



航天科技图书出版基金资助出版



美国航空航天学会教育系列丛书

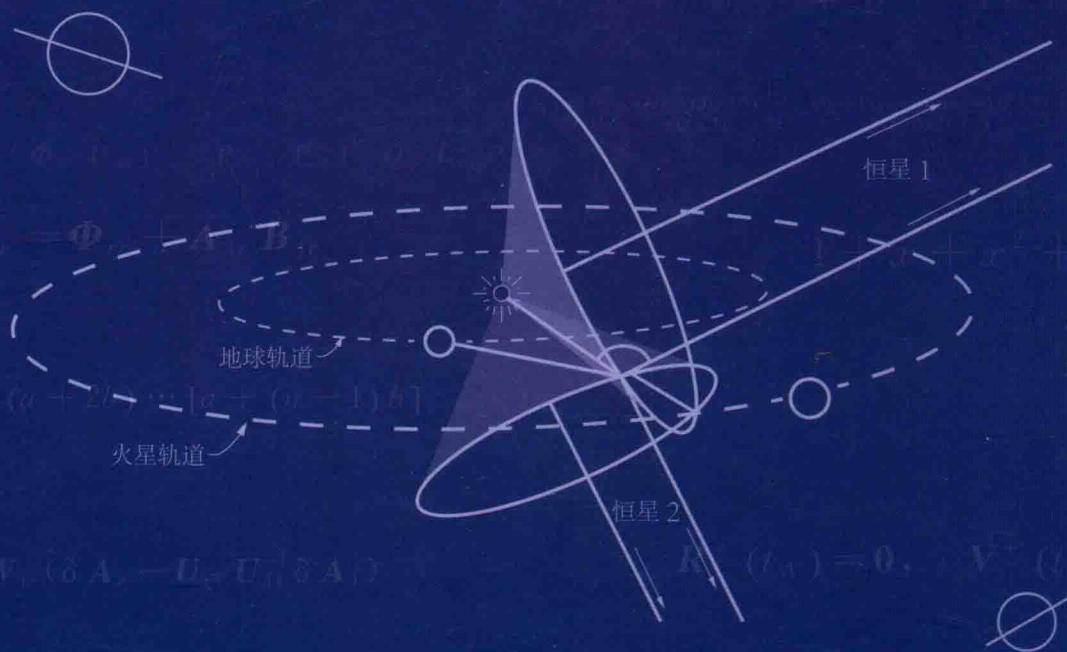
主编：J·S·普尔米尼亚茨基

# 航天动力学的数学方法 (修订版)

An Introduction to the Mathematics and Methods  
of Astrodynamics, Revised Edition

[美] 理查德·H·巴廷 (Richard H. Battin) 著

倪彦硕 蒋方华 李俊峰 译



 中国宇航出版社

航天科技图书出版基金资助出版



美国航空航天学会教育系列丛书  
主编：J·S·普尔米尼亚茨基

# 航天动力学的数学方法

(修订版)

An Introduction to the Mathematics and Methods  
of Astrodynamics, Revised Edition

[美] 理查德·H·巴廷 (Richard H. Battin) 著  
倪彦硕 蒋方华 李俊峰 译



中国宇航出版社

·北京·

Translated from the English language edition:  
*An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*,  
Revised Edition

by Richard H. Battin

Originally published by the American Institute of Aeronautics and  
Astronautics, Inc. ISBN 978-1-56347-342-5

Copyright © 1999 by the American Institute of Aeronautics and  
Astronautics, Inc. All rights reserved.

本书中文简体字版由著作权人授权中国宇航出版社独家出版发行, 未经出版者书面许可, 不得以任  
何方式抄袭、复制或节录本书中的任何部分。

著作权合同登记号: 图字: 01-2018-4117号

版权所有 侵权必究

### 图书在版编目 (CIP) 数据

航天动力学的数学方法 / (美) 理查德·H·巴廷  
(Richard H. Battin) 著; 倪彦硕, 蒋方华, 李俊峰译  
--修订本. --北京: 中国宇航出版社, 2018. 6

书名原文: *An Introduction to the Mathematics  
and Methods of Astrodynamics*, Revised Edition

