

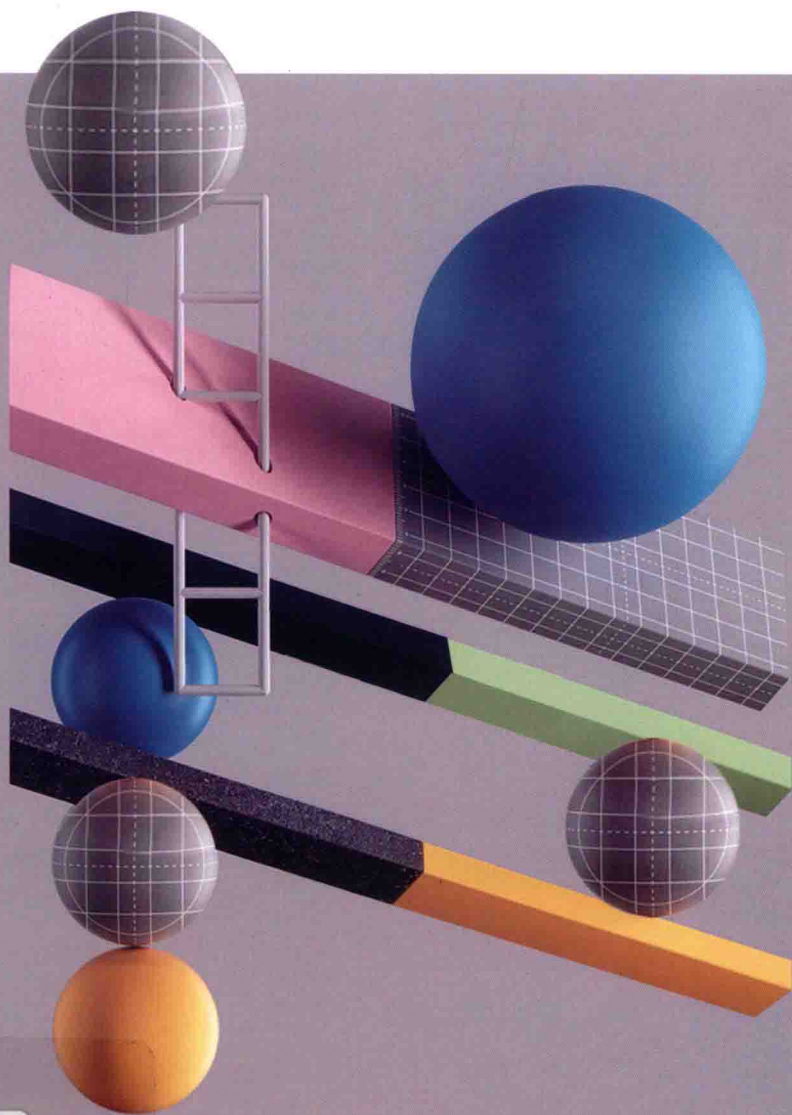
数学

MATHEMATICS

冯学瑜 著

可理喻的奥妙

TO UNDERSTAND THE SUBTLETIES



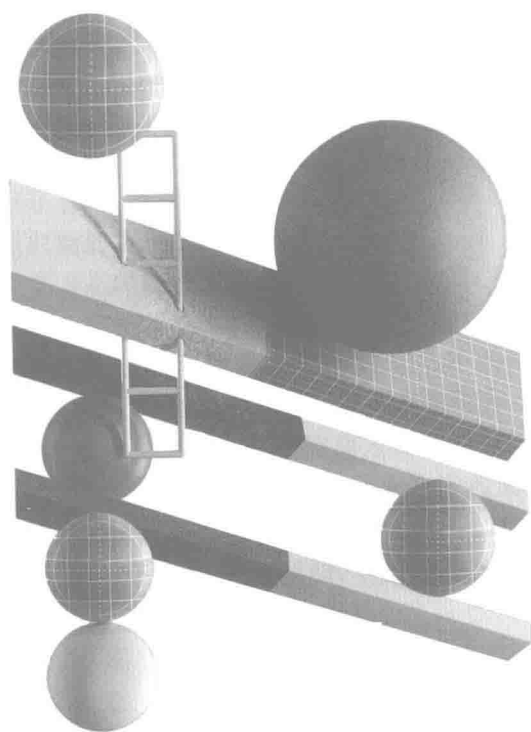
数学

MATHEMATICS

可理喻的奥妙

TO UNDERSTAND THE SUBTLETIES

冯学瑜 著



图书在版编目(CIP)数据

数学,可理喻的奥妙 / 冯学瑜著. —上海: 学林出版社, 2019.6

ISBN 978-7-5486-1516-3

I. ①数… II. ①冯… III. ①数学—普及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 077074 号

责任编辑 吴耀根

特约编辑 刘益民

封面设计 魏 来

数学,可理喻的奥妙

冯学瑜 著

出 版 学林出版社
(200001 上海福建中路 193 号)
发 行 上海人民出版社发行中心
(200001 上海福建中路 193 号)
印 刷 常熟市新骅印刷有限公司
开 本 720×1000 1/16
印 张 15
字 数 30 万
版 次 2019 年 6 月第 1 版
印 次 2019 年 6 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-5486-1516-3/G·579
定 价 58.00 元

