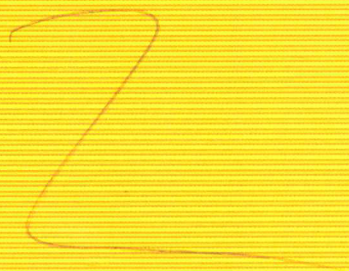


现代数学基础丛书

176

# 基于框架理论的图像融合

杨小远 石岩 王敬凯 著



科学出版社

现代数学基础丛书 176

# 基于框架理论的图像融合

杨小远 石 岩 王敬凯 著

科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

小波框架是小波分析的理论延伸,也是计算调和分析的重要组成部分.本书将从框架基础理论开始,结合作者近十年在小波框架这一领域的研究工作,介绍小波框架理论的发展以及在图像处理中的最新研究成果.主要内容包括:小波框架基础理论、对偶框架提升变换理论、二维对偶框架提升变换理论、基于小波框架提升变换的多源遥感图像融合方法、基于框架域的随机游走全色锐化方法,以及基于框架域的随机游走合成孔径雷达图像融合算法.

本书面向从事计算调和分析及图像处理领域的专家、学者及研究人员,同时也可供应用数学、图像处理等相关专业的研究生参考学习.

### 图书在版编目(CIP)数据

基于框架理论的图像融合/杨小远,石岩,王敬凯著.—北京:科学出版社,2019.6

(现代数学基础丛书;176)

ISBN 978-7-03-061569-5

I. ①基… II. ①杨… ②石… ③王… III. ①遥感图象-图象处理  
IV. ①TP751

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019) 第 112535 号

责任编辑:李静科 李 萍/责任校对:邹慧卿

责任印制:吴兆东/封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京建宏印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2019年6月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2019年6月第一次印刷 印张:18 插页:7

字数:348 000

定价:128.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 《现代数学基础丛书》编委会

主 编: 杨 乐

副主编: 姜伯驹 李大潜 马志明

编 委: (以姓氏笔画为序)

王启华 王诗晟 冯克勤 朱熹平

严加安 张伟平 张继平 陈木法

陈志明 陈叔平 洪家兴 袁亚湘

葛力明 程崇庆

## 《现代数学基础丛书》序

对于数学研究与培养青年数学人才而言，书籍与期刊起着特殊重要的作用。许多成就卓越的数学家在青年时代都曾钻研或参考过一些优秀书籍，从中汲取营养，获得教益。

20世纪70年代后期，我国的数学研究与数学书刊的出版由于“文化大革命”的浩劫已经破坏与中断了10余年，而在这期间国际上数学研究却在迅猛地发展着。1978年以后，我国青年学子重新获得了学习、钻研与深造的机会。当时他们的参考书籍大多还是50年代甚至更早期的著述。据此，科学出版社陆续推出了多套数学丛书，其中《纯粹数学与应用数学专著》丛书与《现代数学基础丛书》更为突出，前者出版约40卷，后者则逾80卷。它们质量甚高，影响颇大，对我国数学研究、交流与人才培养发挥了显著效用。

《现代数学基础丛书》的宗旨是面向大学数学专业的高年级学生、研究生以及青年学者，针对一些重要的数学领域与研究方向，作较系统的介绍。既注意该领域的基础知识，又反映其新发展，力求深入浅出，简明扼要，注重创新。

近年来，数学在各门科学、高新技术、经济、管理等方面取得了更加广泛与深入的应用，还形成了一些交叉学科。我们希望这套丛书的内容由基础数学拓展到应用数学、计算数学以及数学交叉学科各个领域。

这套丛书得到了许多数学家长期的大力支持，编辑人员也为其付出了艰辛的劳动。它获得了广大读者的喜爱。我们诚挚地希望大家更加关心与支持它的发展，使它越办越好，为我国数学研究与教育水平的进一步提高做出贡献。

杨 乐  
2003年8月

# 前 言

小波分析起源于 20 世纪 80 年代中期,是调和理论中的一个重要分支.作为一种信号分析工具,小波拥有时频局部化的特征<sup>[1]</sup>,弥补了传统 Fourier 变换缺乏时域局部信息的缺陷,这一点对于非平稳信号的分析尤为重要.随着近四十年的研究发展,小波分析已形成较为完备的理论体系,并广泛应用到信号处理、图像处理、数值计算、计算机科学、生物医学、地质勘探、气象分析等领域.同时,小波的巨大应用潜能也激发了学术工作者对传统小波理论进行拓展、创新与完善.

学术界公认的第一个小波系统是由 A. Haar 于 1909 年提出的 Haar 小波<sup>[2]</sup>. Haar 小波是  $L^2(\mathbb{R})$  空间中的一组标准正交基,由单位区间上的方形波函数通过平移与伸缩生成. Haar 小波在较窄的区间上幅值较大,在较宽的区间上幅值较小,这种结构符合时频分析的理想条件,特别适合分析具有突变特征的非平稳信号.尽管 Haar 小波蕴藏着小波思想的雏形,但小波理论的正式建立要归功于 J. Morlet 与 A. Grossmann 的共同工作,见 [3—6]. 事实上, J. Morlet 首先提出了“小波”这一名称. 随后, Y. Meyer 构造出了第二个正交小波<sup>[7,8]</sup>. 而在此之前仅有 Haar 小波是正交的. S. Mallat 与 Y. Meyer 合作建立了多分辨分析的概念<sup>[9,10]</sup>,为推动小波理论的发展起到了至关重要的作用. 特别是, S. Mallat 将小波变换与离散滤波器组联系起来,建立了快速小波变换(即 Mallat 算法),从而使小波被更多工程技术人员所熟知,成为一种广泛使用的时频分析工具. 关于小波的理论知识、技术实现以及应用等内容可参考 [11—15].