ISBN 978-7-5159-1488-6

I. ①航… II. ①理… ②倪… ③蒋… ④李… III.  
①航天器—动力学—数学方法 IV. ①V412.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 145346 号

责任编辑 侯丽平 封面设计 宇星文化

出版 中国宇航出版社

社址 北京市阜成路 8 号 邮编 100830  
(010)60286808 (010)68768548

网址 www.caphbook.com

经销 新华书店

发行部 (010)60286888 (010)68371900  
(010)60286887 (010)60286804(传真)

零售店 读者服务部  
(010)68371105

承印 河北画中国印刷科技有限公司

版次 2018年6月第1版  
2018年6月第1次印刷

规格 787×1092

开本 1/16

印张 45.5

字数 1107千字

书号 ISBN 978-7-5159-1488-6

定价 388.00元

本书如有印装质量问题, 可与发行部联系调换

## 航天科技图书出版基金简介

航天科技图书出版基金是由中国航天科技集团公司于2007年设立的，旨在鼓励航天科技人员著书立说，不断积累和传承航天科技知识，为航天事业提供知识储备和技术支持，繁荣航天科技图书出版工作，促进航天事业又好又快地发展。基金资助项目由航天科技图书出版基金评审委员会审定，由中国宇航出版社出版。

申请出版基金资助的项目包括航天基础理论著作，航天工程技术著作，航天科技工具书，航天型号管理经验与管理思想集萃，世界航天各学科前沿技术发展译著以及有代表性的科研生产、经营管理译著，向社会公众普及航天知识、宣传航天文化的优秀读物等。出版基金每年评审1~2次，资助20~30项。

欢迎广大作者积极申请航天科技图书出版基金。可以登录中国宇航出版社网站，点击“出版基金”专栏查询详情并下载基金申请表；也可以通过电话、信函索取申报指南和基金申请表。

网址：<http://www.caphbook.com>

电话：(010) 68767205, 68768904

## 译者序

本译著的原著内容丰富，在航天领域有重要的国际影响力，是麻省理工学院“航天动力学”课程指定的教材，国内许多航天工程领域相关的科研院所和工程部门都将它作为重要的参考书。原著重在数学方法的介绍和基本概念的阐述，公式推导简洁明了，每节内容后都附有大量有针对性的练习和思考题，是非常优秀的航天动力学教科书。在为本书选取中译名时，译者有感于本书翔实的数学推导，认为其之于航天动力学有如阿诺尔德《经典力学的数学方法》之于经典力学，故没有直译而将本译著命名为《航天动力学的数学方法》。

原著作者巴廷博士作为科学家和工程师，亲身参与了包括阿波罗计划在内的美国太空计划早期的研究探索，做了许多卓越的开创性工作，为美国太空计划做出了突出贡献，因此原著除了介绍一般的知识以外，还展示出了航天动力学波澜壮阔的历史发展背景，催人奋进。本书适合作为航空宇航科学与技术学科高年级本科生和研究生的教材，也适合用作航天领域技术人员的工具书和参考书。译者所在的课题组在过去十余年中常推荐新入学研究生研读此书，老师和同学们都获益匪浅。

鉴于本书的巨大价值，译者所在的课题组有很多人在学习原著后都曾考虑翻译，均因种种原因未能实现，直到2014年8月方才开始动笔，我们在科研课题任务间歇，夙兴夜寐、废寝忘食地翻译推敲，经常每天翻译十几个小时。至2015年6月完成初译稿后，又一度因为版权沟通不顺利而险些胎死腹中。经过两年半的艰辛沟通，终于峰回路转，最终获得了翻译出版中译本的版权，本书方能得以面世。

在本书的翻译和出版过程中，得到国家自然科学基金（11672146和11572166）、航天科技图书出版基金资助，特此致谢。

值此探索浩瀚宇宙、发展航天事业、建设航天强国之际，希望本书的出版能更加方便国内读者使用，帮助更多航天人开拓人类“高边疆”，开创航天新时代。由于译者水平有限，难免会出现纰漏和错误，欢迎读者批评指正。