序 言

心脏“噗，噗，噗……”地搏动。没有别的打搅，发觉周边如此幽静、和煦、顺畅，肢体没有半点动弹，精气充足，神志清醒，呼吸自然。无论站着，坐着，还是躺着，均能意识到自身的心脏在均匀地鼓动着，“噗，噗”鼓动着，自身与自身的心脏悄悄地话语。心中在数，细数着自己的心脏搏动的次数。“1，1，1……”“1，2，1，2，1，2……”数着；“1，2，3，1，2，3，……”；“1，2，3，4，1，2，3，4，……”数着；或许是“1，2，3，4，5，6，7，8，9，……”这样数着。数说和谐的心声，感知准确的节拍，欣赏无限优美的旋律，歌唱美好的生命。不断去倾听，不断去感知，不断地数，驱使重复，重复驱使。数，数数，……数久久，久数。觉得累了，不再留意数了。然而绝对不是没有数了，必定还有数，数着呀！是在数着，还在数着。希望心脏永远在跳动，永远有数。这是最原始的生命之歌，生命文化的根本。

睁开眼睛，看到周边千姿万态的缤纷世界，自然美好的景物，各种各样光彩润色的图形。这些图形点点缀缀，直爽舒坦，曲径通幽，广袤无边。人的天赋造就思维与语言，意识到自身和外界。丰富的语言表达，丰富多彩的不同意境，不同思想情感，不同物质形态，不同性质图形，收发各种信息。眼下的景物和自身，有种种形象结构，有各种的事物，使人形成抽象意识。人们将尚未弄清的美好事物称为神，产生了神文化。随着生活，生产，社会和神文化的发展，人类进入文明社会。人们研究事物的性质、事物之间的联系，知觉到它们的长短，大小，多少，快慢，曲直，动静，变化，有相类似的，有相同的，也并不完全相类似，不相同的。它们之间存在什么关系？怎样认识事物？事物与事物之间有哪些联系？有哪些特性？有什么奥妙？我们的语言中有了能准确区分事物之间的长短，大小，多少，快慢，曲直，动静等变化特征的数学语言，数学思维。这是精神财富，是艺术，是认识 and 解决问题的工具。数学的语言概念和方法能准确区分事物之间的关系，事物的特性。说一不二而又变化无穷的数与形，推理运算，数学的发展与研究，构成我们身上的数理，弄清其中的奥妙，创建我们的数学文化。

数(number)就是逐层点算并抽象计量。逐层指点的对象有实态的也有虚态的。一个一个地数石子得到若干数量的石子，从实态石子的多少转化成抽象的数量。心中有数，这其中点算的是虚拟的数。数英雄人物，这其中的数是从“英雄”这

个抽象概念转化成具体人的多少量。数的过程为计量,构成数量、数据。数,有行为过程并且有结果。数码仅是利用数字符号,不讲层次,不讲过程和结果。

数,产生出明确的数字,数字的具体指向就产生数量。没有具体指向的数字是抽象的东西,尚未有意义。数目(amount)通过计量得到,计量的过程叫运算。

数学(mathematics),是研究数量、数据、结构、形状,空间、信息、变化等概念,性质以及关系的一门学科,从某种角度看属于形式科学的一种。数学是一门抽象的学科,而严谨的过程是数学抽象的关键。

数学的形式让人们深刻地认知世界。“ $1+2=3$ ”是抽象的数学形式,这种形式反映同样数的一切状况。包括了,1棵树和2棵树,1只狗和2只狗,1条河和2条河,1架飞机和2架飞机,1位老师和2位老师,1安培电流强度(ampere)和2安培电流强度……“=”表示两边相等,一般前面复杂,后面简单明确。电流强度是人直觉不到的东西,数学形式将这种状况以数量准确表达出来。物理最小的单元称为量子。电子的能量是可量子化的。“量子化”指其物理量的数值会是一些特定的数值,而不是任意值。这种太小的东西不能看到摸着,只能通过数学的形式反映出来。

数学是将事物具体化的手段、方法。在2500年前,古希腊数学家、哲学家、音乐家毕达哥拉斯(Pythagoras)认为,无论是解说外在物质世界,还是描写内在精神世界,都不能没有数学。

理是客观事物本身的纹路、次序、规律。理是依照事物本身的规律用智慧对事物各种关系进行探究、处置,使事物本身的规律明确,理喻为将事物弄明白,让人们准确掌握和灵活运用。认为“不可理喻”的东西,经过倾听,阅读,思考认证即可弄明白。本书从数学的角度去观察,认知一些客观事物的规律,感受其中的奥妙。

数学在各个学科、各个领域都涉及,互相渗透。古代研究数学的人都在多种学科有建树。毕达哥拉斯是多种学科的奠基人。约公元前1100年的周公,是西周初期杰出的政治家、军事家、思想家、诗人、数学家、天文学家、教育家,被尊为“元圣”和儒学先驱。

当代数学揭示出外在的和隐蔽的模式以帮助我们认知周围世界。当代的数学已经远不止是算术和几何,而是一门丰富多彩的学科。当代数学所处理的内容包括:数据、数据分析、测量、推断、演绎证明、自然现象的数学模型、人类行为的数学模型、社会系统的数学模型,等等。

数学是人类在社会实践过程中获取的能力和创造的成果。数学渗入人们的认识、生活、生产和社会活动之中。每一个人的身上、身边都有数理,闪亮数学文化之光,文化程度和职业爱好只是使各个人的数学文化有差异。

