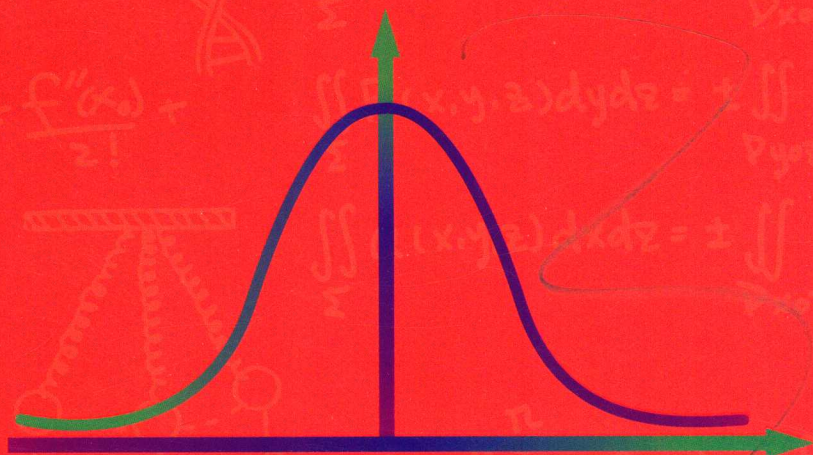


高数叔高等数学入门

高数叔概率统计入门

张熙 孙硕◎主编



图文并茂，语言幽默，视频讲解，简单易学，
让学习成为一种时尚！

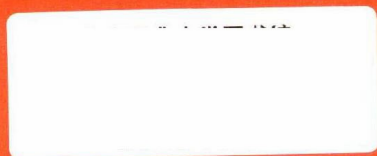
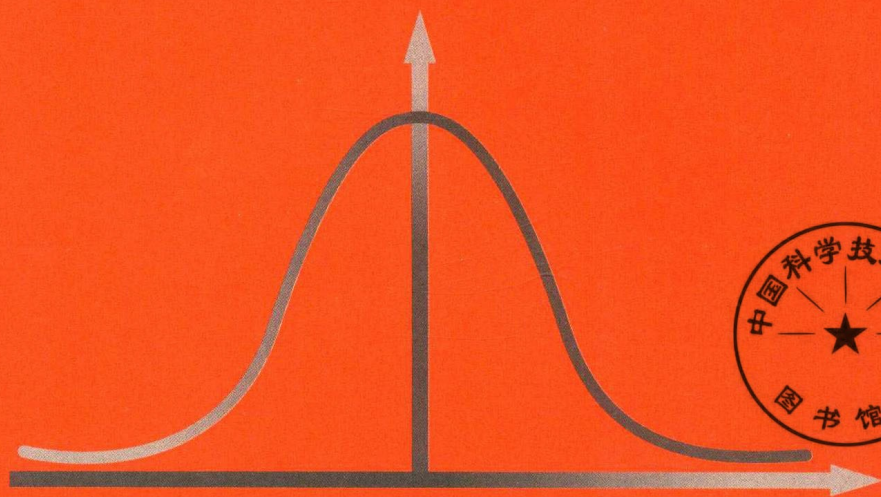
石油工业出版社

高数叔高等数学入门



高数叔概率统计入门

张熙 孙硕◎主编



石油工业出版社

图书在版编目(CIP)数据


高数叔概率统计入门 / 张熙, 孙硕主编. —北京:
石油工业出版社, 2019.4

(高数叔高等数学入门)

ISBN 978-7-5183-3128-4

I. ①高… II. ①张… ②孙 III. ①概率统计
IV. ①O211

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第014965号

 **高数叔概率统计入门**
张熙 孙硕 主编

出版发行: 石油工业出版社
(北京安定门外安华里2区1号 100011)

网 址: www.petropub.com

编 辑 部: (010) 64523610

图书营销中心: (010) 64523731 64523633

经 销: 全国新华书店

印 刷: 北京中石油彩色印刷有限责任公司

2019年4月第1版 2019年4月第1次印刷

710×1000毫米 开本: 1/16 印张: 12

字数: 160千字

定 价: 38.00 元

(如发现印装质量问题, 我社图书营销中心负责调换)