译者

2018年2月8日于清华园

## 引 子

理查德·H·巴廷 (Richard H. Battin) 这部包罗万象的航天动力学专著无疑是科学著作中的经典。这部专著从航天动力学的基础理论讲述到人类宇宙探险征途中所必需的太空导航, 涵盖了天体力学、航天器轨道理论和太空导航的基础内容, 以及过去三个世纪以来的基础数学发展, 并以 20 世纪的太空探索作为最后的高潮。作者现已在第 1、3、6 和 11 章中加入新的内容, 构成了这部教科书的修订版。

本书的前半部分介绍了超几何函数所需要的数学基础知识、分析动力学、二体问题、开普勒方程和兰伯特问题等; 后半部分包含了非开普勒运动、圆锥曲线拼接轨道和摄动法、常数变易法、二体轨道转移、轨道运动方程数值积分、航天器天文定位和太空导航。本书详细地解释了所涉及的数学概念, 因此无需其他参考资料。作者通过清晰的文体、缜密的论证和对细节的关注让数学推导深入浅出。

巴廷博士的这本教材不仅在当代航空航天工程师中应用广泛, 而且当后来者超越“阿波罗”计划踏上征服“高边疆”的险途时依然会发现它大有裨益, 堪称传世之作。这本教材既是巴廷博士作为一名科学家和工程师卓越的开创性工作, 也是他个人对美国太空计划的突出贡献。

由美国航空航天学会 (AIAA) 出版的教育系列丛书, 囊括了航空航天领域不同学科十分广阔的理论 and 实践应用。这个系列丛书还包括了国防科学、工程和管理方面的内容, 其定位是一线工程师、科学家和管理者的教材或参考资料, 整个系列出版的图书超过 60 种。

《美国航空航天学会教育系列丛书》主编

J·S·普尔米尼亚茨基 (J. S. Przemieniecki)

## 序 言

本文于阿波罗8号任务前夜发表在《纽约时报》上，并以“阿波罗8号——月球之旅”为题重印在《展望》杂志特刊上。

阿波罗的月球之旅代表着古老的导航技术达到了令人激动的新高度。

运用与开普勒行星运动理论一样古老的导航原理和高速计算机之类的新技术，航天员能够以哥伦布（Columbus）或航海家亨利王子（Prince Henry the Navigator）当年无法企及的精度确定方位和航线，并驾驶飞船徜徉于浩瀚的外太空之中。

自从人类踏入海洋，精确导航便始终是一个挑战。很多个世纪以来，除了短途旅行，只有勇者或莽夫才敢挑战看不到大陆的地方。导航技术发展甚为缓慢，直到200年前海上的船才能够准确地定位。

人们早已掌握通过测量北极星相对当地水平面的仰角来确定纬度的方法。早在2000多年前，希腊人就发明了相应的仪器——星盘，这可能是世界上最古老的科学仪器。

又过了很久，大约在12世纪或13世纪，水手才有了罗盘。利用罗盘，水手可以设定航向并通过估计船速得到他的大致位置。然而，只有船的纬度可以通过直接观测得到。

直到18世纪，衡量东西向距离的经度才得以精确测量。事实上，从历史的尺度上看，直到近期人们才认识到，用于确定经度的关键因素是一个可靠的便携式钟表。

在16世纪至17世纪，经度测量问题是每个海洋国家的当务之急。各个国家竞相悬赏，以使自己第一个掌握在海上精确导航这一重要技术。

世界上顶尖的科学家都关注这个问题。经济、政治和军事均处于成败关头，对霸权的争夺在某种程度上就像今日的载人登月竞赛。

最终英格兰约克郡的木匠约翰·哈里森（John Harrison）率先成功发明了航海钟（又称航海天文钟或精密钟）。航海钟的发明耗时30年，并于1761年完成了首次演示。这个仪器解决了海上导航的问题。在接下来的几年中，随着更加精密仪器的研发，导航技术趋于完善。

阿波罗8号所携带的每一件导航设备在早先的设备中均有对应。星盘已经演化为空间六分仪，航天员利用它可以同时观察亮星和地球或月球表面的目标。

空间六分仪的目的是测量视线和天体之间的夹角。从测量中获得的数据可以协助阿波罗的领航员确定飞船的位置和速度。

水手的罗盘和指北针在外太空中用途不大。然而，罗盘所展示的提供恒定参考方向的



导航功能对航天器与对船只或飞机同等重要。此外，太空中的位置问题是三维而不是二维的，因此精度要求更为苛刻。

阿波罗飞船依靠一个惯性测量单元保持参考方向。这个装置的主体通过枢轴装在一个小平台上，这样飞船可以绕它任意旋转，就像装在枢轴上的罗盘指针总是指北，与船的方向无关。

在这个小平台上安装了三个陀螺仪，用于感知并避免平台发生任何转动。因此当阿波罗飞船的航向在飞行中发生变化时，总能够测量飞船航向相对于这个平台的夹角，这个平台总是准确地指向空间中的一个固定方向。

