高等院校应用型规划教材——经济管理系列

证券投资学

赵贞玉　编　著

免费赠送电子课件

清华大学出版社

高等院校应用型规划教材——经济管理系列

证券投资学

赵贞玉　编　著

清华大学出版社
北　京

内 容 简 介

本教材是作者对长期从事证券投资教学科研工作的总结，书中除了系统性地介绍经典的资本市场理论外，还包含了作者对相关理论和实践问题的研究和思考。

本教材非常注重经典资本市场理论的数理推导，努力介绍清楚理论的来龙去脉和理论间的内在逻辑关系。书中有丰富案例、延伸阅读和人物百科，试图利用浅显的生活实例介绍深刻的投资学道理，向读者展示部分金融学者的学术成就和勇于实践的精神。

本教材分为十章，前七章围绕经典资本市场理论展开，分别对资产选择理论、资本资产定价模型、套利定价理论、期权定价理论、有效市场假说、行为金融理论和弹簧振子理论进行了详细的介绍；第八章，利用弹簧振子理论，对上海股市一级市场的 IPO 定价效率和上海股市二级市场对新股的定价效率进行了实证研究；第九章，利用弹簧振子理论，以上市公司公布的年报作为信息事件，就上海股市二级市场对年报信息的反应效率进行了实证研究；第十章，对常见的金融工具的定价模型展开了论述。

本教材强调理论联系实际，将资本市场经典理论以简洁明了、通俗易懂的语言呈现给读者，以期为读者提供一些帮助和启发。

本教材适合作为金融专业高年级本科生、研究生的教材或辅导书，也可以为金融从业人员、金融研究人员和有兴趣的相关人员提供参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。
版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989　13701121933

图书在版编目(CIP)数据

证券投资学/赵贞玉编著. —北京：清华大学出版社，2019
(高等院校应用型规划教材——经济管理系列)
ISBN 978-7-302-51950-8

Ⅰ. ①证…　Ⅱ. ①赵…　Ⅲ. ①证券投资—高等学校—教材　Ⅳ. ①F830.91

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 294808 号

责任编辑：陈立静
装帧设计：刘孝琼
责任校对：吴春华
责任印制：刘海龙
出版发行：清华大学出版社
网　　址：http://www.tup.com.cn, http://www.wqbook.com
地　　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　邮　　编：100084
社 总 机：010-62770175　　邮　　购：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
课件下载：http://www.tup.com.cn, 010-62791865
印 装 者：三河市君旺印务有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　　印　张：14.5　　字　数：352 千字
版　　次：2019 年 5 月第 1 版　　印　次：2019 年 5 月第 1 次印刷
定　　价：39.00 元

产品编号：073107-01

前　言

证券投资学是以众多学科为基础、研究证券投资活动及其规律性的应用型经济学科。作为金融学科的重要核心课程，证券投资学在高校金融专业的教学科研中占据重要地位。同时，随着我国资本市场的发展、投资者数量的不断增加，对证券投资知识的教育普及愈发重要。作者本着促进证券投资的课堂教学，为投资者提供思想、理论和方法上的参考为初衷而编写此书。

自从 20 世纪 40 年代以来，金融学领域涌现了大量的经典理论和方法，如：Markowitz 的资产选择理论、Modigliani 和 Miller 的 MM 理论、Fama 的有效市场理论、Sharpe 的资本资产定价模型、Ross 的套利定价理论、Black 和 Scholes 的期权定价理论等。这些理论以严格的数学模型和抽象分析为基础，通过大量的数理推导，构成了现代资本市场理论体系。

本书是作者在多年的课程教学讲义的基础上编写而成的，其中融入了作者的部分研究与思考。本书试图为证券投资学提供简洁明了的思路和通俗易懂的方法，努力钩稽理论之间的逻辑联系。书中穿插着部分金融学者的人物百科，介绍学者的生平及学术贡献，以便向读者展示资本市场理论的发展脉络，提醒读者注重理论联系实际，唤起读者勇于实践的精神。