版权所有, 翻印必究

作者简介



张熙，天津工业大学教师，网络人称“熙哥”，“高数叔”概率统计课程主讲人。“熙哥”以其时尚的造型、前卫的打扮以及简洁明了的讲课风格受到了众多网络学生追捧，被粉丝称为“高数界时尚大咖”。



孙硕，天津工业大学教师，网络人称“姑姑”，“高数叔”微信公众号创始人之一，“高数叔”高等数学课程主讲人。“姑姑”以其清晰的思路、活泼的性格、细致的讲解、清新的外形在网络吸粉无数，是网络高等数学课程最受欢迎的主讲人之一。曾获得全国数学微课比赛华北赛区特等奖，以及各级教学比赛奖项，讲课风格独树一帜，思维细腻清奇。

高数叔简介

“高数叔”成立于2016年。“普适教育”的提出者，励志打造所有人都“普遍适用”的课程，从高等教育的最基础课程——高等数学出发，延伸至数学、理工、经管等领域课程，让学习变得有趣，让学习成为时尚；“速食教育”的领导者，帮助被应试教育折磨的小伙伴们快速学习、快速复习，以“21天学高数”“菜鸟去考研”为代表的系列课程深受学生喜爱，并在应试教育的基础上推出职业教育课程，让大学生在快速打牢基础的前提下学习和掌握更多专业技能，以达到培养综合素质人才的目的。

选题策划：王海英
责任编辑：王海英
编辑电话：010-64523610
销售电话：010-64523731 010-64523633
网 址：www.petropub.com
装帧设计：嘉美程

读者意见有奖征集

尊敬的读者朋友：

你好！感谢您购买本书并填写本问卷给我们提出宝贵意见。我们将定期从读者信息反馈中评选出有价值的意见和建议，并为填写这些信息的读者朋友免费赠送石油工业出版社出版的一本好书。本问卷所收集到的资料都将严格保密，请放心填写。可用手机扫二维码进行在线填写，也可手工填写邮寄给我们。



《高数初概率统计入门》

您是如何获得本书的？

书店购买 网上购买 朋友赠送 其他

您的身份：

高中生 大学生 研究生 在职人员 其他

您对本书的意见和建议：

您的资料：

姓名_____ 性别_____ 年龄_____ 手机号_____

微信号_____ 电子邮件_____

通信地址_____

我们的联系方式：

地址：北京市安定门外安华西里3区18号楼1101 王海英

邮编：100011 E-mail: 41964813@qq.com

销售部电话：010-64523731 010-64523633 编辑部电话：010-64523610



你永远在我心里

按照惯例应该有个序
但高数叔不按惯例讲
数学也可以不抽象
知识就该有普适的样

我们一起
让学习成为一种时尚
如果你准备好了

请开启

这段

神奇之旅

我们不生产分数

我们只是知识点的解说员

dx



μ



σ



λ



本书讲解视频



你永远在我心里





001	引子	
007	第一回	基本概念与随机事件的关系
017	第二回	频率与概率
025	第三回	古典概型
033	第四回	条件概率与乘法公式
039	第五回	全概率公式和贝叶斯公式
047	第六回	事件的独立性
057	第七回	一维离散型随机变量及其分布
069	第八回	一维连续型随机变量及其概率密度
079	第九回	随机变量的函数的分布
085	第十回	二维离散型随机变量及其分布
095	第十一回	二维连续型随机变量及其分布
105	第十二回	二维随机变量的独立性
113	第十三回	两个随机变量函数的分布
123	第十四回	期望与方差
135	第十五回	协方差与相关系数
145	第十六回	大数定律及中心极限定理
159	第十七回	样本与抽样分布
171	第十八回	点估计

引子

Preface

概率论与数理统计这门课研究的是一些不确定的量，一些还没有发生确切结果的事情，以及一些教你如何预测未来的方法。在学习这门类似于“算命”的课之前，我们有必要复习一个高中的知识点——排列组合。

首先，我们还是要知道什么是排列组合。简单地说，排列就是从 n 个人里面挑出 m 个站成一列，并给他们排上序号；而组合，就是从 n 个人里面挑出 m 个组成一个组合，他们是一个整体。排列组合问题研究的中心是：计算在给定排列或组合的规则下可能出现的情况的总数。例如：在10个玩具里挑两个出来，分给两个小朋友，有几种分法，这是一个排列问题；而在10个玩具里挑两个出来，有几种挑法，这是一个组合问题。