同在大海上航行的船只一样，精确的计时也是阿波罗导航仪必不可少的一项功能。事实上只需想想飞船在飞往月球的途中速度高达每秒7英里<sup>①</sup>，就可以意识到精确计时的重要性。特别是月球也在以每秒1.5英里的速度相对地球运动，因此时间上微小的误差可能直接导致巨大的位置误差。

在阿波罗飞船中，时钟是飞船数字计算机的一部分。和海上的领航员需要利用航海图与航海表进行数学计算一样，对飞船进行导航也是一个巨大的数学问题。为此需要一台小而通用的电子计算机，计算机内精密的计时电路起到了时钟的作用。

我们已经提到了海上导航和太空导航的相似之处。不过当考虑到运动体所处的环境、运行的速度、合适路线的选择等情况时，二者依然明显存在一些基本差异。

在海上或空中导航时，必须把气流和水流的影响考虑进来，即使它们无法直接测量。通过计算相继经过两个固定位置的时间，领航员可以估计并修正气流和水流的影响。即使无法非常精确地获得，误差也不会太大，并且最终可以通过航线和速度上的变动完成修正。

相反，飞船的领航员无须面对大量像气流或水流一样未知且不可预测的干扰因素。由于所受的力较为熟知，因此太空中的运动更加确定。

除了这个重要的优点以外，高速的太空航行也会带来地面上不会遇到的严重问题。当阿波罗飞船冲向月球时，它必须以数倍于步枪子弹的速度运动才不会落回地球。由于这巨大的速度，再加上携带的推进剂有限，在运动速度大小和方向上很难做出大的改变。

飞船的指令长不能像海上的船长一样随意喊出“右满舵”这样的口令来修正航向上的误差。由于许多操作上的限制，每次阿波罗任务的各个环节都必须事先仔细规划。

最后的问题是规划到目的地的合适路线。在规划海上或空中航线时，燃料上的考虑通常使人们选择沿最短路径航行。

在选择到月球的合适轨迹时也要考虑推进剂因素，不过要更深奥一些。

例如，为了更有效地利用推进剂，当阿波罗飞船从月球后面飞过，需要充分利用月球引力场偏转飞行轨迹，以进入重返地球的航线，避免进入月球轨道。为了成功地完成这个任务，需要高精度的导航，这样飞船才能以正确的速度、高度和航向掠过月球。

<sup>①</sup> 1英里约合1.6千米。——译者注。



挂在天上的月亮是如此真实，以至于我们可能会奇怪为什么把一艘飞船送到它旁边会如此困难。为了回答这个问题，我们不妨简单考虑一下飞船从地球停泊轨道离开时产生的误差对于阿波罗月球段轨迹的影响。

为简单起见，假设阿波罗只是一颗为了击中月球而打出的子弹。即使是这个相对简单的任务，在发射速度上千分之一的误差或者只是瞄准方向上 $1^\circ$ 的误差，都会导致阿波罗错过月球。

阿波罗8号的精度要求要远甚于此。任务目标不是简单地击中一个2000英里直径的靶子。相反，阿波罗飞船必须通过精确的计算绕过月球。

当飞船接近月球时，如果不在速度的大小和方向上进行一些微调，达到这种精度完全是妄想。

就算需要修正，也只能在飞船的位置、速度大小和方向都能准确获知的情况下进行。由于轨迹上的误差需要消耗推进剂来进行修正，对于飞船导航来说，精确地确定这些量最为重要。

在了解太空导航的一些特点与所需的基本设备后，我们现在将更多地聚焦在阿波罗导航任务精确开展的细节上。我们需要考虑两个基本飞行阶段——滑行段和推进段。

滑行段——影响飞行器的因素只有引力——飞行时长以小时甚至天来衡量；而在推进段——主发动机工作的时候——每次只有短短数分钟。尽管可能有读者会质疑，但是两种情况下所包含的技术完全不同。