本书由赵贞玉编著，具体编写分工如下：第一至五章、第九章和第十章由赵贞玉撰写；第六章由郑梦璐撰写；第七章由耿艳撰写；第八章由普源撰写，部分案例由周玲玉和廖谢敏撰写。最后由赵贞玉统一修改定稿，感谢耿艳、普源、郑梦璐和周玲玉。

在著书的过程中，作者也遇到了许多困难，深刻感受到了“学无止境”，本书最终能够得以顺利出版，离不开相关人员的支持与帮助。在此，特别感谢上海大学经济学院祝波副教授、吕文俊博士的支持和建议，两位老师的倾情相助对于本书的完善起到了积极的推动作用。

限于作者水平，本书难免存在不足甚至错误之处，恳请读者批评指正。

赵贞玉

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

引言　预备知识和方法

【学习要点及目标】

通过本环节的学习，理解资金的时间价值，掌握资金时间价值的计息方式，掌握现值、终值及年金之间的换算关系；理解风险的概念及分类，掌握风险的度量指标及其计算方法；掌握必要的、基本的统计学知识。

【关键概念】

时间价值　复利　风险　系统风险　非系统风险　方差　β系数

第一节　证券投资的基本观念

投资者在进行投资决策时，最终考虑的因素包括两个方面：收益率和风险。收益率就是投资者投入的资金随时间推移而增值的速度，此即为资金的时间价值。风险则是给投资者带来损失的不确定性。

一、资金的时间价值

资金的时间价值在证券投资中是一个十分重要的基本理念，是进行投资决策、正确计算投资收益的重要依据。资金的时间价值是投资随着时间的推移而增值的部分。比如，现在将 100 元存入银行，存款期限为 1 年，若银行的年利率为 5%，那么，今天的 100 元在一年后的本利和就变成了 105 元，这多出的 5 元就是 100 元资金一年来的时间价值。通常情况下，时间价值相当于没有风险、没有通货膨胀情况下的社会平均利润率。

1. 终值和现值

终值是指现在的一笔投资在未来某个时点上的价值，记作 F 。

现值是指未来某一时点上一定量的资金折算到现在的价值，记作 P 。

现值和终值是一定量资金在前后不同时点上对应的价值，其差额即为资金的时间价值。

2. 计息方式

计息方式分为单利计息和复利计息。

单利计息是只对本金计算利息，前期利息不加入本金滚动计算下期利息，即各期的利息是相同的。若以 F 表示终值，P 为现值，n 为期限，r 为利率，那么单利计息方式下的终值与现值的关系为：

$$F = P + nPr \tag{0-1}$$

【例 0-1】储户将 10000 元存入银行，存期 3 年，年利率为 5%，单利计息，求三年后的本利和。

$$F = P + nPr = 10000 + 3 \times 10000 \times 5\% = 11500\,(\text{元})$$

由于单利计息的基础不随时间变化，所以单利计息方式是相对不科学的。

复利计息是以本金及前期利息之和为基础计算下一期利息，即将前期利息加入本金，逐期滚动计算利息，各期的利息随时间递增，复利计息是科学的计息方式。复利计息方式又可分为简单复利计息和连续复利计息。

简单复利计息是将整个投资阶段分为若干期，前一期末的本利和，作为下一期计算利息的本金基数，以此类推，计算出各期的利息额，加总得出整个投资阶段的总利息。简单复利计息方式下，终值与现值的关系为：