小波框架是正交/双正交小波理论的一种延伸. 框架的概念最初来自 R. J. Duffin 与 A. C. Schaeffer 在非调和 Fourier 级数方面的研究工作. 在 [16] 中, R. J. Duffin 和 A. C. Schaeffer 将框架作为替代 Hilbert 空间中标准正交基或 Riesz 基的展开工具. 概括地讲,对于  $L^2(\mathbb{R})$  空间中的一组函数  $\{f_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ , 设空间中的任意函数  $f \in L^2(\mathbb{R})$  可以表示为

$$f = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n f_n.$$

若系数  $\{c_n\}$  是唯一的,则  $\{f_n\}$  构成  $L^2(\mathbb{R})$  空间中的一组基;若系数  $\{c_n\}$  不唯一,即  $\{f_n\}$  是线性相关的,便产生了框架的概念. 框架表示的优势主要包括以下几点.

首先, 框架具有冗余性. 如果适当舍弃一些系数, 信号仍旧可以实现完全重构, 这是正交基或 Riesz 基所不具备的. 其次, 框架的构造条件宽松, 具有较大的灵活性, 易于构造一些具有指定性质 (例如, 紧支撑、对称性、正则性、高阶消失矩等) 的小波函数. 最后, 框架系数的不唯一性为选择最佳逼近提供了可能. 在实际应用中, 一个自然的期望是用尽量少的系数表示尽可能多的信息, 即稀疏表示 (sparse representation).

稀疏表示是非线性逼近中的核心问题之一. 传统的正交/双正交小波变换能够为一维分段光滑信号提供最优逼近<sup>[17]</sup>. 然而对于高维信号, 例如二维图像、小波变换并不能提供良好的稀疏表示. 这是因为传统的二维可分离小波由一维小波的张量积构成, 其只能捕捉点的奇异性, 却不能有效表示边缘及轮廓. 因此, 如何弥补传统可分离小波变换的缺陷, 寻找更有效的高维信号表示工具就成了小波分析与图像处理中的热门话题. 理想的表示 (变换) 应具有以下几点特征<sup>[18]</sup>:

- (1) 多分辨性: 表示应能够对图像 (信号) 由粗到细渐进地逼近;
- (2) 局部性: 表示的基函数应具有时频局部性;
- (3) 方向性: 基函数应具有多方向性;
- (4) 各向异性: 基函数的支撑应具有可变形状, 能够根据图像的轮廓自适应匹配.

传统的基于多分辨分析的小波构造方法通过寻找  $L^2(\mathbb{R})$  中的尺度函数, 并加以平移和伸缩操作实现. 而提升模式<sup>[19-22]</sup> 则为小波的构造提供了新的途径. 提升模式由 W. Sweldens 等于 20 世纪 90 年代后期提出. 与传统构造方法不同的是, 提升方法完全在时域上进行, 不需要 Fourier 变换, 因此适用于不具备平移与伸缩定义的空间, 例如曲面或有界区域. W. Sweldens 将提升构造出来的小波称为“第二代小波”<sup>[22]</sup>. 提升模式能够实现快速小波变换, 计算复杂度低, 特别是随着滤波器长度的增加, 理论上计算开销只有 Mallat 算法的一半<sup>[19]</sup>. 同时, 提升具有原位 (in-place) 计算的特点, 不需要额外的存储空间. 此外, 提升模式具备完全重构性质, 亦能够实现整数变换. 众多优点使得提升成了实现小波变换的主流方法, 例如, JPEG2000 标准中的变换部分即采用了 5/3 和 9/7 双正交小波基的提升变换<sup>[23]</sup>.

本书详细介绍作者近十年在框架变换这一研究领域的研究成果<sup>[24-42]</sup>. 第 1 章介绍框架基础理论, 包括一些典型框架, 如 Gabor 框架、小波框架以及复紧框架. 第 2 章介绍对偶框架提升变换理论, 包括对偶框架提升分解定理及具有任意阶消失矩的小波构造方法. 第 3 章介绍二维对偶框架提升变换理论, 包括各向同性对偶

框架提升变换和各向异性对偶框架提升变换. 作为应用部分, 第 4 章讨论基于框架提升变换的图像去噪算法, 第 5 章讨论基于框架提升变换的多源遥感图像融合算法, 第 6 章讨论基于框架域的随机游走全色锐化方法, 第 7 章讨论基于框架域的随机游走合成孔径雷达图像融合算法.

本书得到国家自然科学基金 (61671002, 61501029, 61421001)、北京航空航天大学出版基金以及北京理工大学明精计划课程建设专项 (“信号处理理论与技术” 核心贯通课) 资助, 在此一并表示感谢!

由于作者水平有限, 书中难免有不妥之处, 恳请读者批评指正.

