
4.2 向量组的线性相关性	131
4.2.1 定义	131
4.2.2 向量组线性相关性的判别定理	134
4.3 向量组的秩	136
4.3.1 引例	136
4.3.2 定义	137
4.3.3 向量组的秩与矩阵的秩的关系	138
4.3.4 向量组的极大无关组的求法	139
4.4 线性方程组解的结构	143
4.4.1 齐次线性方程组解的结构	143
4.4.2 非齐次线性方程组解的结构	149
4.5 向量空间	152
4.5.1 向量空间的定义	152
4.5.2 向量空间的基和维数	154
4.5.3 向量在基下的坐标	155
4.6 应用举例	158
4.6.1 在差分方程中的应用	158
4.6.2 马尔可夫链	163

习题四	166
实验练习四	170
第 5 章 特征值、特征向量及二次型	172
5.1 向量的内积、长度及正交性	172
5.1.1 内积的定义与性质	172
5.1.2 施密特 (Schmidt) 正交化过程	175
5.1.3 正交矩阵	177
5.2 特征值与特征向量	179
5.2.1 定义	179
5.2.2 特征值与特征向量的计算	181
5.2.3 特征值与特征向量的性质	184
5.2.4 复特征值	186
5.3 相似矩阵	188
5.3.1 相似矩阵的概念与性质	188
5.3.2 矩阵可对角化的条件	189
5.4 实对称矩阵的对角化	191
5.4.1 实对称矩阵的特征值与特征向量	191
5.4.2 实对称矩阵对角化的步骤	193
5.5 二次型及其标准形	194
5.5.1 二次型的概念	194
5.5.2 矩阵的合同关系	197
5.5.3 化二次型为标准形	198
5.6 正定二次型	199
5.7 应用举例	201
5.7.1 二次曲线的研究	201
5.7.2 二次曲面的研究	204
5.7.3 离散动力系统	210
习题五	215
实验练习五	218
习题答案	220

线性方程组是线性代数课程的核心内容之一,本书以线性方程组为主线引出线性代数课程的主要内容.本章通过几个简单的例子引出研究线性方程组时需解决的主要问题,后面各章的内容都是为解决这些问题而展开的.

在中学阶段,我们会用加减消元法或代入消元法解二元、三元甚至四元线性方程组,那么在线性代数中为什么还要研究线性方程组呢?为此,我们先看几个例子.

例1 求解二元线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 = -7, \\ 3x_1 + x_2 = 9. \end{cases}$$

解 第一个方程的-3倍加到第二个方程上去,原方程组变为

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 = -7, \\ 10x_2 = 30. \end{cases}$$

第二个方程两边除以10,得

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 = -7, \\ x_2 = 3. \end{cases}$$

将第二个方程代入第一个方程并化简,即得方程组的解

$$\begin{cases} x_1 = 2, \\ x_2 = 3. \end{cases}$$

即该方程组有唯一解,其几何意义如图

0-1所示.

例2 求解二元线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 = -7, \\ -x_1 + 3x_2 = 7. \end{cases}$$

解 第一个方程加到第二个方程

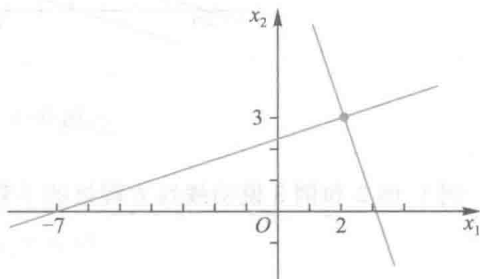


图 0-1 唯一解

上去得

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 = -7, \\ 0 = 0. \end{cases}$$

该方程组中的第二个方程为一个恒等式,即满足第一个方程的解即为方程组的解,而第一个方程有无穷多解,故原方程组有无穷多解.其几何意义如图 0-2 所示.

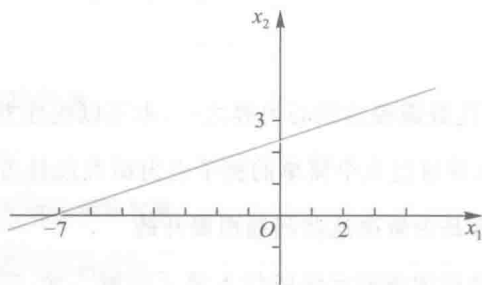


图 0-2 无穷多解

例 3 求解二元线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 = -7, \\ x_1 - 3x_2 = -3. \end{cases}$$

解 第二个方程减去第一个方程得

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 = -7, \\ 0 = 4. \end{cases}$$

该方程组中的第二个方程为一个矛盾的方程,即不论 x_1, x_2 取何值,第二个方程总不成立,故原方程组无解.其几何意义如图 0-3 所示.

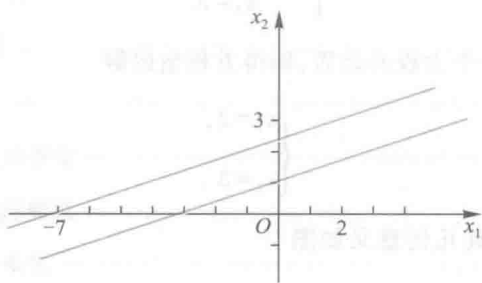


图 0-3 无解

例 1、例 2 和例 3 说明线性方程组的下列一般事实,这将在第 3 章中证明.