本书让你感知、整理、深化你的数学,了解数学一些精髓,也让数学对你的认识、能力有良好影响,得到数学精髓的营养,享受数学的文化,希望对你的文化素养和处事能力有帮助。

目 录

第 一 章	说说 0, 1, -1	/ 1
第 二 章	自然数字之神的原本	/ 13
第 三 章	受关注的一些数字	/ 29
第 四 章	我们身上的数学文化	/ 40
第 五 章	数学语言的作用力	/ 57
第 六 章	数学推理与逻辑推理	/ 65
第 七 章	数学思想方法	/ 85
第 八 章	认知的一些特征	/ 114
第 九 章	物与类聚	/ 133
第 十 章	相等与不相等	/ 144
第十一章	最优化的问题	/ 155
第十二章	准确定位	/ 169
第十三章	数学图像	/ 178
第十四章	形的世界	/ 190
第十五章	空间图形	/ 200
第十六章	次序和估计的学问	/ 211
第十七章	实施步骤与程序	/ 225

第一章

说说 0, 1, -1

人的手指和脚趾分别有 10 个, 世界各种民族的文化基本上都用十进制, 古中国, 古希腊、古埃及和古印度都有 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 十个自然数字, 且用十进制, 十进制是逢十进一。人们在数方面由十进位的基础上来认知世界。我们平常思考和使用的数是十进制中的数。

然而, 同时也有二进制、三进制、五进制、七进制、八进制、十二进制、十六进制、二十进制、六十进制等。无论是哪一种, 每一个数位都有若干个数字单位, 也称数元素、数码。十进制有 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 十个数元素; 二进制有 0, 1 两个数元素。在十进制中“ $1+1=2$ ”, 而在二进制中“ $1+1=10$ ”, 不是十。

为什么 $10/3$ 是一个无限循环小数, 不是整数呢? $10\sqrt{2}$ 是一个无限不循环小数呢? 因为在十进制的约束下, 它们不能取得整数。若以 $1/3$ 为 1 个单位, 由 $1/3$, $1/3$ 地数, 则 3 个 $1/3$ 就是整数, 10 个 $1/3$ 就是 10 个单位整数。若以 $\sqrt{2}$ 为 1 个单位, 则 10 个 $\sqrt{2}$ 就有了整数 10。这个整数 10 在十进制中, 可以互换。无论是哪一种进位制, 都有 1 这一个基本单位, 这个数元素。同时也相应存在 0, -1, 我们认识 0, 1, -1 是最重要的。

二元对立是这个世界上最普遍的一种状态。构成物质的最小、最基本的单位被称“基本粒子”。它们是在不改变物质属性前提下的最小体积物质, 也是组成各种各样物体的基础。正反同体的粒子即被命名为马约拉纳费米子, 也叫“天使粒子”“太极粒子”。基本粒子又分为两种: 费米子和玻色子。反量子霍尔效应薄膜呈现出量子平台, 对应着 1、0、-1 倍基本电阻单位 e^2/h 。量子世界里的电阻是量子化的, 它只能整数倍地跳台阶。

我们先说 0、1、-1 吧。

一、数字 0

首先说“0”。“0”的文化内容、意义是什么? 我们认识“0”会给我们带来什么精神文化吗? “0”有什么奥妙? 我们都认识 0, 这是毫无疑问的。然而要问“0”这个

东西的外表与内在究竟怎么样？会给我们带来什么精神文化？也许会使我们产生迟疑。

“0”是一个符号形式，如果不去了解内容及意义。只见到形式，就不能认识到“0”之神的原本。“0”的意义不仅表示无任何事物，还表示起始位，是客观存在的发生情形之一。0含有毫无、没有、免付、自由方向和既定基位等意思。“zero”（英语0的读音）还有聚集点的意义。

毫无内容的“0”，真是太纯洁了！很惹人喜欢。一张白纸没有经过信息处理，就可能会用之表达任何信息，“0”信息的事物更容易引好事之徒去探秘，去改造，去获取。有人会认为“0”能取得什么呢？那是对“0”缺乏足够的认识，是认知空缺，得不到“0”带来的文化。

1993年颁布的《中华人民共和国国家标准》(GB3100-3102-93)《量和单位》，规定自然数包括“0”。1994年11月国家技术监督局发布的《中华人民共和国国家标准，物理科学和技术中使用的数学符号》中，将“0”纳入自然数集，而将原自然数集称为非零自然数。零是一种存在着的自然情形、状态。

首先我们必须意识到“0”的存在，这种存在当然是客观的事实。任何事物在产生之前，都是“0”。用心去钟爱它的人，会发现它，认识到它。想象不到的，想象中不敢去认识，不敢去触摸，不去努力创造和实施，那是不能做事的。

哪样的事情真是“0”了？我们要敏感地触及某项事物的“0”，认知这个“0”的存在、状态，想办法改变这个“0”的面貌与状态，发展这个“0”，才能获取到这个“0”所蕴含的财富。

“没有”和“有”是一对相互对立统一的概念。没有的否定为有，有的否定为没有。从没有到有的变化，就是使“0”发生向有的方向性变化，或是革命性的变化。在沙漠中感觉干渴，会知觉“0”水的存在。

《老子》说：“天下万物生于有，有生于无。”事物一开始，首先是“无中生有”。我们要有创造发明，要从“0”中生出“有”来。这个“有”是真实的事物。而三十六计中有一计，叫“无中生有”，其中的“有”本为“无”，让“无”生出“有”，是运用假象欺骗对方，让对方把受骗的假象当成真相，玩“0”的游戏。“无中生有”并不是骗术的专用词语，“无中生有”使我们真实生“有”，确切“有”，成就“有”。

相反，原来是“有”的，我们将其改变为“0”。原来是“有”的东西，阻碍或者破坏健康发展，这种“有”必须改变为“0”。有一个障碍物阻断了去路，就必须清除，使障碍物为“0”。我们发现对人体有害的病毒，就要研制抗毒、杀毒的药物，使用药物将病毒变为“0”。