$$F = P(1+r)^n \Leftrightarrow P = \frac{F}{(1+r)^n} \tag{0-2}$$

【例 0-2】投资者用 10 万元购入某种基金，基金承诺年收益率为 5%，期限 4 年，求期满后投资者能收回多少元？

$$F = P(1+r)^n = 10 \times (1+5\%)^4 = 12.155\,(\text{万元})$$

简单复利是对单利的改进，但这种改进不彻底，因为此时要求投资期限为整数期。对于非整数期或短期投融资(如隔夜拆借、余额宝等)而言，简单复利的计算不够精确。

连续复利是简单复利的极限形式，当简单复利的计息周期无限短时，简单复利就演化为连续复利。

下面通过例子来推导连续复利计息终值与现值的关系公式。

【例 0-3】某债券票面年利率为 r，每半年付息一次，则该债权实际年利率是多少？

由于该债券每半年付息一次，一年内按照复利计息两次(可以理解为：将上半年的本利取出并再存半年)，可以得出其实际年利率为：

$$r^* = \left(1+\frac{r}{2}\right)^2 - 1 \tag{0-3}$$

同理，如果该债券每季度付息一次，则其实际年利率为：

$$r^* = \left(1+\frac{r}{4}\right)^4 - 1$$

当该债券每年付息 n 次时，其实际年利率为：

$$r^* = \left(1+\frac{r}{n}\right)^n - 1$$

而当 $n \to \infty$ 时，则该债券的实际年利率为：

$$r^* = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{r}{n}\right)^n - 1 = \mathrm{e}^r - 1 \tag{0-4}$$

式(0-4)即为连续复利计息方式下实际年利率与票面年利率(即名义年利率)的关系，此时 t 年后的终值与现值之间的关系为：

$$F = P(1+r^*)^t = P\cdot \mathrm{e}^{rt} \Leftrightarrow P = F\cdot \mathrm{e}^{-rt} \tag{0-5}$$

3. 年金的终值和现值

年金是指在一定期间内，每隔相同时期收入或者支出等额资金的系列现金流。如等额本息偿还房贷、发放养老金、支付租金、提取折旧等都属于年金收付形式。年金源于自由市场经济比较发达的国家，是一种属于企业雇主自愿建立的员工福利计划。年金根据每期收付资金的时间点不同，可以分为普通年金、预付年金、永续年金。

1) 普通年金(A)

普通年金是指在未来一段时期内，每一期期末发生等额资金的系列现金流，普通年金又可称为后付年金。

(1) 普通年金与现值的关系。假设有一笔 n 期、每期金额为 A 的普通年金，贴现率为 r ，则该普通年金现值的计算方法如图 0-1 所示。

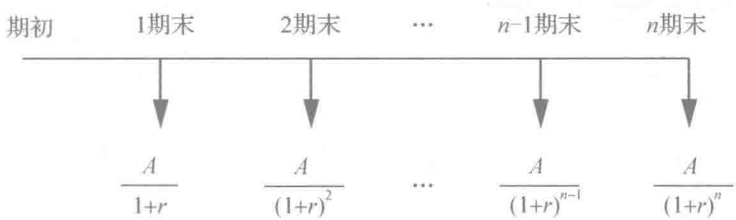

图 0-1　普通年金与现值

从图 0-1 中，可以得出普通年金与其现值之间的关系为：

$$P = \frac{A}{1+r} + \frac{A}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{A}{(1+r)^n} = A\times\frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n} \tag{0-6}$$

式中： $\dfrac{(1+r)^n-1}{r(1+r)^n}$ 称为普通年金现值系数，记作 $(P/A,r,n)$ ，反映普通年金与其现值之间的倍数关系。

【例 0-4】居民为买房向银行按揭贷款了 100 万元，期限 30 年，名义年利率为 4.9%，居民选择等额本息的还款方式。求自下个月开始，居民每月还款额。

解：根据题意，将名义年利率转化为月利率，将 30 年期转化为以月为计息周期，有：

$$r = \frac{4.9\%}{12} = 0.00408,\quad n = 30\times 12 = 360$$

从而

$$P = A\times\frac{(1+r)^n-1}{r(1+r)^n} \Rightarrow A = P\times\frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n-1} = 10^6\times\frac{0.00408\times(1+0.00408)^{360}}{(1+0.00408)^{360}-1} = 5307.267\ (元)$$