在阿波罗飞船飞往月球漫长的滑行段中，导航包含两个内容：第一是要频繁地进行导航测量以提高对飞船位置和速度的估测；第二是定期对飞船与月球预期交会时刻的位置和速度进行预报。

如果这些预报表明飞船未遵循既定方向飞行，那么就要利用火箭发动机对运动速度的大小和方向进行微小修正。

在漫长的滑行段中预报阿波罗飞船的航向和天文学家预测月球和行星位置的问题是一样的。飞船和行星的运动是由太阳系星体的引力场相互作用而决定的。

艾萨克·牛顿爵士（Sir Isaac Newton）发现了支配这类运动的基本物理原理。依据万有引力定律，他第一个把太阳系描述为多个天体相互吸引的整体。牛顿的工作成果使得利用数学方法精确预报行星位置成为可能。

有很多因素影响着轨道长期预报的能力。首当其冲的便是求解牛顿方程的数学技巧。这些方程无法解析求解，除非使用精巧的计算技术，否则产生的误差会使计算结果迅速变得不可靠。依靠现代高速计算机，可以快速完成所需的计算，以便与阿波罗任务同步。第二，对行星位置和速度的准确预报也取决于人类对行星本身的了解，例如大小、形状、密度和质量，所有这些都都在数学推算中扮演着重要的角色。

最后也是最重要的，便是数学中称为“初始条件”的问题——即在预报开始时刻的位置和速度。除非这些初值在一开始被精确给出，否则它们很明显无法被精确预报。

为了保证准确的初始条件，必须利用星载空间六分仪和地基全球追踪网络中的光学和

雷达测控方式所搜集到的数据，定期修正估测的位置和速度。

地基雷达装置可以测量距离、方向以及从雷达站到飞船距离的变化率。

航天员利用空间六分仪可以测量地平线上一颗恒星到月球上目标的确切夹角。利用这些数据可以修正预估的位置，就如同一艘船的领航员利用从灯塔或是无线电信标得到的罗盘方位，对船的预估位置进行修正。

当一次测量完成的时候，数字计算机中已经包含了对飞船位置、速度的最优估计。因为恒星方向、目标和跟踪站的位置都是已知的，可以计算被测量的期望值——例如与跟踪站的角度或距离。

当将这次测量的期望值与实测值进行比较时，二者之差可以用来修正飞船位置与速度的估测值。不同时刻测量值所构成的序列，结合太阳系的精确数学公式描述，最终可以产生充分精确的估测以保证正确的修正操作。

另一个要讨论的主要导航内容是主发动机工作时阿波罗飞船的导航与转向任务。利用推进系统提供推力，可以对飞船运动的速度和方向进行相当重要的改变。

在阿波罗8号任务中，这种能力主要用于三种可能的操作：1) 在飞船飞越月球时减速，使得飞船进入绕月轨道；2) 当从绕月轨道脱离并以正确的航线返回地球时提供必要的速度；3) 到达月球前如有必要，中止任务并返回地球。

作为一个特例，考虑任务中的地球转移射入轨道，即为了返回地球对飞船加速以离开绕月轨道。在绕月轨道的任意位置都可以算出飞船飞回地球所需的正确速度。

飞船当然原本不具有这样的速度，而是在以一定的速度绕月飞行。如果可以突然改变飞船的速度和方向，使其达到所需值，飞船就可以立刻开始返程。

飞船实际速度和返程所需速度之差称为应增速度。如果应增速度正好为零或者可以消除，那么就完成了预期目标，飞船依靠惯性滑行的漫长归程也随即开始。

当然，运动速度的大小和方向并不能发生突变。事实上大约需要2.5分钟的推进将速度改变至所需的大小。不过通过调节发动机指向并沿应增速度的方向推进，应增速度最终会减为零。一旦达到这个条件，发动机就会关机，并开始滑行。

