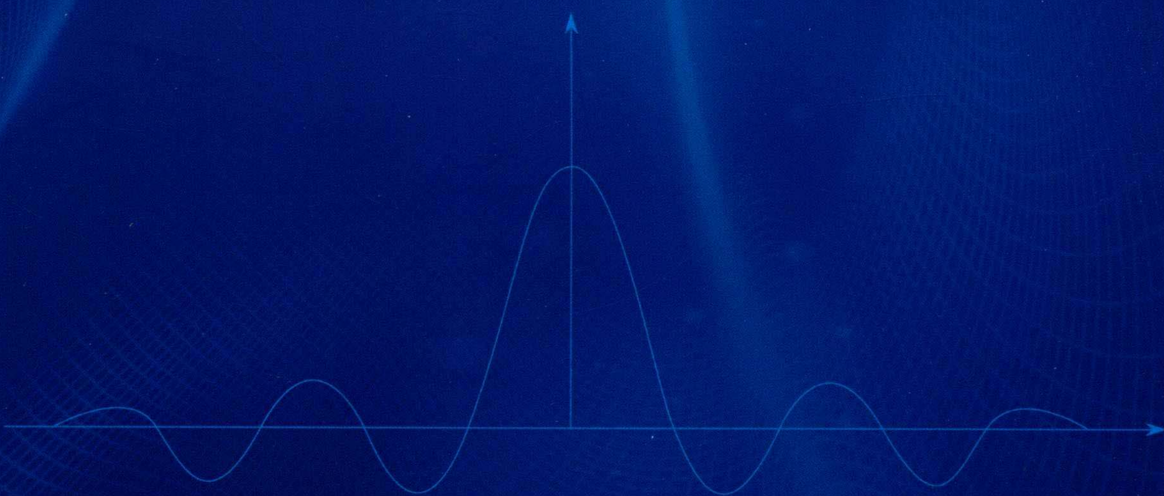
现代信号处理基础

吉培荣　李海军　邹红波　编著



科学出版社

现代信号处理基础

吉培荣　李海军　邹红波　编著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书按照“信号与系统”课程教学基本要求、“信号分析与处理”课程教学基本要求并扩充相关内容编写而成。书中包括信号与系统的主要内容和数字信号处理的基本内容，并对信号的时频分析理论进行初步介绍。全书共 9 章，分别为：信号与系统的基本概念、连续时间线性时不变系统的时域和 s 域分析、离散时间线性时不变系统的时域和 z 域分析、信号的频域分析、卷积与系统的频域分析、离散傅里叶变换、模拟滤波器、数字滤波器、现代信号分析与处理简介。每章末有习题，并附有习题参考答案。

本书作为教学用书，第 1～5 章可用于相关专业本科生“信号与系统”课程；第 1～8 章可用于相关专业本科生“信号分析与处理”课程；第 1～9 章可用于相关专业硕士研究生“现代信号处理基础”课程。本书对相关专业的工程技术人员也有一定参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

现代信号处理基础/吉培荣，李海军，邹红波编著. —北京：科学出版社，2018.8

ISBN 978-7-03-058538-7

Ⅰ. ①现… Ⅱ. ①吉…②李…③邹… Ⅲ. ①信号处理-教材 Ⅳ. ①TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 187623 号

责任编辑：余 江 张丽花 / 责任校对：郭瑞芝
责任印制：吴兆东 / 封面设计：迷底书装

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

北京虎彩文化传播有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018 年 8 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2018 年 8 月第一次印刷 印张：17 1/4
字数：409 000

定价：59.80 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

当今世界，微电子技术与计算机技术的飞速发展、信息技术的广泛应用正深刻地影响着人类社会的方方面面，人类社会已进入大数据时代。信号分析与处理技术是信息技术的重要组成部分，该方面的系统知识与技能不仅对电子类、通信类、计算机类专业的学生非常重要，对其他类别专业的学生，特别是电气、机械、仪表、材料、生物医学等也有重要意义。

本书按照教育部高等学校电子电气基础课程教学指导分委员会制定的“信号与系统”课程教学基本要求、“信号分析与处理”课程教学基本要求，并扩充相关内容编写而成。书中内容包括线性非时变系统分析、信号频域分析、数字信号处理基本理论、模拟和数字滤波器、信号时频分析等几个方面。