杨小远

2019 年 1 月 29 日



# 本书常用符号

符号	说明
$a \in A$	$a$ 是集合 $A$ 的元素
$A \subset B$	集合 $A$ 是集合 $B$ 的子集
$A \cup B$	集合 $A, B$ 的并集
$A \cap B$	集合 $A, B$ 的交集
$A^c$	集合 $A$ 的补集
$A - B$ 或 $A \setminus B$	集合 $A, B$ 的差集, 即 $A \cap B^c$
$A \times B$	集合 $A, B$ 的笛卡儿积, 即 $\{(a, b)   a \in A, b \in B\}$
$\mathbb{N}$	自然数集
$\mathbb{Z}$	整数集 (环)
$\mathbb{Z}^+$	正整数集
$\mathbb{Q}$	有理数集
$\mathbb{R}$	实数集 (域)
$\mathbb{C}$	复数集 (域)
$\mathbb{R}^d$	$d$ 维实向量空间, $\mathbb{R}^1 = \mathbb{R}$
$\mathbb{C}^d$	$d$ 维复向量空间, $\mathbb{C}^1 = \mathbb{C}$
$\mathbb{Z}^d$	$d$ 维整数点格 (lattice)
$\mathbb{R}^{m \times n}$	实数域上 $m \times n$ 矩阵组成的集合
$\mathbf{A}^T$	矩阵 $\mathbf{A}$ 的转置
$\text{tr}(\mathbf{A})$	矩阵 $\mathbf{A}$ 的迹
$\det(\mathbf{A})$	矩阵 $\mathbf{A}$ 的行列式
$\mathcal{H}$	Hilbert 空间
$L^p(I)$	$L^p$ 空间, 即 $f \in L^p(I) \Leftrightarrow \int_I  f(x) ^p dx < +\infty$ , 其中 $I$ 为有限区间或 $\mathbb{R}^d$
$\ell^p(I)$	$\ell^p$ 空间, 即 $\{c_i\}_{i \in I} \in \ell^p(I) \Leftrightarrow \sum_{i \in I}  c_i ^p < +\infty$ , 其中 $I$ 为索引集
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	标准内积
$\ \cdot\ $	Hilbert 空间中的范数, $\ x\  = \sqrt{\langle x, x \rangle}$
$\text{Im}F$	算子 $F: H_1 \rightarrow H_2$ 的象空间, 即 $\text{Im}F = \{g \in H_2   \exists f \in H_1, Ff = g\}$
$\text{Null}F$	算子 $F: H_1 \rightarrow H_2$ 的核空间, 即 $\text{Null}F = \{f \in H_1   Ff = 0\}$
$C^m(I)$	$I$ 上 $m$ 次连续可微函数集合, 其中 $I$ 为有限区间或 $\mathbb{R}$
$C^\infty(I)$	$C^\infty(I) = \bigcap_{m=0}^\infty C^m(I)$

# 彩 图

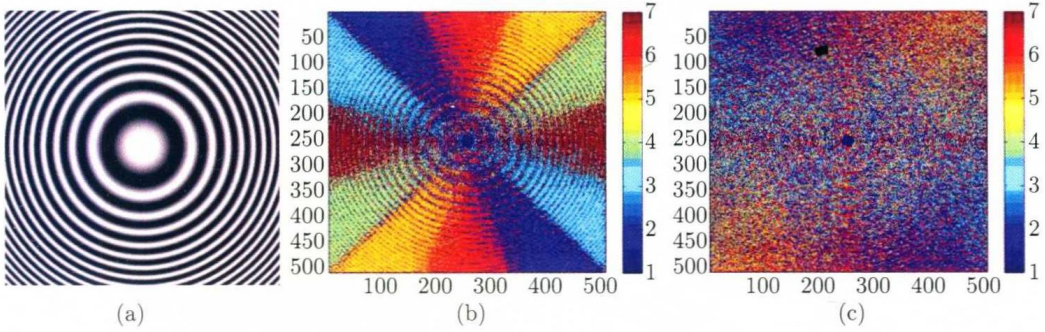


图 3.4.2 方向 Neville 滤波器预测方向结果: (a) zoneplate; (b)  $N = 2$ ; (c)  $N = 4$

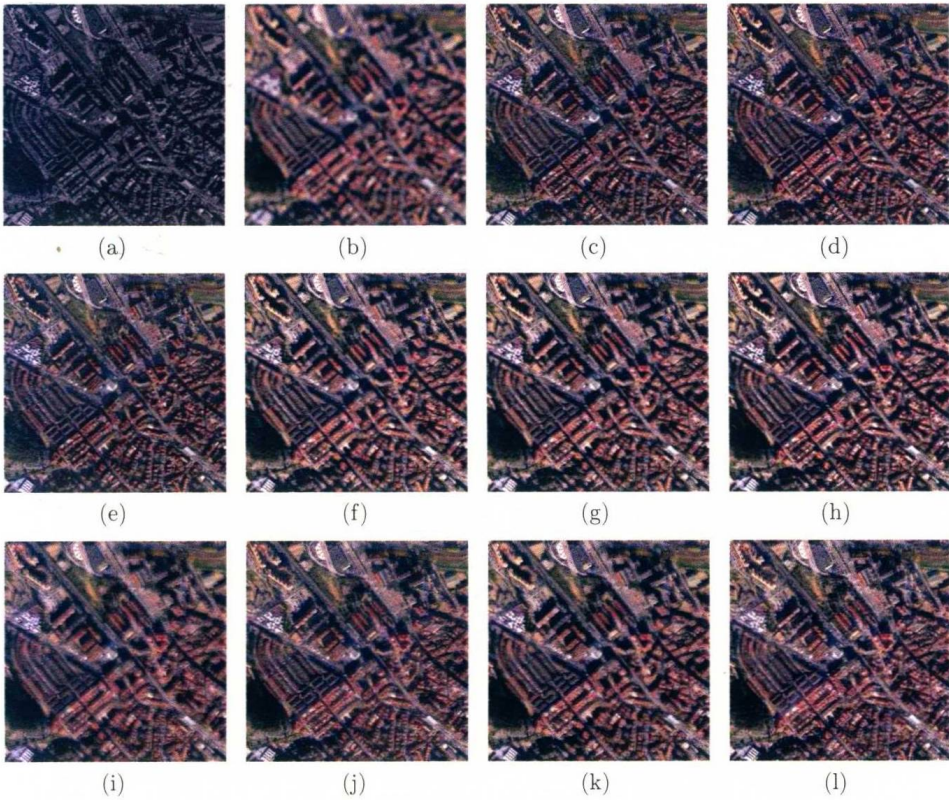


图 5.2.2 SPOT 6 Barcelona 融合结果局部图: (a) 全色图像; (b) 重采样多光谱图像;  
 (c) AIHS; (d) PCA; (e) GS; (f) AWLP; (g) GLP-CBD; (h) ATWT-SDM; (i) CDWL; (j) NFLT;  
 (k) NFLT-CI; (l) NFLT-CBD