万事尚未开始，为“无”，处在0状况。“万事开头难”还是“万事开头易”？当我们得到一些机遇，但总是犹豫豫，优柔寡断，畏首畏尾，还会有恐慌。“万事开头难”总无奈脱口而出。事情总是从无到有，发现“0”，要让“0”发生变化，必须集中精

力,有勇气有动力。《老子》第六十四章有讲:“合抱之木,生于毫末;九层之台,起于累土;千里之行,始于足下。”说的是万事从无做起,起于忽微,量变引起质变,从小事做起,才可能成就大事业。成就之后就觉得“万事开头易”,可就不是“万事开头难”了。

“0”具有任意的方向性。当你走进餐馆,尚未点菜,就是点菜的0状态,你可以点这个餐馆内的任何一道菜用餐。小学教师要求学生以“我的理想”为题目写一篇作文,每一个小学生将来的职业处在0的状态,他们各人依自己的兴趣爱好,表达出各自的理想。某高考考生在没有报考志愿之前,处于报“0”志愿状况,考生对选报志愿遨游想象,其可能报任何志愿上大学。

一个人在小路旁挖了一个坑,问路人种哪种树好?各有说法,得到许多不相同的答案,甚至说这个坑不能种树。实际上坑产生后,由“无”生“有”,同时产生“0”作用。从种树这方面去认识为“0”棵树状态,就能有任何一种作用选择,可以种下任何种类的树。世界上原本就没有这个坑,挖掘成坑是一个创建,兴许是创造财富。一个开端,挖坑者创造财富的“0”的开端。假如没有这个开端,就不可能在此种植树木,改变现状,创造财富。

零维空间只有一个点,无论从任何维度来看,这个点都不具备确定方向,没有长度、没有面积与体积。正是它没有维度,只能用“0”来表示,也就是所谓的原点。由于宇宙空间不断运动的原因,这样的0点也就不断定位,不断地变化。然而,运动是相对而言的,我们以静制动,仍然将0点叫作原点。

我们将0点既定为基位,选择对这个点很重要,一般设定在起落点上。单独的0点,既是终点,也同时是起点。0时间将前时终止而将即时起始。人们规定摄氏0度,将水与冰分隔。在数轴上的0,其同方向上左右分隔负数与正数,不是负数就是正数或零,不是正数就是负数或零。在多维空间的0,是哪一轴向都一样为0。二维平面上的原点(0,0),三维立体上的原点(0,0,0)。

“0”就像组成物质的原子,其中的质点(原子、分子或离子)相互作用形成化学键。原子由正负电子所产生的力结合的称共价键;原子由正离子与负离子靠静电引力结合起来的称离子键。原子中的正离子与外层自由电子作用而形成的无方向性的结合称金属键。总之,原子存在正负两种对立状态。“0”光子就是“0”物质。

任何事物都是不断发展变化的,“0”同样会发展变化。正与负引力,使不同的“0”存在着不同强弱的变化之势,这种势将使“0”有趋向于某种变化、发展,从而会将“0”的状态改变。一粒种子可能发芽,也可能腐烂、消失。“0”的强弱之势取决于其自身的原本基质,强势的“0”必须选择好。在起跑的“0”点,养精蓄锐,准确启动

十分重要。对实数 x ,极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$,这个“0”具有正数的基质;极限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$,这个“0”具有负数的基质。虽然这两种极限同样为“0”,但因前者是由正数方面

无限趋近之势产生的,后者是由负数方面无限趋近之势产生的,它们的原本基质是不同的。可见,数“0”自身有正负面。为正为负取决于我们的运用方式。好比一个有正负电荷的电场,“0”平衡稳定的整个电场。好比原子有粒子和波二重性。

有最大的负数吗?没有,很大的负数非常接近0;有最小的正数吗?没有,很小的正数也非常接近0;它们从左右两个方向无限地趋近于0。有无限多的负数,有无限多的正数,既不是负数又不是正数的零只有唯一的一个。有理数 a 的相反数是 $-a$ 。我们认为 0^+ 与 0^- 都是0,“0”的相反数是“0”,有自反性。“0”只能自己和自己相对称。然而这样的0只是存在于理论上的东西。

为什么人们喜欢“0”呢?因为“0”有天真无邪的状态面貌并有必然改变与发展的趋势。人们像喜欢婴儿一样喜欢“0”的状态面貌,那种早在原始中的生命状态,可依照引导去发展的状态。人刚刚出世,人性在“0”状态,无所谓善恶。提倡“人之初性本善”,引导人们向善发展,有利于人类社会。一只狼崽刚刚出世,尽管具有吃肉的生存基因,然而经过人工驯养,就不容易攻击人。

如果说有一头没有主人的牛,0主人,则任何人都可以成为这头牛的主人。现在不少原生态环境的地方,引起很多人产生兴趣。为什么呢?除了从祖先的遗传基因中产生以外,主要是0人类开发环境,无污染的自然环境。有人就想去那里感触这种环境,或者去开发,去获取。人们希望到太空中获取“0”的财富。

数字0与其他数字一样,是抽象的符号概念,必须有所指向才有意义。篮子内0个苹果,看不见苹果,摸不着苹果,然而不能说明篮子里没有别样东西。首先想到苹果,然后看不见苹果又摸不着苹果,在篮中嗅不到苹果气味,就是0个苹果了。0个苹果只是想象中的概念。