全书共 9 章，第 1～5 章内容（可不包含 2.2 节）可用于相关专业本科生的“信号与系统”课程；第 1～8 章内容（可不包含 2.2 节、7.3 节、7.4 节）可用于相关专业本科生的“信号分析与处理”课程；第 1～9 章全部内容可用于相关专业硕士研究生“现代信号处理基础”课程。每章末均有习题，并对大部分习题给出了参考答案。

本书结构体系完整，内容全面；概念清晰，系统性强；论述深入浅出，既重视数学原理的系统性和逻辑性，又强调概念的物理意义。学生通过学习本书相关内容，能够掌握信号分析与处理的基本概念和方法，并对相关内容的工程应用有所了解，为进一步学习和应用相关技术奠定必要的基础。

本书由三峡大学电气与新能源学院吉培荣、李海军、邹红波三位教师合作完成。吉培荣编写第 1～5、7 章，李海军编写第 6、8 章，邹红波编写第 9 章。编写本书时，参考了书后的参考文献和其他一些文献的相关内容，在此对这些文献作者表示衷心感谢。

限于编者水平，书中难免存在不足之处，敬请读者批评指正。联系邮箱：jipeirong@163.com（吉培荣），llihaijun@163.com（李海军），107066611@qq.com（邹红波）。

本书配有电子教案，选用本书作为教材的教师可与编者联系。

编　者

2018 年 5 月

目　　录

第 1 章　信号与系统的基本概念

本章介绍信号与系统的基本概念，包括 7 节内容，分别是：信号概述、信号的分类、单位阶跃信号与单位冲激(脉冲)信号、信号的基本运算、信号的分解、系统概述、系统的分类。通过本章的学习，读者应建立信号与系统的基本概念，为学习后续章节内容奠定基础。

1.1　信 号 概 述

人类的社会活动以及物质的形态和变化都会产生信息。一般而言，信号是信息的载体，信息是信号的具体内容。

信息可通过语言、文字、图像、颜色、声音、公式、符号、数据等加以反映，而信号通常表现为随时间变化的物理量。常见的信号形式有声信号(如学校的上、下课铃声)、光信号(如交通路口的红绿灯)、电信号(如电路中的电压、电流)等。

在各种信号中，最便于传输、控制与处理的是电信号，并且许多非电属性的物理量(如温度、压力、光强、位移、转矩、转速等)都可以通过传感器变换为电信号。因此，研究电信号具有普遍的意义。

信号可以表达为一个或多个独立变量的函数。例如，$x(t)$ 或 $y(t)$ 可用来表示一维信号；$f(x,y)$ 可用来表示二维信号；还可有高于二维的信号。信号除了可以用函数式表达，还常以图形的方式来体现。

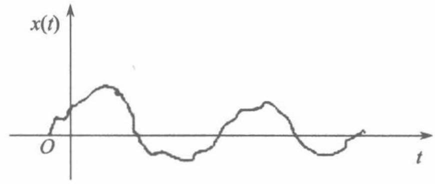
1.2　信号的分类

1.2.1　确定性信号与随机信号

信号的分类方法很多，根据信号取值是否确定，可将信号分为确定性信号和随机信号。

确定性信号是指能够以确定的时间函数(或可用确定的信号波形)来表示的信号，这种信号在其定义域的任意时刻都有确定的函数值。例如，正弦信号、指数信号等。图 1-1(a)所示的正弦信号就是确定性信号的一个例子。

(a) 确定性信号



(b) 随机信号

图 1-1　确定性信号与随机信号

如果信号不是时间的确定函数，其取值具有不确定性，只能用概率统计的方法来描述，此类信号就是随机信号，随机信号也称为不确定性信号。图 1-1(b)所示为混有噪声的正弦信号，就是随机信号的一个例子。抛硬币得到的正反面记录也是随机信号。

1.2.2　连续时间信号与离散时间信号

按照信号自变量取值的特性，信号可分为连续时间信号与离散时间信号。

连续时间信号是指在信号的定义域内的任意时刻(可不包括有限数量的间断点)都有确定函数值的信号，连续时间信号通常用 $x(t)$ 或 $f(t)$ 表示。连续时间信号的幅值可以是连续的，也可以是离散的，幅值连续的连续时间信号也称为模拟信号。