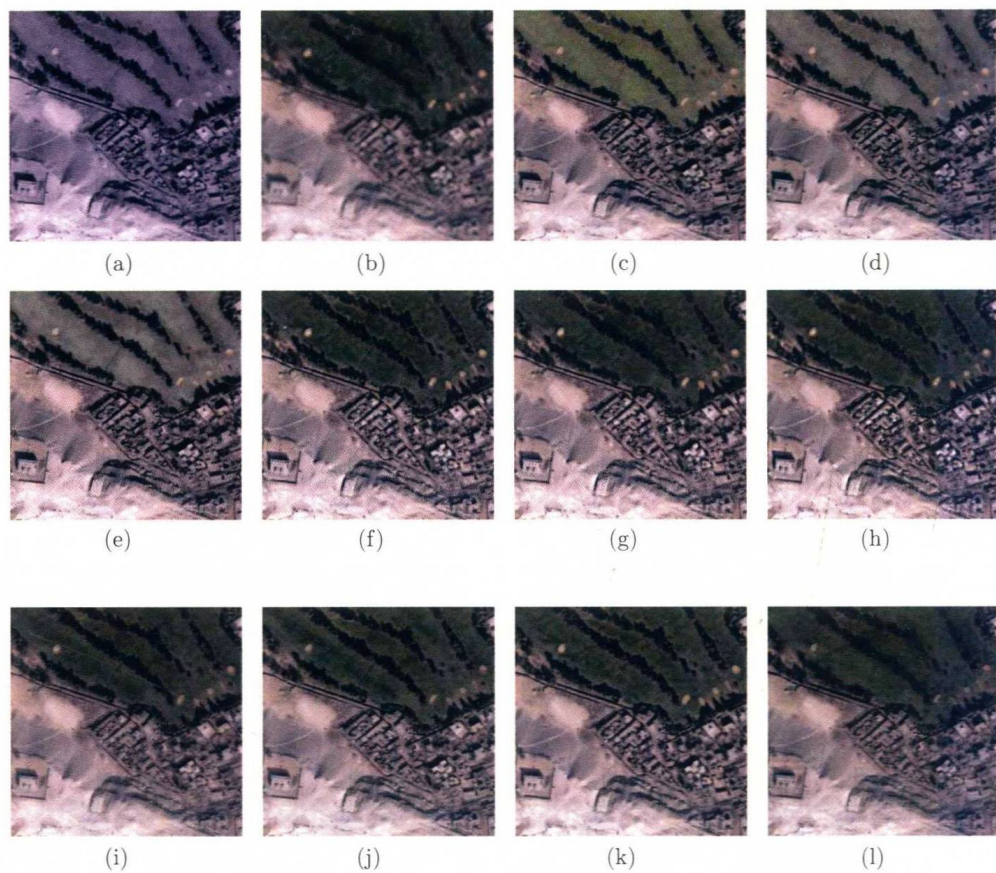


图 5.2.3 QuickBird Pyramids融合结果局部图: (a) 全色图像; (b) 重采样多光谱图像;  
 (c)AIHS; (d)PCA; (e)GS; (f)AWLP; (g)GLP-CBD; (h)ATWT-SDM; (i)CDWL; (j)NFLT;  
 (k)NFLT-CI; (l)NFLT-CBD