在开机推进操作中，阿波罗的导航系统必须把飞船控制在正确的方向上，测量发动机给出的推进加速度，不断计算尚需增加的速度，并当操作完成时发出发动机关机信号。

如前所述，当火箭点火时要测量飞船相对于惯性平台的方向。这个方向同时受两个因素控制：一是小喷管的燃烧；二是旋转发动机使飞船转向合适方向以消除指向误差。推进加速度通过固定在惯性平台上称为加速度计的设备测量。

没有设备能够直接测量引力。不过，既然引力只取决于航天器相对地球、太阳和月球的位置，可以通过数学公式精确计算引力。阿波罗飞船的计算机可以计算引力，并结合所测到的推进加速度来计算在发动机关机前所需的速度。

阿波罗飞船回程中的导航任务同样需要测量、预报以及修正飞船轨迹。但是容许的误差幅度远比离开地球的时候严格。飞船再入大气层时方向误差在各个方向都不能超过 $1^\circ$ 。

如果再入角过大，阻力可能过大并最终导致飞船结构或乘员无法承受。另一方面，入

射角太小会导致飞船弹出大气层。因此精确的中途导航是任务最终成功的基础。

月球会是人类探索宇宙的极限吗？这样的假设忽视了人类最基本的动力——探索、理解并征服他所处的环境。人类现在已经踏上新的“大航海时代”（Age of Discovery）<sup>①</sup>，这同第一个“大航海时代”一样，将会对导航技术提出新的挑战。

理查德·H·巴廷

1968年12月21日

<sup>①</sup> 大航海时代，又称地理大发现，探索时代，是指15世纪至17世纪洲船队对世界进行的远洋探索。——译者注。

## 前 言

在牛顿和开普勒之后的三个世纪中，世界上最伟大的数学家们把天体力学研究得相当透彻，以至于在苏联 1957 年发射人造卫星 (Sputnik) 之前的几十年内，天体力学几乎不必出现在大学课程中。当然，天体力学对于古代天文学家而言，仅限于预测太阳系中自然存在的天体的轨迹。直到最近才出现在复杂约束条件下，对目标行星进行精密探测的探测器轨道设计问题——这曾经被认为是天方夜谭。

在 20 世纪 50 年代早期，洲际火箭的发展使得人造航天器的太空飞行成为可能，人们逐渐开始真正规划太空任务。由塞缪尔·赫里克<sup>①</sup> (Samuel Herrick) 创造的“航天动力学”一词在那时得到认可，以用来划分天体力学的新分支——航天工程。

对于空间任务的一类富有想象力的建议便是利用行星的引力场完成多行星飞越。第一个这类研究由意大利将军加埃塔诺·阿图罗·克罗克 (Gaetano Arturo Crocco) 于 1956 年在罗马举行的第七届国际宇航大会上提出。他当时报告的题目为《地球—火星—金星—地球间的一年探索之旅》(One Year Exploration Trip Earth - Mars - Venus - Earth)。尽管他的结果基于太阳系中行星轨道为同心共面圆，以及航天器的运动轨迹为拼接的圆锥曲线等假设，但是一个重要的想法已经萌芽。为伽利略号木星探测器设计的额外任务就包含了飞越多颗木星的卫星，这将在太空探索与航天动力学领域都备受关注。

航天动力学的另一个里程碑是 1772 年约瑟夫·路易斯·拉格朗日 (Joseph - Louis Lagrange) 向法国科学院提交他的获奖论文《关于三体问题的论文》(Essai sur le Problème des Trois Corps)。他在其中描述了三体问题的特解，这些解在今天被称为“拉格朗日平动点”。拉格朗日证明了如果两个质量有限的天体绕它们的公共质心做圆轨道运动，那么如果在 a) 空间中和两个已知天体构成等边三角形的两个位置或 b) 两个已知天体连线上的三个特定位置，放置第三个质点，那么三者相对旋转坐标系的位型保持不变。

三角平动点 (等边三角形上的点) 在许多情况下都是稳定的。似乎是为了凸显拉格朗日的杰出工作，在 20 世纪早期在木星—太阳三角平动点附近发现了“特洛伊小行星带”。相反，共线平动点是不稳定平衡点。这个结论由数学家约瑟夫·刘维尔 (Joseph Liouville) 于 1845 年首先证明。