排列组合的公式：

$$\text{排列： } A_n^m = n(n-1)\cdots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

$$\text{组合： } C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}; \quad C_n^m = C_n^{n-m}.$$

排列组合问题的计算方法：

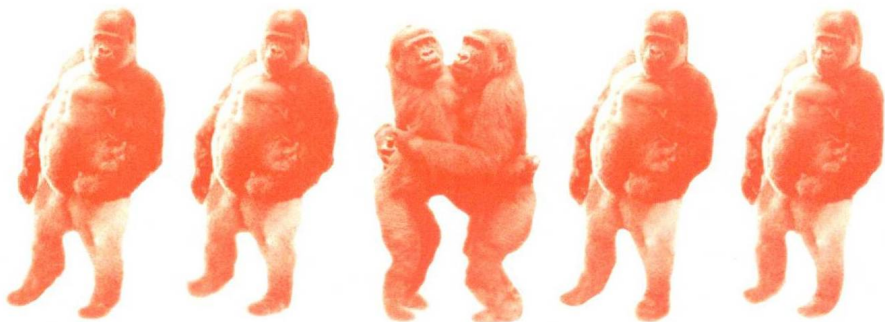
分类计数法：完成一件事，有 n 个不同的套路都可以，其中套路1有 m_1 种不同的方法，套路2有 m_2 种不同的方法……套路 n 有 m_n 种不同的方法，则完成这件事共有 $N=m_1+m_2+\cdots+m_n$ 种方法。分类计数也叫“加法原理”！

分步计数法：完成一件事，共需要 n 个步骤，其中步骤1有 m_1 种不同的方法，步骤2有 m_2 种不同的方法……步骤 n 有 m_n 种不同的方法，则完成这件事共有 $N=m_1 \cdot m_2 \cdots m_n$ 种方法。分步计数也叫“乘法原理”！


下面看几个有趣的例题。




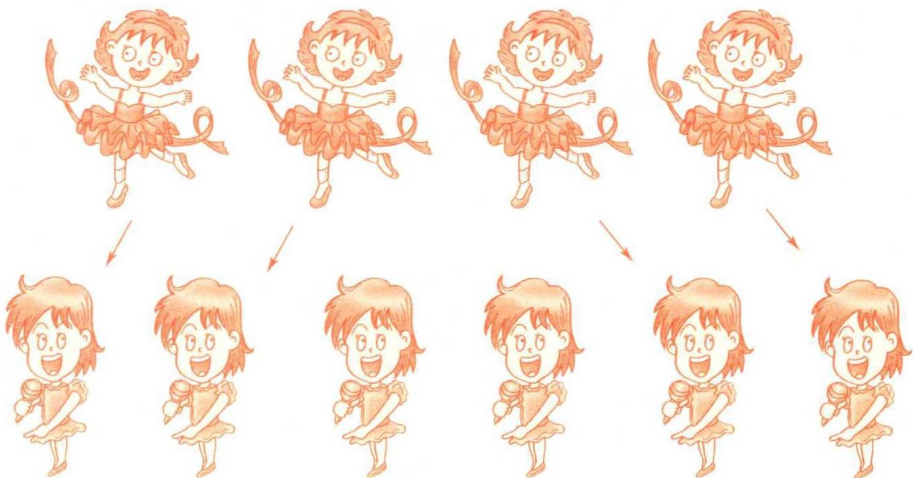
例1 有6名同学排成一排，其中甲、乙两人必须排在一起的不同排法有多少种？



解：因甲、乙两人要排在一起，故将甲、乙两人捆在一起视作一人，与其余四人进行全排列有 A_5^5 种排法；而甲、乙两人之间有 A_2^2 种排法。所以由分步计数原理可知，共有 $A_5^5 \cdot A_2^2 = 240$ 种不同排法。