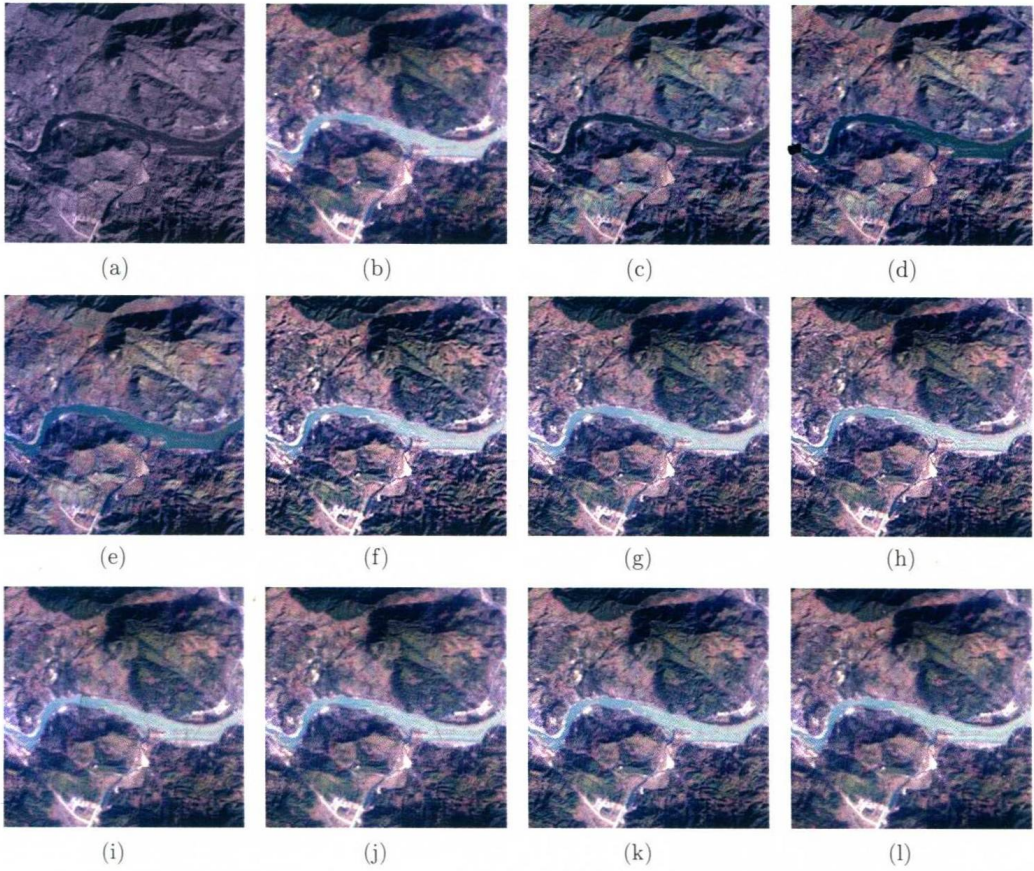


图 5.2.4 Landsat 7 ETM+ Wenzhou融合结果局部图: (a) 全色图像; (b) 重采样多光谱图像; (c)AIHS; (d)PCA; (e)GS; (f)AWLP; (g)GLP-CBD; (h)ATWT-SDM; (i)CDWL; (j)NFLT; (k)NFLT-CI; (l)NFLT-CBD

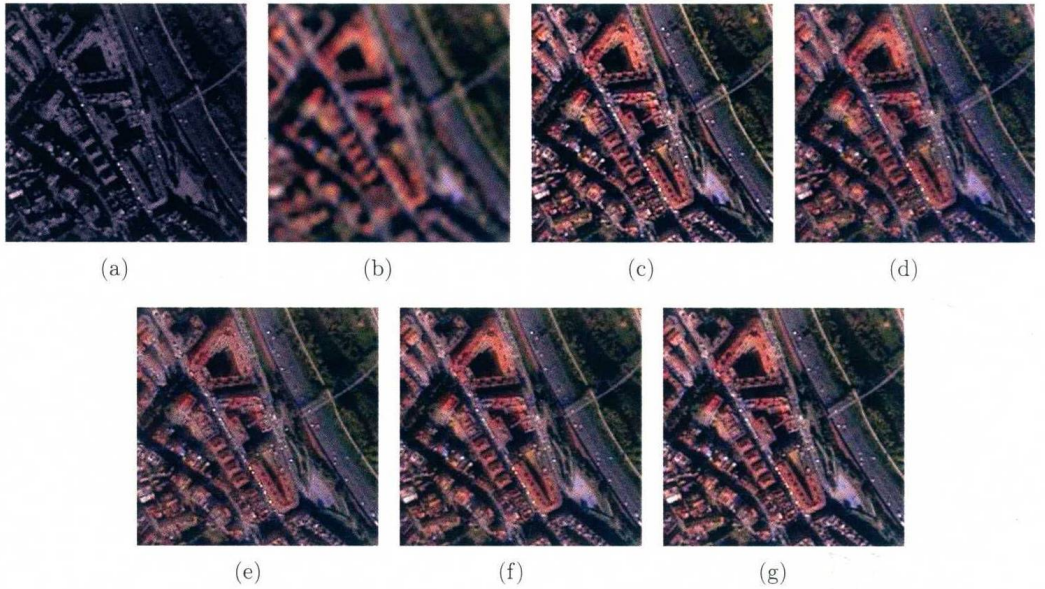


图 5.2.5 SPOT 6 Barcelona融合结果局部图: (a) 全色图像; (b) 重采样多光谱图像; (c)CT; (d)NSCT; (e)ST-PCNN; (f)NFLT-CI; (g)AFLT-CI