离散时间信号是指定义域为离散时刻点的信号，信号在这些离散的时刻点之外无定义。离散时间信号可由连续时间信号采样得到，若采样间隔(周期)是 T_S，则离散时间信号可表示为 $x(nT_S)$。

离散时间信号的值域可以是连续的，但用计算机处理信号时，由于计算机只能用有限位数的二进制数来表示数值，因此必须将信号值以 q 为最小单位量化成离散的数，经过量化后的离散时间信号称为数字信号，用 $x_q(nT_S)$ 表示。由于用计算机处理信号只需明确是第几个数据，而不必知道准确的时间，因此，数字信号 $x_q(nT_S)$ 往往可表示为 $x(n)$，这样，数字信号也就被称为数字序列，简称序列。

图 1-2(a)所示为连续时间信号 $x(t)$，图 1-2(b)所示为由 $x(t)$ 采样得到的离散时间信号 $x(nT_S)$，图 1-2(c)所示为由 $x(nT_S)$ 以 q 为最小单位量化得到的数字信号 $x_q(nT_S)=x(n)$。

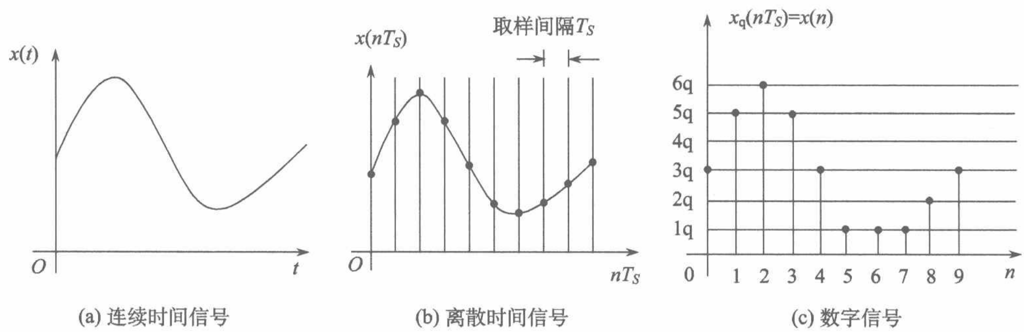


图 1-2　从模拟信号到数字信号

幅值不满足离散特性的离散时间信号不是数字信号，但由于用计算机处理的信号均为数字信号，故在实际应用中，不再区分离散时间信号和数字信号，两者名称通常混用。$x(n)$ 通常表示数字信号 $x_q(nT_S)$，有时，$x(n)$ 也用来表示离散时间信号 $x(nT_S)$。

连续时间信号常简称为连续信号，离散时间信号常简称为离散信号。

1.2.3　周期信号与非周期信号

根据信号是否按固定间隔重复，信号可以分为周期信号与非周期信号。

若信号按照一定的时间间隔 T 周而复始且无始无终，则称此类信号为周期信号。周期

信号的通用表达式为

$$x(t)=x(t+nT)\text{，}\quad n=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{1-1}$$

或

$$x(n)=x(n+mN)\text{，}\quad m=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{1-2}$$

式中，T 称为连续信号 $x(t)$ 的周期；N 称为离散信号 $x(n)$ 的周期。由于周期信号在一个周期内的表达便能够表现其随时间变化的信息特征，所以对周期信号一般只需给出其在一个周期内的变化过程。

若信号在时间上不具有周而复始的特性，或者说信号的周期趋于无限大，则此类信号称为非周期信号。周期信号可以由非周期信号间隔一段时间进行重复而产生。严格意义上的周期信号是无始无终地按某一规律重复变化的信号。实际上，周期信号只能是在较长时间范围内按一定规律重复变化的信号。

当周期分别为 T_1 和 T_2 的两个周期信号相加时，如果两信号的周期比 T_1/T_2 或 T_2/T_1 具有整数关系，则合成信号为周期信号，其周期为两者中大者；如果周期比不是整数，设 n_1 和 n_2 是互为质数的整数，当 $n_1T_1=n_2T_2$ 时，即 T_1/T_2 是有理常数时，所得合成信号仍然是周期信号，其周期是 $T=n_1T_1=n_2T_2$，该周期是单个信号周期的最小公倍数。两个周期信号相加，所得信号也有可能不是周期信号，如 T_1/T_2 为无理数时，两个周期信号相加的结果就是非周期信号。