 这种方法叫作“捆绑法”，通常题目会要求哪两个或哪几个元素必须紧挨在一起，这时候我们就先把这几个元素看作一个整体进行计算，之后再考虑这几个元素的排序问题。

 **例2** 要排一张有6个歌唱和4个舞蹈节目的演出节目单，任何两个舞蹈节目不得相邻，有多少种不同的排法？



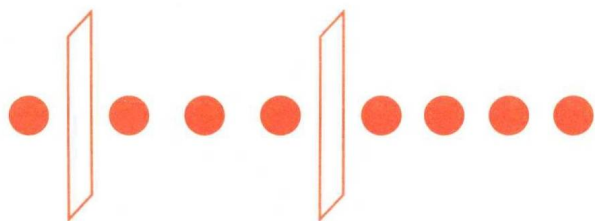
解：先将6个歌唱节目排好，其不同的排法为 A_6^6 种；这6个歌唱节目的空隙及两端共7个位置中再排4个舞蹈节目，有 A_7^4 种排法。由分步计数原理可知，任何两个舞蹈节目不得相邻的排法为 $A_6^6 \cdot A_7^4$ 种。



这种方法叫作“插空法”，与“捆绑法”问题相反，这类问题是要求某些元素不能相邻，也就是说必须由其他元素将它们隔开。此类问题可以先将其他元素排好，再将所指定的不相邻的元素插入到它们的空隙及两端位置。



例3 将8个完全相同的球放进3个不同的盒子中，要求每个盒子中至少有一个球，一共有多少种放法？



解：这个问题其实就是要将8个球分成3堆，我们把8个球排一排，在它们中间会出现7个空隙，我们在这7个空隙中插入两个“板儿”，这样就将8个球分成了3堆。那么问题就变成了7个空隙中选择两个的问题，共有 $C_7^2=21$ 种放法。



这种方法叫作“插板法”，这类问题是要求将 n 个相同元素分成 m 组，并且每组中必须有元素存在。此类问题可以先将 n 个元素排一排，中间出现 $n-1$ 个空隙，再将 $m-1$ 个板插入这些空隙中，这样就将 n 个相同元素分成 m 组。



例 4 有甲、乙、丙三项任务，甲需由2人承担，乙、丙各需由1人承担，从10人中选派4人承担这三项任务，共有多少种不同的选法？

解法一：先从10人中选出2人承担甲项任务，再从剩下8人中选1人承担乙项任务，最后从剩下7人中选1人承担丙项任务。根据分步计数原理可知，不同的选法共有 $C_{10}^2 C_8^1 C_7^1 = 2520$ 种。

解法二：从10人中选出4人共有 C_{10}^4 ，再从4人中选2人承担甲项任务有 C_4^2 ，再从剩下2人中选1人承担乙项任务有 C_2^1 ，最后剩一个人完成丙项任务。根据分步计数原理可知，不同的选法共有 $C_{10}^4 C_4^2 C_2^1 = 2520$ 种。



例 5 由数字0、1、2、3、4、5组成没有重复数字的六位数，其中个位数字小于十位数字的共有多少个？

解法一：按题意个位数只可能是0、1、2、3、4共5种情况，符合题意的共有 $A_5^5 + A_4^1 A_3^1 A_3^3 + A_3^1 A_3^1 A_3^3 + A_2^1 A_3^1 A_3^3 + A_3^1 A_3^3 = 300$ 个。

解法二：先排首位，不用0，有 A_5^1 种方法；再同时排个位和十位，由于个位数字小于十位数字，即按大小顺序固定，故有 C_5^2 种方法；最后排剩余三个位置，有 A_3^3 种排法。故共有符合要求的六位数 $A_5^1 C_5^2 A_3^3 = 300$ 个。



例 6 四个不同的小球放入编号为1、2、3、4的四个盒子中，则恰有一个空盒的放法共有（ ）种？

解：先从四个小球中取两个放在一起，有 C_4^2 种不同的取法；再把取出的两个小球与另外两个小球看作三堆，并分别放入四个盒子中的三个盒子中，有 A_4^3 种不同的放法。依据分步计数原理，共有 $C_4^2 A_4^3 = 144$ 种不同的放法。



这是一道排列组合的混合应用题目，这类问题的一般解法是先组（组合）后排（排列）。

关于排列组合的知识我们就讲到这里，在本书之后的学习中也会有很多这类问题的应用，重要的是遇到题目如何梳理思路，从问题出发，在已知条件中抽丝剥茧，判断出这是排列问题还是组合问题，或者是二者的结合，避免情况重复或缺失。