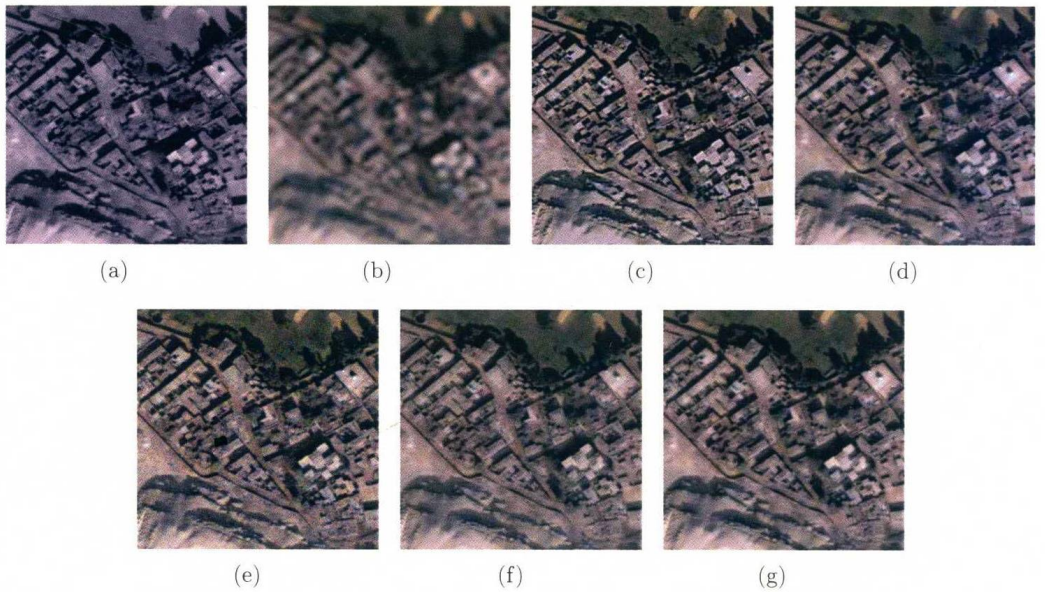


图 5.2.6 QuickBird Pyramids 融合结果局部图: (a) 全色图像; (b) 重采样多光谱图像; (c)CT; (d)NSCT; (e)ST-PCNN; (f)NFLT-CI; (g)AFLT-CI

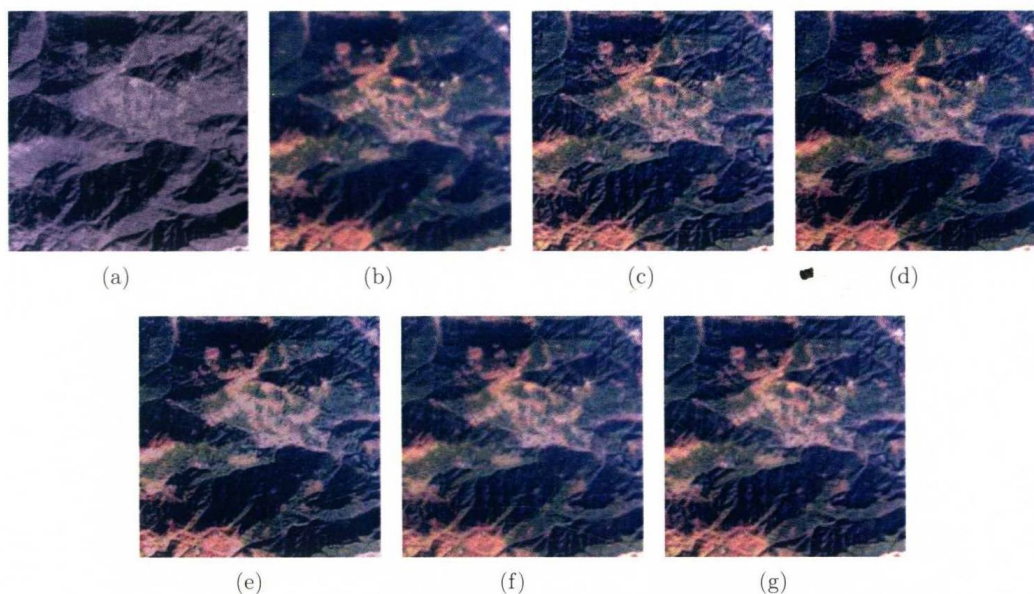


图 5.2.7 Landsat 7 ETM+ Wenzhou 融合结果局部图: (a) 全色图像; (b) 重采样多光谱图像; (c)CT; (d)NSCT; (e)ST-PCNN; (f)NFLT-CI; (g)AFLT-CI