【例 1-1】 已知信号 $x_1(t)=\cos(20t)$，$x_2(t)=\cos(22t)$，$x_3(t)=\cos t$ 和 $x_4(t)=\cos(\sqrt{2}t)$，试问 $x_1(t)+x_2(t)$ 和 $x_3(t)+x_4(t)$ 是否为周期信号？若是，求其周期。

解： 因为 $\Omega=2\pi f=2\pi/T$，可知 $x_1(t)$ 的周期为 $T_1=2\pi/\Omega=2\pi/20=\pi/10$，$x_2(t)$ 的周期为 $T_2=2\pi/22=\pi/11$，由于 $T_1/T_2=11/10$ 是有理数，所以 $x_1(t)+x_2(t)$ 是周期信号，其公共周期为 $T=10T_1=11T_2=\pi$。

$x_3(t)$ 的周期为 $T_3=2\pi$，$x_4(t)$ 的周期为 $T_4=2\pi/\sqrt{2}=\sqrt{2}\pi$，由于 $T_3/T_4=\sqrt{2}$ 是无理数，所以 $x_3(t)+x_4(t)$ 不是周期信号。

【例 1-2】 判断离散余弦信号 $x(n)=\sin(\omega n)$ 是否为周期信号。

解： 由周期信号的定义知，若 $x(n)$ 是周期信号，需有 $\sin[\omega(n+N)]=\sin(\omega n)$。因为 $\sin[\omega(n+N)]=\sin(\omega n+\omega N)$，要使 $x(n)$ 为周期信号，必须有 $\omega N=m2\pi$，且 m 为整数，此时有

$$N=m\frac{2\pi}{\omega}$$

因此，只有在 $\frac{2\pi}{\omega}$ 为有理数时，即 $\frac{2\pi}{\omega}=\frac{p}{q}$（$p$ 和 q 为不可约分的整数）时，$x(n)=\sin(\omega n)$ 才是周期信号。

说明：本书用 Ω 表示模拟频率，如例 1-1 中所示，用 ω 表示数字频率，如例 1-2 中所示。

1.2.4　能量信号与功率信号

根据信号的能量或功率是否有限，信号可以分为能量信号与功率信号。

信号可看作随时间变化的电压或电流，如把信号 $x(t)$ 看作加在 $1\,\Omega$ 电阻上的电流，则其瞬时功率为 $|x(t)|^2$，在时间间隔 $-\frac{T}{2} \leqslant t \leqslant \frac{T}{2}$ 内会消耗一定的能量。现在将时间区间无限扩展，定义信号 $x(t)$ 的能量为

$$E = \lim_{T \to \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 \, \mathrm{d}t \tag{1-3}$$

把该能量对时间区间取平均，即

$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 \, \mathrm{d}t \tag{1-4}$$

此即信号 $x(t)$ 平均功率的定义。

对于离散时间信号 $x(n)$，其能量 E 与平均功率 P 的定义分别为

$$E = \lim_{N \to \infty} \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2 \tag{1-5}$$

$$P = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2 \tag{1-6}$$

若信号的能量为有限值，平均功率为零，则称该信号为能量信号。由于能量信号的平均功率为零，只能从能量的角度去研究它。

若信号的功率为有限值，则称该信号为功率信号。幅值有限的周期信号都是功率信号。

1.3　单位阶跃信号与单位冲激(脉冲)信号

1.3.1　连续时间单位阶跃信号与单位冲激信号

在信号处理中，常常将一般信号分解为某些基本信号的线性组合，这样就可以把一般信号经过系统的问题转化为基本信号经过系统的问题。连续时间基本信号分为两类：一类称为普通信号；另一类称为奇异信号，数学上对应为奇异函数。单位阶跃信号和单位冲激信号是两种奇异信号。