该居民每月应还房贷 5307.276 元。

(2) 普通年金与终值的关系。根据式(0-2)和式(0-6)，可以得出普通年金与其终值之间的

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

关系为：

$$F = A \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} \tag{0-7}$$

式中：$\frac{(1+r)^n - 1}{r}$ 称为普通年金终值系数，记作 $(F/A,r,n)$，反映普通年金与其终值之间的倍数关系。

【例 0-5】某职员为了在 60 岁退休时能一次性取出 50 万元，他从 22 岁开始，每年末应等额向养老基金存入多少元(假设养老基金承诺的年利率为 3%)？

解：$F = A \times \frac{(1+r)^n - 1}{r} \Rightarrow A = F \times \frac{r}{(1+r)^n - 1} = 500000 \times \frac{3\%}{(1+3\%)^{38} - 1} = 7229.67$ (元)

该职员每年末应等额存入 7229.67 元。

2) 预付年金(A')

预付年金是指在未来一段时期内，每一期期初发生等额资金的系列现金流。预付年金又可称为偿债基金。预付年金与普通年金的区别仅仅在于发生现金流的时间不同。上面已经分别推导了普通年金与现值和终值的计算公式，那么只要在这个基础上再多计一期的利息，即乘以$(1+r)$，便可得到预付年金与其现值和终值的倍数关系。

(1) 预付年金与现值的关系。预付年金与其现值之间的关系为：

$$P = A' \times \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^{n-1}} \tag{0-8}$$

式中：$\frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^{n-1}}$ 称为预付年金现值系数，记作 $(P/A',r,n)$，反映预付年金与其现值之间的倍数关系。

(2) 预付年金与终值的关系。预付年金与其终值之间的关系为：

$$F = A' \times \frac{(1+r)^{n+1} - (1+r)}{r} \tag{0-9}$$

式中：$\frac{(1+r)^{n+1} - (1+r)}{r}$ 称为预付年金终值系数，记作 $(F/A',r,n)$，反映预付年金与其终值之间的倍数关系。

3) 永续年金(A^*)

永续年金是指未来每期期末发生等额的现金流并一直持续下去，也称永久年金。它是普通年金的一种特殊形式，当普通年金中的期限 $n \to \infty$ 时，就成了永续年金。永续年金没有终值，其与现值之间的关系可从式(0-6)中令 $n \to \infty$ 得到：

$$P = \frac{A^*}{r} \tag{0-10}$$

二、风险及风险溢价

1. 风险的定义

经济学意义上的风险是指给经济主体带来损失的那部分不确定性。不确定性是中性的，

不确定性有可能给经济主体带来超额收益，也有可能带来损失，风险强调的是带来损失的那部分不确定性。虽然不确定性是中性的，但不同年龄段的投资者对待不确定性的态度是不同的：年轻人应更加偏好不确定性，而老年人则厌恶不确定性。

【延伸阅读 0-1】 理性投资者与风险偏好

在对待风险态度的问题上，不同的投资者对风险的态度是不同的，一部分人可能喜欢大得大失的刺激，另一部分人则可能更愿意“求稳”。根据投资者对风险的不同偏好将其分为风险追求者、风险厌恶者和风险中立者。其各自的数学表现为：