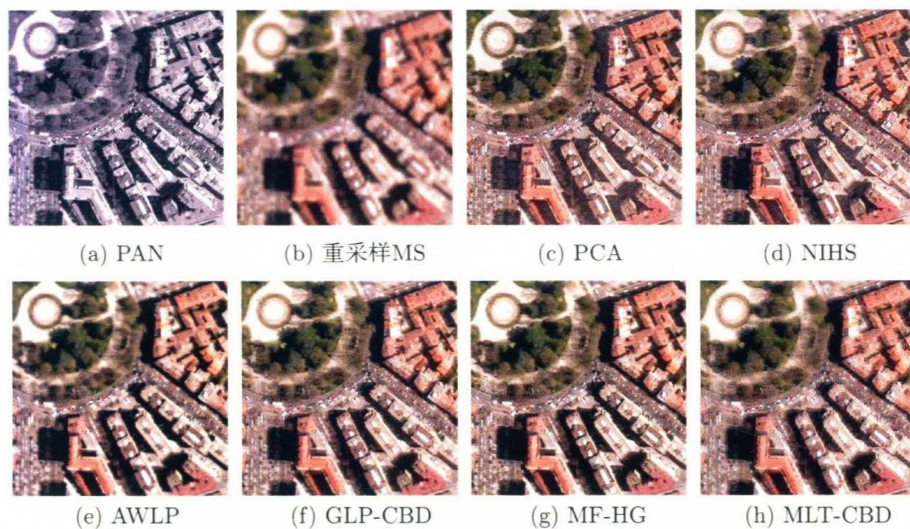


图 5.3.2 Pléiades 融合结果视觉比较

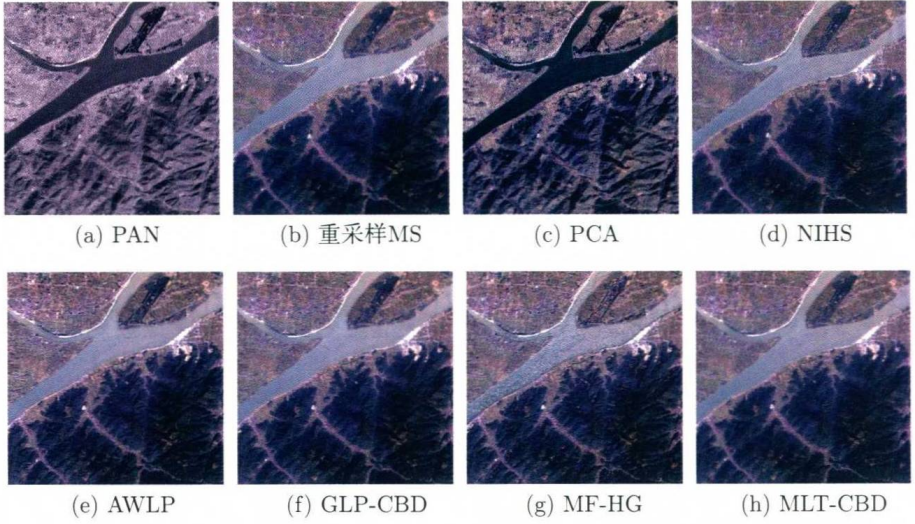


图 5.3.3 Landsat 融合结果视觉比较

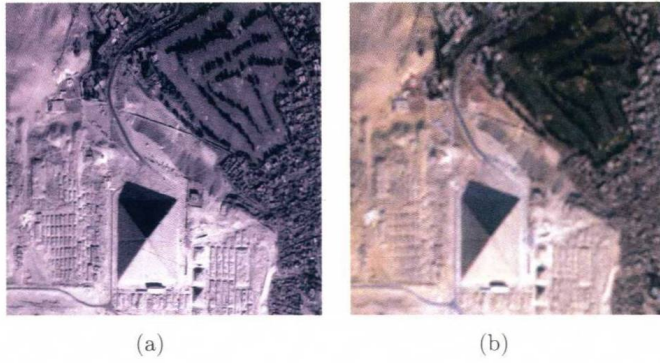


图 6.2.1 (a) PY-PAN; (b) PY-MS

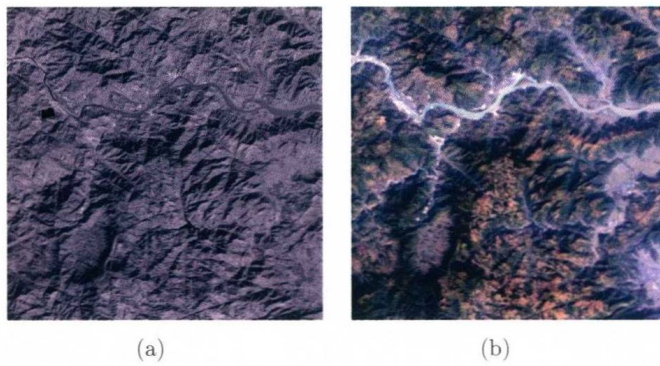


图 6.2.2 (a) WZ-PAN; (b) WZ-MS

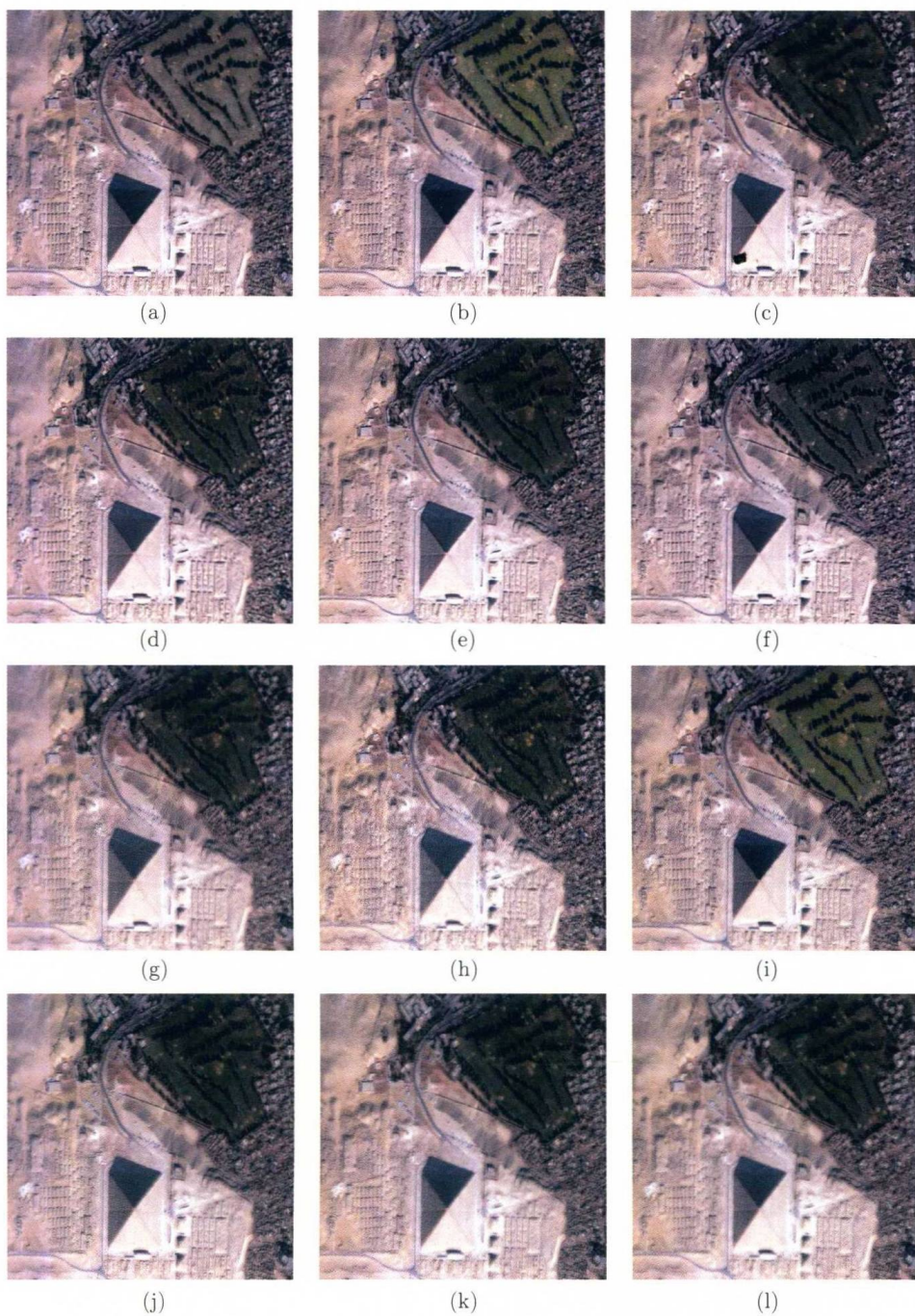


图 6.2.4 PY-PAN 与 PY-MS 融合结果图: (a) GS; (b) IHS; (c) MTF+GLP;  