现在的温度为0度,指温度的一种发生情形、状态,是温度0这个概念的内涵;只有在温度计上才能看到刻度0,是温度0这个概念的外延。温度为0度,不能直接看见,听不到,摸不着0度,或许凭着感觉和经验大概能感知。

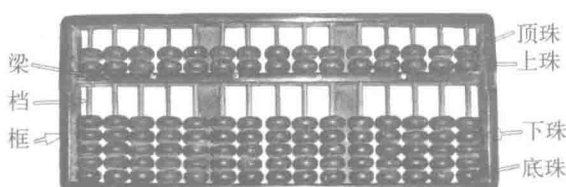
“0”为数字符号起源古代印度的数码和记数法,后来传到阿拉伯,被阿拉伯人改进和使用,又从阿拉伯传到欧洲,欧洲人误以为是阿拉伯人发明的,就把它叫作“阿拉伯数字”。印度·婆罗摩笈多(约598—约660)在《婆罗摩修正体系》中比较完整地叙述了零的运算法则:“负数减去0是负数;正数减去0是正数;0减去0什么也没有”,明确把0作为一个数来处理。中美洲的玛雅古典文化中用一个贝壳表示0。

“0”的中文为“零”。“零”字在《说文》中讲是余雨也。从雨令声。在《字汇》中讲是畸零,凡数之零余也。从数的角度看,是余的意思,整数余零。是不是中国古代人不重视数“零”呢?不是。中国古代对“0”有更深层次的认识。

中国易学《易·系辞上》讲:“是故易有太极,是生两仪。”刘歆(约公元前53—前23)说:“太极,中央之气。”魏晋时代的玄学用老子庄子的学说解《易》,以虚无本

体为太极。太极为●，为0状态。王弼(226—249)，以“一”为太极，“一”即“无”。说太极●是一种情形，毫无具体东西。太极有阴阳双面含义，正负两种趋向。佛教中说“一切皆空”，“空”的意思是没有实体的不变体，而“空”的体内又总是有因有缘。“太极●”“无”“空”是中国古代“0”的意义，这种意义是中国古代文化的原本。

中国古代运用算筹(盘)进行计算，算筹(盘)上数位是空的，表示为零，也就表示此数位上“无”数。后来“空”用“□”表示，或用“○”表示，“○”为空。数105，古代写为“一百○五”，读“一百空伍”，如今民间仍有人这样念。



零号“0”最早出现于公元683年中、印文化区交界处的记有年代的碑文中。古希腊、阿拉伯人等也用空位或类似圆圈表示零，可以说为殊途同归。

现代数学理论与数学方法中，0的地位和作用仍十分重要。代数方程从一元一次方程，二元一次方程，至偏微分方程这些方程式的右边都是0，不等式的右边一般是0。0起着定位分界、平衡稳定的作用。

现代信息科学中，0的应用更加频繁和重要，计算机语言是一个除1便是0的世界。

二、数字1的文化

数字1代表某一事物个数，是事物形态1个与数字1的自然对应。“1”在各种进位制中都是最先的一个单位。数字1不仅限于事物的个数，还有它的文化内容。了解到数字1的文化内容，是我们的精神价值。

“一”字，古代如何产生？中国古代人认为“数者，易数也”，凡数都是作为易数而规定的，数字一也不例外。汉书讲：“无无本本，数一之形，于六书为指事。”显然从字形上来看，“一”是一个数，也指符号，就是说作为数的指向，其标示符号是模拟写示意义上的，而无事物的具体形状、形象之可表明，所以从始原上来说，应与爻画的情况相类。“一”字是单纯的拟写、拟示、写示。“一”是数目的符号，而符号“一”不仅是数。六书之法皆出自然，“一”都要指向某事。“一”字从其初始出现来说，并不是专注于简单的数字1的表示、指示，其义构没有单一。

《礼运》说：“是故夫礼，必本于大一，分而为天地，转而为阴阳……”“惟初太极，道立于一，造分天地，化成万物，凡一之属皆从一。”“大一”与“太极”都是那一个“一”，事物的整体。不仅“一”字如此，其余诸数字在含义构成上也是多层性的，它

们都不是单一地表示数字而已。

印第安部族玛雅人和公元前 2—3 世纪的印度也用数字“一”；数字“1”，在古代巴比伦、古埃及、古希腊、古罗马等原始记数法均相吻合；古希腊毕达哥拉斯学派认为 1 代表基本的单数，其他一切皆由此产生。

我们必须善于利用“一”的整体观念。“一，惟初太始，道立于一，造分天地，化成万物。”《汉书·律历志》说：“终天之数，得八十一，以天地五位之合终于十者乘之，为八百一十分，应历一统千五三十九岁之章数。”即历法以一千五百三十九年为“一统”，一个单位。《管子·七法》说：“有一体之治，故能出号令，明宪法矣。”即政治要“一体”。宋·张载(1020—1077)《正蒙·神化》说：“推行有渐为化，合一不测为神。”这就是说有整体观念才产生神奇的力量。王夫之(1619—1692)说：“其推行之本，则固合为一气，和而不相悖害。”这就是说有了“一”的整体观念，不发生冲突，为做事成功之根本。杨沫(1914—1995)写的《青春之歌》第一部第十五章说：“许多许多年轻热情的眼睛都投射到道静的脸上、身上，那么亲切，那么热烈，似乎在希望这个陌生的女孩子，能够参加到他们的行列里面来和他们成为一体。”团结成一体，革命才能成功。总之，有着“一”的整体观念是我们的价值。