设 $EX=a$，$U(x)$ 为投资者的效用函数，则：

若 $EU(X)>U(a)$，则投资者为风险追求者；

若 $EU(X)<U(a)$，则投资者为风险厌恶者；

若 $EU(X)=U(a)$，则投资者为风险中立者。

对于以追求自身效用最大化为目标的理性投资者而言，由于货币的边际效用递减，理性投资者表现为风险厌恶者，如图 0-2 所示。

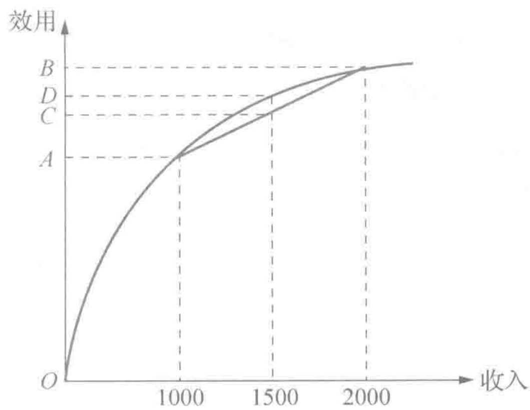

图 0-2　财富与效用

假设一个理性的投资者现有 1500 元，其面临这样的博弈：掷一个均匀的硬币，若正面朝上，则赢得 500 元；若反面朝上，则输掉 500 元。很容易看出，这是一个公平博弈，那么该投资者是否会接受这个公平博弈呢？

如果不参与博弈，则投资者的效用水平为 D；

如果参与博弈，则投资者的期望效用为 $\dfrac{A+B}{2}=C<D$。

因而，即便是公平博弈，追求自身效用最大化的理性投资者是不会参与这样的博弈的，因为其得到 500 元带来的效用增加量不足以弥补失去 500 元造成的效用减少量。

事实上，当该投资者获得一定的风险补偿时，其有可能愿意承担上述博弈带来的不确定性，如图 0-3 所示。

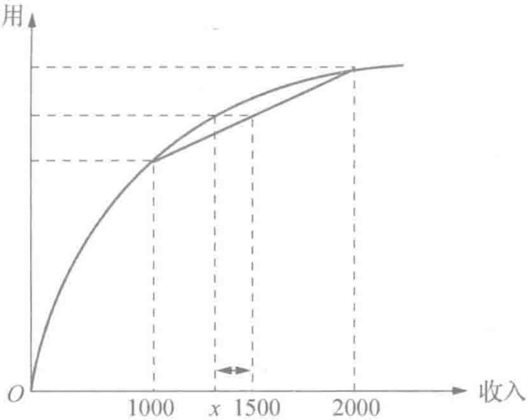

图 0-3　投资者的风险补偿

根据图 0-3，若投资者参与了这个博弈，其期望的效用水平相当于拥有 x 收入水平，显然，该博弈使投资者损失了相当于$(1500-x)$元的效用。当投资者获得$(1500-x)$元的风险补偿时，投资者愿意参与该博弈。所以$(1500-x)$元应为参与博弈的风险补偿。

评析

理性的投资者表现为风险规避者，其选择资产的态度是：当期望收益率相同时，偏好于低风险的资产；当风险相同时，则钟情于更高预期收益率的资产。在实际应用中，投资的成败关键在于投资者对风险的认知程度。清楚自己的风险偏好，了解自身的风险承受能力，据此选择相应的金融工具，才能在风险可控的前提下，实现其投资目标。

2. 风险的分类

风险按其影响范围可分为系统风险和非系统风险。

系统风险是指影响所有资产的、不能通过资产组合而消除的风险。系统风险是由影响整个市场的系统风险因素所引起的，包括宏观经济形势、国家经济政策、财税改革、石油危机和中央银行调整利率等，这些因素单个或综合发生，导致所有资产价格发生动荡，投资者无法事先采取组合投资予以规避或分散风险，因而，系统风险又称为不可分散风险或宏观风险。

非系统风险又称非市场风险或可分散风险，是由股份公司自身某种原因而引起资产价格下跌的可能性。引起非系统风险的因素主要是企业内部的微观因素，如信用风险、经营风险、财务风险、操作风险等公司特有风险。非系统风险产生于某一公司或某一行业的独特事件，如破产、违约等，与整个证券市场没有系统性的联系，这是总的投资风险中除了系统风险外的偶发性风险，或称残余风险。非系统风险只影响一种或几种资产，投资者可以通过组合投资有效分散非系统风险。