 (d) AWT+CDWL; (e) AWT+SDM; (f) NSCT; (g) NFLT-CI; (h) SRDIP; (i) RW;  
 (j) NFT+RW(0.1); (k) NFT+RW(0.5); (l) NFT+RW(0.9)



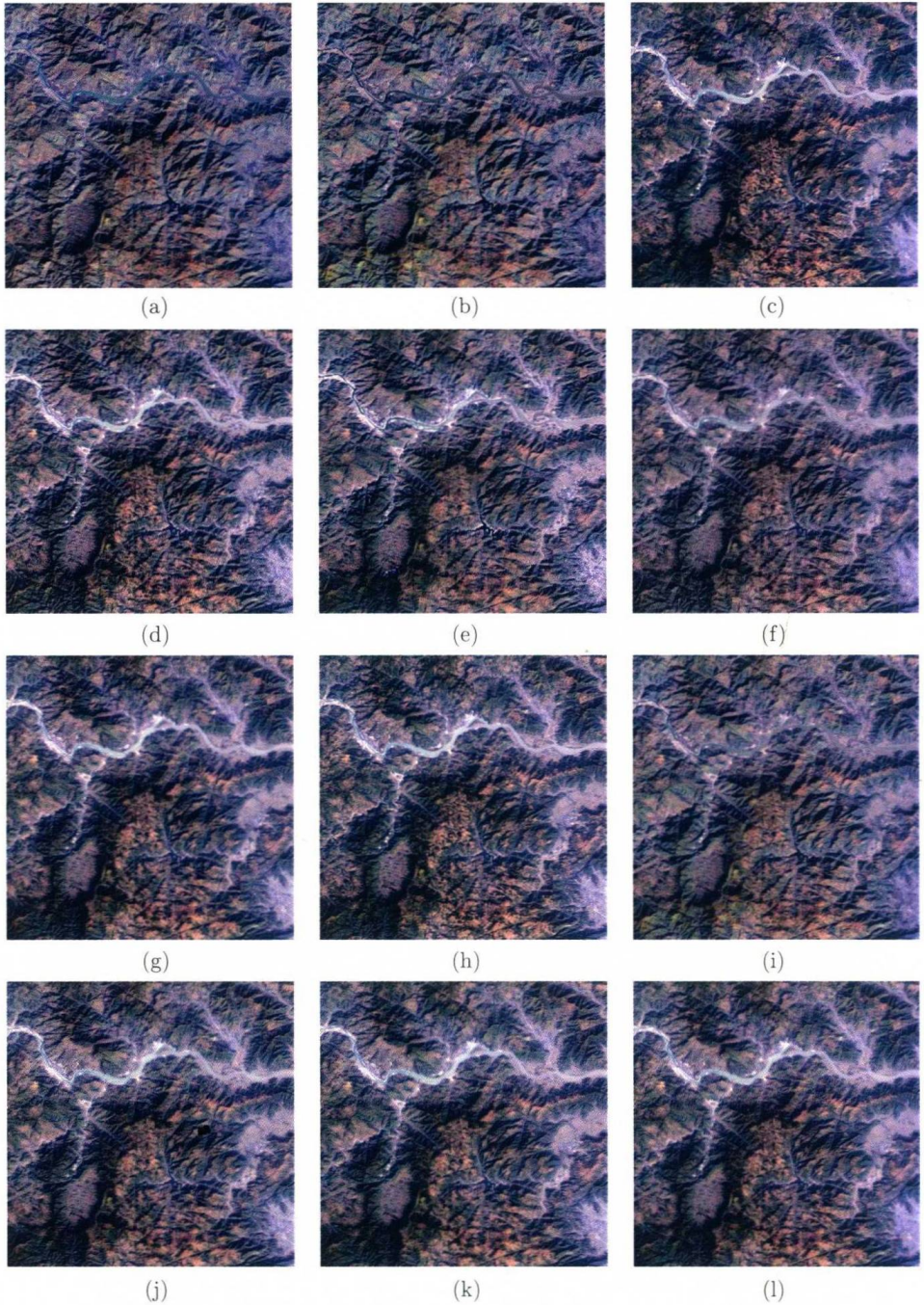


图 6.2.5 WZ-PAN 与 WZ-MS 融合结果图: (a) GS; (b) IHS; (c) MTF+GLP;  
 (d) AWT+CDWL; (e) AWT+SDM; (f) NSCT; (g) NFLT-CI; (h) SRDIP; (i) RW;  
 (j) NFT+RW(0.1); (k) NFT+RW(0.5); (l) NFT+RW(0.9)