最小的正整数是 1，数最小的单位是 1，世界上最大的数字是什么？是无穷大吗？没有最大数字。从整体上说最大的数字还应该是 1。因为无限的宇宙是一个 1 的整体，而一个最小的 1 的个体，也是由其中无数的“1”的个体组成的。没有 1 就没有—1、2、3、4……直到无限的数字。

“一切”“统一”“全体”为一个整体。“一”的个体存在于整体之中。一个人，一个家庭，一个民族，一个地区，一个国家都是个体，各有其自私的属性和利益。某一个人是小“一”，存在于某个大“一”之中。大“一”由若干的小“一”组成。大“一”是全体、系统，小“一”是个体分子、元素。

生命物质的“一”与非生命物质的“一”不相同。每一生命物质个体在时间中的存续时间，一般都比非生命物质要短。然而，生命物质分裂，能够通过其他个体延续，并且在其他生命个体身上合成有他的血脉和生命。生命在空间和时间中的存在形式及主体单位并非同一的，但是共存的。小“一”的“我”只是一个“我”吗？小“一”的一个“你”仅仅只是一个“你”自己吗？将“一”孤立起来，将谁孤立起来，这一个生命物质单位将缺少生命的意义。

一个植物体是一个整体，从结构上看，一个植物体的各个细胞靠细胞间邻近的细胞壁的细丝和周围的细胞保持着有机的联系，在有机物的运转上成为一个整体。被子植物有根、茎、叶、花、果和种子，彼此之间分工协作，相互联系，成为一个生死与共的整体。

每一个生物体是一个生命的整体。人体有运动系统、循环系统、消化系统、泌尿系统、神经系统、内分泌系统和生殖系统，人体各个器官系统在进行生命活动时，

是协调统一、互相配合的,充分体现出是一个统一整体。人体内的各个细胞,各种化学作用,状似杂乱无章,而各个系统,各个细胞,各种作用都是为了保持这个生命的生存。哪怕是对此生命产生最轻微的威胁,各系统,各个细胞都会各尽所能,产生出不只是保护自己,而是保障一整体的安全的动力。全力自保,这是生命体的本质。

一个人是组成一个大“一”社会的最小单位,是一个社会的小“一”,一个分子。而一个集体是组成一个社会的一个元素。多个分子,多个不同的集体,构成整个社会。一个人的综合素质水平的高低,影响着这一个集体素质的好坏,从而影响着整个社会人们的综合素质和发展水平。既然集体是由每个人组成的,那么集体的利益就能代表组成这个集体的各个成员的个人利益,而个人利益从某些角度上也代表集体利益,但却不能完全等同于集体利益。

人们常说,一通百通,一路平安等,就是利用“一”的普遍性。《红楼梦》八十三回有一句“林丫头一来二去的大了”。说林丫头与一般少年一样一年一年长大。“一叶知秋”“举一反三”是从特殊到普遍。一切事物都是普遍与特殊,共同性与个别性的统一。

数学中,1既不是素数也不是合数,因为它的因数有且只有1这一个因数。数学运算中,任何数字同1相乘、相除都不会发生变化。在进行乘除运算时,1可能隐匿不露;也可以有意添加而乘上去。1不能做对数的底。1的倒数是它的本身。

几何图形的解析式的右边一般是1。解析式的右边一般是1起着图形的整体和部分之间关系的作用。半径为 a 的圆的方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$,椭圆方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$,双曲线方程 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$,椭圆面方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$,单叶双曲面方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$,平行平面方程 $\frac{x^2}{a^2} = 1$,抛物线的离心率 $e = 1$ 。

由于1是从0首先发展过来的先锋者,所以有领先地位。人们也十分高兴用其所长来表述这种情况。第一名、第一位、第一流、第一把手、第一夫人、美国空军一号飞机等表示领先者,是最好的名誉和最高的地位。公元前30年,罗马帝国第一任皇帝,是恺撒大帝(Gaius Julius Caesar,公元前102—前44)的外孙,叫屋大维(Gaius Julius Caesar Octavianus,公元前63—14),他不用君主的称号,自称“第一公民”,即元首。

数字1有明确的存在性。“屋内有一人”说明了屋内一个人的存在,不管此人是男人还是女人,是迈克、金妮还是另外还有人。屋内有一人,不说明仅有一人,是起码有一人。“屋内有且仅有一人”说明有人,人数仅有一人。

数学中所谓“当且仅当”既有存在性,又有唯一性。当 $x=0$ 时, $x^2=x$ 成立,当

$x=1$ 时, 当 $x^2=x$ 也成立。当且仅当 $x=0$ 时, $x=-x$ 成立; 当 $x^2=x$ 成立, 有 $x=1$ 或 $x=0$ 。那就不是当且仅当 $x=1$ 时, $x^2=x$ 成立了。

数字 1 是确定的, 所有数字都是确定的。草地上有一只鹿, 不是半只鹿, 也不是两只。有人说那是一只怀孕的母鹿, 说一只半鹿有何不对呢? 就是不对, 因为数字 1 是事物形态 1 个与数字 1 的对应, 小鹿尚未出生, 没有一只小鹿的形态出现眼下, 眼下只有一只母鹿。人们也十分高兴用数字 1 来表述各种确定情况。譬如, 说一不二、一心一意、一是一二是二、一言九鼎, 等等。

数字是抽象的概念。数字 1 抽象得自身没有任何意义, 然而只需数字 1 与任何事物产生对应关系, 数字 1 都有特殊意义了。当指向一木棒时, 就算一支木棒; 当指向月亮时, 就说一颗卫星; 当指向一帮人时, 就有一群人了。