3. 风险的度量

虽然风险特指给经济主体带来损失的那部分不确定性，可是反映这部分不确定性的统计指标要么太过复杂，要么没有良好的统计性质。下面介绍的风险度量指标所反映的是整

体的不确定性。

1) 平均差

平均差是总体各单位与其算术平均数的离差绝对值的算术平均数，计算公式如下：

$$A.D.=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|x_i-\bar{x}\right| \tag{0-11}$$

式中：$\bar{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$ 表示所有单位的算术平均数。

平均差反映总体所有单位到其均值的平均距离，平均差越大，表明总体各单位的离散程度越大；平均差越小，表明总体各单位的离散程度越小。由于平均差不具有良好的统计性质，因此实际中运用得比较少。

2) 方差和标准差

方差是各变量值与其均值离差平方的算术平均数，是度量离散程度的最常用指标。方差可以分为样本方差和总体方差，其各自计算公式如图 0-4 所示。

- 方差
  - 样本方差
    - 全样本方差：$S_{n-1}^2=\dfrac{1}{n-1}\sum(X_i-\overline{X})^2$
    - 部分样本方差：$S_{n-1}^2=\dfrac{1}{n-1}\sum(X_i-\bar{X})^2$
  - 总体方差
    - 离散型变量：$\sigma^2=\sum(x_i-EX)^2p_i=EX^2-(EX)^2$
    - 连续型变量：$\sigma^2=\int(x-EX)^2f(x)\mathrm{d}x=EX^2-(EX)^2$

图 0-4　方差分类及其计算公式

从图 0-4 可以看到，由于方差是二次的，其量纲与 X 不一致，影响其应用的广度和效率。因而通过对方差进行开方得到标准差，标准差与原变量 X 的量纲一致，可以直接与变量的均值进行比较。

3) 离散系数

离散系数，又称变异系数，用于比较不同水平的总体的离散程度及其平均数的代表性。离散系数分为平均差离散系数和标准差离散系数。

平均差离散系数的计算公式为：

$$V_{A.D.}=\frac{A.D.}{\overline{X}}$$

式中：$A.D.$表示平均差，$\overline{X}$ 表示算术平均数。

标准差离散系数的计算公式为：

$$V_{\sigma}=\frac{\sigma}{\overline{X}}$$

式中：σ 表示标准差，$\overline{X}$ 表示算术平均数。

离散系数越大，表明总体离散程度越高，平均值的代表性越弱。离散系数无量纲，因而在比较均值不等的两总体的离散程度上具有优势。

4) β 系数

β 系数作为一种风险指数，是评估证券系统性风险的指标，用来度量股票或股票基金相对于整个股市的价格变动的弹性。比如：市场指数每波动 1%，某股票的价格波动 2%，则该股票的 β 系数为 2。

由此可得 β 系数的理论公式为：

$$\beta=\frac{\Delta P/P}{\Delta \mathrm{IND}/\mathrm{IND}}=\frac{\Delta P}{\Delta \mathrm{IND}}\cdot\frac{\mathrm{IND}}{P} \tag{0-12}$$

式中：P 为股票的价格，IND 为市场指数。

从式(0-12)可以看出，β 系数为股票价格对市场指数的弹性。

在实际工作中，β 系数是通过市场指数收益率对个股收益率做线性回归求得的，具体步骤如下。

(1) 观察同时期 n 天(通常是过去一年大约 250 个交易日)股票收盘价(P)和收盘指数(IN)，得到该时期股票和市场指数每日的收益率(R 和 r)：

$$\begin{array}{cccc} P & R & \mathrm{IN} & r \\ \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mathrm{IN}_1 \\ \mathrm{IN}_2 \\ \vdots \\ \mathrm{IN}_n \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix} \end{array}$$

这里，股票和市场指数的每日收益率的计算有两种方法。

① $R_i=\dfrac{P_i-P_{i-1}}{P_{i-1}}$，$r_i=\dfrac{\mathrm{IN}_i-\mathrm{IN}_{i-1}}{\mathrm{IN}_{i-1}}$，$(i=2,3,\cdots,n)$。