---

<sup>①</sup> 塞缪尔·赫里克 (Samuel Herrick, 1911—1974 年) 曾就读于威廉姆斯学院和加州大学伯克利分校。他自 1937 年起担任天文系教授直至 1974 年 3 月 20 日辞世。

作为潜在的太空移民地,地球—月球三角平动点近来受到了非常广泛的关注。实际上,国际日地探测器<sup>①</sup>已经于1978年对一个太阳—地球共线平动点进行了探测。

我们期盼着平动点能够在空间飞行中扮演越来越重要的角色。除了可能存在的科学应用,这些点附近的轨道在月球背面通信,月球与行星际运输系统中转站和潜在的太空移民场所方面均有很大优势。

本书的目的在于为工程师、科学家和学生提供能够掌握并推动航天动力学发展的基础知识。其中的内容是作者在麻省理工学院(MIT)航空航天系25年间讲授和完善的课程(三位曾经漫步月球的航天员<sup>②</sup>也曾选修该课程)。本书可以说是作者于1964年首次出版的相关主题的图书《航天制导》(Astronautical Guidance)的主要修订与扩展。本书由作者利用排版程序 $T_E X$ 进行排版。这个程序由斯坦福大学的唐纳德·E·克努特(Donald E. Knuth)教授主要为数学类的文章而特别设计。

在前两章中出于逻辑顺序原因而讨论超几何函数、连分式、椭圆积分以及分析动力学中的基本问题。读者或学生并不一定要从头开始学习。第3章是一个很好的开始,事实上通过参考第1章和第2章,第3~7章构成了作者所教授的航天动力学课程第一学期内容的绝大部分。第二部分中的章节相互独立,可以以任意顺序阅读或教授。通过一定的选择与组合,可以针对不同基础水平的学生的需要来形成一门本科或研究生课程。一本比课程指导中所涵盖内容更加广泛的教材对于学生大有裨益。有积极性的学生因此会更有兴趣,从而突破课堂的常规要求。

本书的绪论部分并不是通常意义上的“绪论”,它其实是美国航空航天学会(AIAA)关键技术史的一篇重印文章。这篇文章展现了作者自20世纪50年代早期以来在航天动力学领域所参与工作的个人历史。这样做的目的在于激发读者对于接下来所要探讨主题的兴趣。尽管对于不懂技术的人来说这样的阅读并不轻松,不过每一个对太空制导与导航历史有兴趣的读者都可以从中获益。

序言和后记是阿波罗8号飞行任务的颂歌。这是人类首次突破地球轨道限制的载人飞行,也首次证明了星载自主空间导航能力。对于我们许多参与了阿波罗计划的人来说,这次飞行是历次飞行中最令人激动的。《纽约时报》邀请本书作者为其读者撰写一篇科普文章,以表述我们如何引导阿波罗飞船飞向月球。那篇文章在阿波罗8号任务前夜发表,并在本书中成为序言。

后记首先详细描述了阿波罗8号飞行中星载导航系统的实际工作。所展现出的证据说

① 最近,戈达德航天飞行中心的鲍伯·法夸尔(Bob Farquhar)把该飞行器重新命名为“国际彗星探索者号”并重新设置了它的目标。它于1983年12月22日低空飞越月球以获得足够能量,之后于1985年9月穿过了贾可比尼-秦诺彗星的彗尾。在这个过程中它还在地磁场的下游探测了被太阳风吹成长尾的地磁场,这是人类历史上第一次探测地磁尾。“我想这是迄今为止轨道动力学在航天器方面所完成的最复杂的操控。”法夸尔博士如是说。

② 埃德温·尤金·奥尔德林(Edwin Eugene Aldrin Jr.),1961年,阿波罗11号;埃德加·D·米切尔(Edgar D. Mitchell),1963年,阿波罗14号;以及大卫·R·斯科特(David R. Scott),1962年,阿波罗15号。

明航天员无须和地面联系就可以成功地自行操作。之后，和序言的宗旨一致（当然序言本身也是写给外行的），也对指令舱与登月舱的星载制导与导航系统给出了相当详尽的技术说明。后记本身还有另外的目的——作为书中关于卡尔曼滤波的理论与应用的一个章节。卡尔曼滤波于 1969 年早些时候开始被北约航空航天研究与发展顾问组（AGARD-NATO）下属的导航与控制小组（Guidance and Control Panel）使用。后记最后以 NASA 总部的阿波罗计划项目主任塞缪尔·菲利普斯（Samuel Phillips）关于阿波罗 8 号任务对于美国和世界历史意义的一篇文章摘作为结束。