李冰是一个汉人, 琼斯(Jones)是一个英国人, 1 是个整数……与其他具体数字一样, 都包含个别与一般, 特殊与普遍的关系。就是个别的 1 存在于一般的整数这一个大“一”之中。同样也可以说, 有一个汉人叫李冰, 一个英国人的名字是琼斯。存在整数 1……与其他具体数字一样, 都是一般与个别的关系。就是一般的整数中存在着 1。

在计算器科学中, 1 经常用于表现-{zh-cn: 布尔值; zh-tw: 布尔值}的“真”值。

1 有多大? 一种事物自身不与其他的比较, 就没有什么大小、高低、多少之分。《庄子·天下》说: “惠施……历物之意, 曰: ‘至大无外, 谓之大一; 至小无内, 谓之小一。’”

总之, 1 可表示整体, 也可表示个别。

三、数字-1

-1 是 1 的相反数, -1 与 1 关于 0 对称。

-1、0 和 1 是一组对立统一体, -1 在 0、1 产生的基础上产生的, 而 1 也是在一1、0 产生的基础上产生的。这组对立统一体中每一个所研究的对象概念必须相同, 在同一条直线上。-1 匹白马, 0 匹马, 1 头牛所研究的对象概念不同, 不是一组对立统一体。1 头牲畜, 0 头牲畜, -1 头牲畜, 所研究的对象概念才相同。

这里顺便谈谈名称概念问题。“有形者必有名, 有名者未必有形”, 名称概念有具体概念和抽象概念的区分。1 张纸, 1 朵花, 1 条虫子等是具体概念; 1 股电子流, 1 种享受, 1 个概念等是抽象概念。

概念有内涵与外延, 水银温度计上-1 度的内涵为温度-1 度, 外延为水银柱从 0 降落-1 度。温度-1 度不是客观物质, 是人们创造的, 只能由人的想象才认识的概念。经过看到水银柱涨的刻度, 再通过大脑和其他感官便得到温度-1 度的概念。

我们能看见, 是数字 1 与牲畜形态的自然对应。在这种所研究对象概念的基

础上,才能抽象得出 0 头牲畜和-1 头牲畜的存在,没有牲畜和欠缺 1 头牲畜。这种欠缺感会激励人去想象,去改变现况。

1 头牲畜的概念是确定的,而 1 朵红花的红色概念不能确定。大红、深红、紫红、朱红……淡红,淡得发白或者无色,分不清是白还是红,是朵白花还是朵红花? 红色这种概念缺乏确定性。确定了的概念能够使人们明确事物。战国时期,公孙龙认为“白马非马”,就是说“白马”和“马”两个名称不能等同,是两个不同概念。“马”未必是“白马”,可能是红马,还可能是黑马。“一匹马”和“一匹白马”是不同的。

一位小孩上学路上要买早餐,发现口袋内没有钱,他就要借欠、赊账 1 元,用-1 元买早餐。假如这小孩子缺乏-1 的概念,认为没有钱就无法买早餐,那么就要饿肚子。某画匠作一幅山水风物画,觉得有点荒凉,缺欠了什么,有负数存在的感觉,后来添上一个挑水小和尚,感觉满意。

正负是相对的,可以相互转化。一般都要认同 0 至 1 的方向为正向,向阳;1 至 0 为负向,向阴。这种规定方向是一个社会化问题,人不能脱离社会。自己的想法,做法必须符合客观社会共识。如果你一定要将 0 认作 1,或从 0 至 1 为负,那么只有你自己懂得了,其他人不会懂你的意思,你的想法、做法与其他人不相干。由于 0 至 1 的方向为正向,那么-1 至 0, -1 至 1 的方向均为正向。显然,0 至-1 为反向、负向。而负向的反向就为正向。这些正向,负向都要共线,在同一个方向上。

若以 0 点为原点,向东正向走 1 步, $0+1=1$,然后转身向西又走一步, $1-1=0$ 回到原点,再向西走一步, $0-1=-1$ 。这种 $-1+0=-1$ 古代人叫“负无人负之”。若先向东走 1 步,然后不是再向东走或转身向西又走一步,而是向南走一步,离开了东西方向线,不共线了,产生了一个非 0 非 180 度的角度,用一整步怎么也回不到原点。南北朝的契此,在《插秧诗》讲“退步原来是向前”。甲向乙传球出去一半距离,对乙来说是将有一半距离才到来。

理性认识范畴的阴阳概念与矛盾概念一样,自身没有具体的含义,只有利用它分析和认识具体事物时,它的意义才有可能随着我们对事物在实践中的认识而彰显出来。这个过程也就是理论又回到实践的过程。《易传·系辞》讲:“一阴一阳之谓道(规律)。”阴阳相互对立,相互约制,在变化中平衡,且相互转化。明与暗是对立地存在着,我们能看见的范围不大,人眼的感光范围只在 380—780 nm(纳米)内的范围,是明的一面。不明则暗了。宇宙空间有阴性与阳性星体,且阴阳从大尺度上讲是平衡的。阳性星体散发着光和热的能量信息,吸收阴和凉的能量信息。阴性星体,也叫“黑洞”,它的核心散发着阴和凉的能量信息,吸收光和热的能量信息。

事物存在正负、阴阳的对立统一之中。当我们了解到 1 的时候,要注意到 0,要

注意到-1,这是一-1 给我们带来的文化。

四、“-1, 0, 1”,纠结态统一体

中国古代的太极是“一”个圆图,这“一”个图统领阴阳二物,相互作用,运化万千,是纠结态。“-1, 0, 1”也是1个太极一样的纠结态统一体。马约拉纳费米子是正反同体的,是太极一样的粒子。我们没有定义1的长度、大小、厚薄,不确定这个统一体的大小。然而当有0时,就有阴阳二物,有正负1。而当1产生时,-1也悄然产生,不管是否显露。