② $R_i=\ln P_i-\ln P_{i-1}$，$r_i=\ln \mathrm{IN}_i-\ln \mathrm{IN}_{i-1}$，$(i=2,3,\cdots,n)$，这种计算每日收益率的方法是第一种计算方法的极限形式，是对第一种计算方法的近似，被称作对数收益率。

(2) 用市场指数收益率对股票收益率做线性回归：

$$R=\alpha+\beta r+\varepsilon \tag{0-13}$$

得出的回归系数 $\hat{\beta}=\dfrac{\mathrm{Cov}(R,r)}{\sigma_{\mathrm{r}}^2}$，此即为该股票的 β 系数的估计值。

β 系数作为度量股票系统性风险的指标，在资本资产定价模型中有着重要的运用。

4. 风险溢价

风险溢价是指投资者在面对不同风险水平的投资标的时，承受较高风险可获得较高的收益率水平，承受低风险将获得较低的收益率水平。由于风险水平的不同而导致的收益率水平的差异，即为风险溢价。

最广为人知的风险溢价模型为资本资产定价模型：

$$r=r_{\mathrm{f}}+\beta(r_{\mathrm{m}}-r_{\mathrm{f}}) \tag{0-14}$$

式中：r 为证券的期望收益率；r_{f} 为无风险收益率；β 为证券的 β 系数；r_{m} 为市场平均收益率。

从式(0-14)可以看出，资产回报率包括两部分：无风险收益率r_f和风险溢价$\beta(r_m - r_f)$，而且风险溢价与风险度量指标β系数成正比，$(r_m - r_f)$称为市场风险溢价。

第二节　统计学基础

一、随机变量及其概率分布

随机变量在不同的条件下可能取各种不同的值，具有不确定性和随机性，但取这些值的概率是确定的。随机变量按其取值范围可分为离散型随机变量和连续型随机变量。取值范围为一个个具体的点的随机变量称为离散型变量，比如掷一个骰子所得的点数即为离散型随机变量；取值范围为区间的随机变量为连续型随机变量，比如灯泡的使用寿命即为连续型随机变量。

1. 离散型随机变量

1) 离散型随机变量的概率分布

设离散型随机变量X的所有可能取值为$x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$，而取$x_i$的概率为$p_i$，即：

$$P(X = x_i) = p_i\text{，}(i = 1, 2, \cdots, n)$$

此即为X的概率分布。

2) 离散型随机变量的数学期望

离散型随机变量的数学期望表示其概率平均值，用EX表示，其计算公式为：

$$EX = \sum x_i p_i$$

随机变量的数学期望有下列性质：

(1) $Ea = a$；

(2) $E(X \pm a) = EX \pm a$；

(3) $EaX = aEX$；

(4) $E(X_1 \pm X_2) = E(X_1) \pm E(X_2)$。

3) 离散型随机变量的方差和标准差

离散型随机变量的方差度量其离散程度，用DX表示，其计算公式为：

$$\sigma^2 \triangleq DX = \sum (x_i - EX)^2 p_i = EX^2 - (EX)^2$$

随机变量的方差有下列性质：

(1) $Da = 0$；

(2) $D(X \pm a) = DX$；

(3) $DaX = a^2 DX$；

(4) $D(X_1 + X_2) = DX_1 + DX_2 + 2\mathrm{Cov}(X_1, X_2) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2 = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\rho_{i,j}\sigma_i\sigma_j$。

其中：$DX_1 = \sigma_1^2$，$DX_2 = \sigma_2^2$，$\mathrm{Cov}(X_1, X_2) = \rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2$，$\rho_{1,2}$为$X_1, X_2$相关系数。

当X_1, X_2独立时，$D(X_1 + X_2) = DX_1 + DX_2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$

将方差的计算公式加以推广，得：

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com