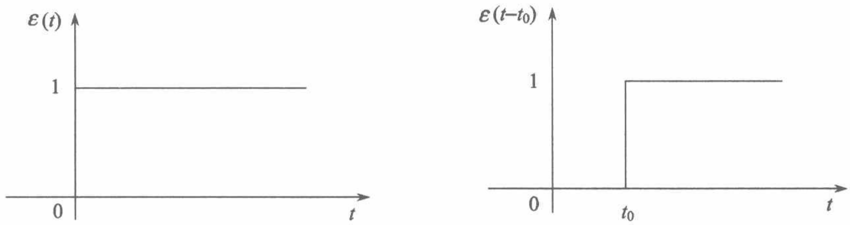
1. 单位阶跃信号

单位阶跃信号用 $\varepsilon(t)$ 来表示，定义为

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \tag{1-7}$$

$\varepsilon(t)$ 在 $t = 0$ 处发生跳变，因此在该点没有定义，其波形如图 1-3(a)所示。实际中经常遇到 $\varepsilon(t)$ 的移位信号，其延时 t_0 后的信号为 $\varepsilon(t - t_0)$，如图 1-3(b)所示，表示为

$$\varepsilon(t - t_0) = \begin{cases} 1, & t > t_0 \\ 0, & t < t_0 \end{cases} \tag{1-8}$$



(a) 单位阶跃信号　(b) 延时单位阶跃信号

图 1-3　单位阶跃信号和延时单位阶跃信号

单位阶跃信号具有单边特性，任意信号与单位阶跃信号相乘可形成截断信号。如正弦信号 $\sin(\Omega t)$，将其与 $\varepsilon(t)$ 相乘后变为单边正弦信号 $\sin(\Omega t)\varepsilon(t)$，当 $t<0$ 时其值为零，$t>0$ 时按正弦规律变化。

2. 单位冲激信号

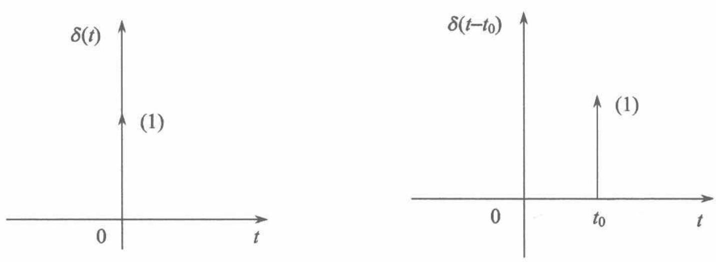
1) 单位冲激信号的定义

单位冲激信号用 $\delta(t)$ 表示，定义为

$$\delta(t)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\\ \delta(t)=0,\quad t\neq 0\end{cases}\tag{1-9}$$

其波形如图 1-4(a) 所示，图中的(1)表示信号的强度为 1。单位冲激信号可以延时至任意时刻 t_0，记为 $\delta(t-t_0)$，如图 1-4(b) 所示，表示为

$$\delta(t-t_0)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=1\\ \delta(t-t_0)=0,\quad t\neq t_0\end{cases}\tag{1-10}$$



(a) 单位冲激信号　(b) 延时单位冲激信号

图 1-4　单位冲激信号与延时单位冲激信号

2) 单位冲激信号与单位阶跃信号的关系

单位冲激信号与单位阶跃信号有如下关系：

$$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau\tag{1-11}$$

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-12}$$

单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 在 $t=0$ 处不连续，值从 0 跃变为 1，对其求导后，产生了强度为 1 的单位冲激信号 $\delta(t)$。这一结论适用于任意信号，即对信号求导时，信号在不连续点的导数为冲激信号或延时的冲激信号，冲激信号的强度就是不连续点的跃变值。不连续点处微分产生冲激信号，需从奇异函数角度看待这一现象，常规函数在不连续点处是不能微分的。

3) 单位冲激信号的性质

(1) 筛分特性。

$$x(t)\delta(t-t_0)=x(t_0)\delta(t-t_0) \tag{1-13}$$

式(1-13)说明，冲激信号 $\delta(t-t_0)$ 可以把信号 $x(t)$ 在 $t=t_0$ 处的值筛分出来作为自身的强度。利用冲激信号的筛分特性，可得到如下结果：

$$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=x(t_0) \tag{1-14}$$

(2) 展缩特性。

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t),\quad a\neq 0 \tag{1-15}$$