老子的《道德经》讲:“反者道之动,弱者道之用。天下万物生于有,有生于无。”就是讲循环往复的运动变化,是道的运动,道的作用是微妙、柔弱的。天下的万物产生于看得见的有形质,有形质又产生于肉眼不可见的无形质。这里讲了“-1, 0, 1”的产生与统一。

任何事情都是对立统一地存在,“-1, 0, 1”统一于“0”。左—右,好—坏,轻—重,前—后,是一—非,有—无,老—少,深—浅,高—低,快—慢,升—降,入—出,开—关,斜—正等;增长—减短,崭新—陈旧,静谧—吵闹,简单—复杂,勇猛—怯懦,附近—遥远,寒冷—温暖,温柔—凶恶,开始—结束,现在—将来,意识—存在等都是纠结态统一地存在。

极左或者极右都是不能长久的东西,极端偏离了“统一”,物极则反。然而没有偏离就是“中庸”,缺乏事物发展动力。事物总是要发展变化的。“-1, 0, 1”统一于“0”,但是不能总是0吧。

“天地不仁,以万物为刍狗(用草扎成的祭祀的狗)”就是讲天地并不会施仁义,只是让万物如刍狗那样走完自己由荣华到废弃的过程。对立不仁义。对立统一地生存与消亡。生存的动力是抗争。不能总是守护“0”,要变化发展的“0”守也守不住。故“中庸”是短暂的、有问题的。

氢气与氧气燃烧生成水。水克灭火,水与火是对立的。火会被水克灭。水火不容。但当火力大于水力时,水就克不了火。“油”是由水的形态而存在。“油”是水火的纠结态之一。火上浇油,火力更旺。水中的火有海底火山,雨中雷电等,水与火包容。

我们经常抓两头促进中间。学校的班级会补差培优来提高全班成绩,运用“-1, 0, 1”的学问。某镇领导重点抓扶贫和培育经济能人,镇上发展和谐。扶差吃力气,培优讲水平。

有水有火是人生存的基本条件。“水”“火”也有不仁。水力太大成洪,人会被水克死。人与水抗争,可用土。中国古代有“大禹治水”,可用土治水故事。古代神话故事《精卫填海》讲:古代炎帝之小女儿叫女娃,她被东海吞没后,化为叫精卫的小鸟,精卫锲而不舍地从发鸠山上衔了一粒粒小石子,一枝枝树枝向海投下去,欲

把大海填平。与洪水抗争,也可以上诺亚方舟(Noah's Ark)等方法躲避。躲避也是一种求生方法。让“0, 1”不共线,浮到恶水之上避开水。没有火,即当火为 0 时,“钻木取火”就生火。(希腊)普罗米修斯会偷火,他从太阳神阿波罗那里盗走火种送给人类。

“-1, 0, 1”是纠结态,不是静止的、稳固的,而是运动着的、对立斗争变化着的。

五、二进制

-1+1 什么时候不等于 0 呢? 是不是在算错了才发生? 什么时候只有 0 与 1 而没有 -1 呢?

1703 年,德国·莱布尼茨(G. W. Leibniz, 1646—1716)在《皇家科学院纪录》上发表标题为《二进制算术的解说的文章——“它只用 0 和 1”》的文章,其中讲述二进制用途以及伏羲氏的《周易》所使用的古代中国数字的意义。以后周易与二进制问题作为东方文化的奇迹一直引起西方学者的广泛注意,一直到 21 世纪,几乎没有人对此表示异议。

数字 8 的二进制数为 $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 8$ 即 1 000; 数字 9 的二进制数为 $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 1\ 001$ 。

古人认为“孤阳不存,孤阴不生”,阴阳两者之间相互作用才使事物发展变化,中国人已经从这种简单的事实推理出事物发展的规律。这种对立统一、发展变化的思想贯穿在《易经》和《易传》中。“否极泰来,无平不陂,无往不复”,“否”与“泰”均由三阴三阳构成,只是相连接的三阴三阳上下不同,都说明了阴阳万物既对立统一,又相互转换。古人如此简单朴素的思想方法,反映着各种事物大概如此。

由于我们平常的思维认识是十进制,数字相加为 7、15 只是利用十进制的加法运算来发觉有点神奇。对二进制的理解,对八卦九宫不能与十进制的数字相混淆。阴阳相交合是信息,是生化,不是相加减乘除。一般有了对十进制的思维认识,要去理解二进制的含义,是很不容易的事,一般也没必要。当然,用二进制开发和发展计算机技术,那是十分必要的。

每位都是 1 的数字是全阳之数。有数字 1 的二进制为 1, 3 的二进制为 11, 7 的二进制为 111, 15 的二进制为 1 111, 31 的二进制为 11 111, 63 的二进制为 111 111, 十进制的 $2^n - 1 (n=1, 2, 3, 4, \dots)$ 是全阳之数。全阴数 0 换成十进制唯独为一个 0, 全阳数就显出神奇。7, 15 等是神奇数。

莱布尼茨不仅发明了二进制,而且赋予了它宗教的内涵。他在写给当时在中国传教的法国耶稣士会牧师布维(Joachim Bouvet, 1662—1732)的信中说:“第一天的伊始是 1, 也就是上帝。第二天的伊始是 2, ……到了第七天, 一切都有了。所