由展缩特性可得出如下推论。

推论 1：单位冲激信号是偶函数，取 $a=-1$ 可得

$$\delta(-t)=\delta(t) \tag{1-16}$$

推论 2：

$$\delta(at+b)=\frac{1}{|a|}\delta\left(t+\frac{b}{a}\right),\quad a\neq 0 \tag{1-17}$$

【例 1-3】 利用冲激信号的性质计算下列各式。

(1) $\sin t\delta\left(t-\frac{\pi}{2}\right)$；　　(2) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-2)\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)\mathrm{d}t$；

(3) $(t+2)\delta(2-2t)$；　　(4) $\int_{1}^{2}\delta(2t-3)\sin(2t)\mathrm{d}t$。

解：(1) 利用冲激信号的筛分特性，可得

$$\sin t\delta\left(t-\frac{\pi}{2}\right)=\sin\frac{\pi}{2}\delta\left(t-\frac{\pi}{2}\right)=\delta\left(t-\frac{\pi}{2}\right)$$

(2) 利用冲激信号的筛分特性，可得

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-2)\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-2)\mathrm{e}^{-2\times 2}\varepsilon(2)\mathrm{d}t=\mathrm{e}^{-4}$$

(3) 利用冲激信号的展缩特性和筛分特性，可得

$$(t+2)\delta(2-2t)=\frac{1}{|-2|}(t+2)\delta(t-1)=\frac{3}{2}\delta(t-1)$$

(4) 利用冲激信号的展缩特性和筛分特性，可得

$$\int_1^2 \delta(2t-3)\sin(2t)\mathrm{d}t = \int_1^2 \frac{1}{2}\delta(t-\frac{3}{2})\sin(2t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\sin 3 = 0.1411$$

1.3.2　离散时间单位阶跃信号与单位脉冲信号

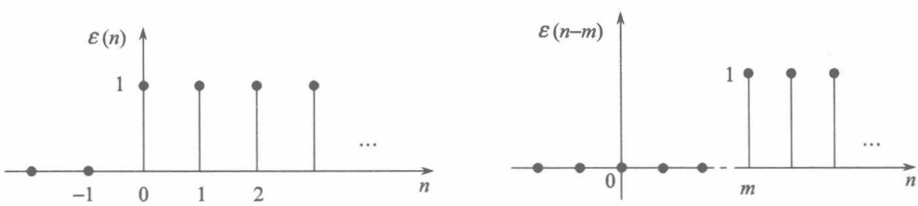
离散时间单位阶跃信号与离散时间单位脉冲信号是两种基本离散时间信号，它们常称为单位阶跃序列和单位脉冲序列。

1. 单位阶跃序列

单位阶跃序列用符号 $\varepsilon(n)$ 表示，定义为

$$\varepsilon(n) = \begin{cases} 1, & n \geqslant 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \tag{1-18}$$

单位阶跃序列 $\varepsilon(n)$ 与单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 具有相似性。两者不同之处是 $\varepsilon(t)$ 在 $t=0$ 处无定义，即无明确数值；而 $\varepsilon(n)$ 在 $n=0$ 处的值定义为 1，如图 1-5(a)所示。实际中经常遇到 $\varepsilon(n)$ 的移位序列，其向右移位 m 个单位后的序列为 $\varepsilon(n-m)$，如图 1-5(b)所示。



(a) 单位阶跃序列　　(b) 移位后单位阶跃序列

图 1-5　单位阶跃序列与移位后单位阶跃序列

单位阶跃序列与任意序列相乘即可截断该序列，如正弦序列 $\sin(\omega n)$ 与 $\varepsilon(n)$ 相乘，可得单边正弦序列 $x(n)=\sin(\omega n)\varepsilon(n)$。当 $n<0$ 时，其值为零，即 $x(n)=0$；当 $n \geqslant 0$ 时，其为一个正弦序列，即 $x(n)=\sin(\omega n)$。

2. 单位脉冲序列

单位脉冲序列也称为单位样值序列，是离散系统时域分析中的基本信号。单位脉冲序列用符号 $\delta(n)$ 表示，定义为

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \tag{1-19}$$

单位脉冲序列 $\delta(n)$ 在 $n=0$ 处的值为 1，如图 1-6(a)所示。实际中经常遇到 $\delta(n)$ 的移位序列，其延时 m 个单位后的序列为 $\delta(n-m)$，如图 1-6(b)所示。