多种多样的习题是本书一大特点。许多习题包含了待证或待推导的陈述或方程，尽管这些习题可能在书中鲜有提示。我们期待着学生能够验证每一个陈述或推论。这些习题中的一部分比较简单，只是为了测试读者在一些比较重要概念上掌握的知识。不过许多习题超出了书本的范围，并为读者提供了充足的机会来推导与主题相关的重要结论。这些习题以克努特在 T<sub>E</sub>X 中所使用过的“路中险弯”符号标示：



这个符号可能最早由尼古拉·布尔巴基（Nicolas Bourbaki）发明，尼古拉·布尔巴基是经典丛书《数学原本》（Éléments de Mathématique）集体作者的神秘笔名。

下面介绍本书的符号约定。不同维数的矢量用一样的方式处理。任何维数的列矢量都用小写黑斜体字母<sup>①</sup>表示，对应的斜体字母通常代表矢量的大小。矩阵用大写黑斜体字母表示，既可以为矩阵也可以为方阵。矢量或矩阵的转置用上标<sup>T</sup>表示。因此两个矢量  $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{b}$  的标量积既可以用  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  也可以用  $\mathbf{a}^T \mathbf{b}$  表示。与矩阵  $\mathbf{A}$  相关的二次型可以以类似的方式写为  $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ 。另外，符号  $\mathbf{M}^{-T}$  被用于替代更笨拙的  $(\mathbf{M}^{-1})^T$ ，这与  $(\mathbf{M}^T)^{-1}$  等价。

标量对矢量的微分定义为行矢量。因此假设  $f(\mathbf{x})$  是矢量  $\mathbf{x}$  的标量函数，而  $\mathbf{x}$  又是  $t$  的函数，那么根据链式求导法则有如下简洁形式

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

这既可以看作两个矢量的标量积，也可以看作行矩阵和列矩阵的矩阵乘法。例如，如果  $\mathbf{x}(t)$  有三个分量  $x_1(t)$ ， $x_2(t)$  和  $x_3(t)$ ，那么

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dt} + \frac{\partial f}{\partial x_3} \frac{dx_3}{dt}$$

同样地，当对矢量  $\mathbf{x}$  的标量函数  $f(\mathbf{x})$  进行微分时，写为

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

<sup>①</sup> 原书作者使用的是黑正体字母，为符合我国习惯，按 GB3102.11—1993《物理科学和技术中使用的数学符号》，一律改为黑斜体字母，下文矩阵表示亦同。——译者注。



因子  $\partial f / \partial \mathbf{x}$  是一个矩阵, 其每一行都是  $f$  的标量分量对矢量  $\mathbf{x}$  求导所得的行矢量。例如, 如果

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad \text{以及} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

那么

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix}$$

特定的参考文献在书中对应位置以适当形式标出, 不过下列书籍对作者具有更广泛的帮助:

- Abramowitz M, Stegun I A. Handbook of mathematical functions [M]. New York: Dover Publications, 1965.
- Baker R M L, Jr. and Makemson M W. An introduction to astrodynamics [M]. New York: Academic Press, 1960.
- Chrystal G. Textbook of algebra, Parts 1 & 2 [M]. New York: Dover Publications, 1961.
- Coolidge J L. A history of the conic sections and quadric surfaces [M]. England: Oxford University Press, 1945.
- Cramér H. Mathematical methods of statistics [M]. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1946.
- Danby J M A. Fundamentals of celestial mechanics [M]. New York: The Macmillan Company, 1962.
- Deprit A. Fundamentals of astrodynamics, (Part I) [M]. Mathematics Research Laboratory, Boeing Scientific Research Laboratories, 1968.
- Dubyago A D. The determination of orbits [M]. New York: The Macmillan Company, 1961.
- El'yasberg P E. Introduction to the Theory of Flight of Artificial Earth Satellites [M]. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1967.
- Gauss C F. Theory of the motion of the heavenly bodies moving about the sun in conic sections [M]. New York: Dover Publications, 1963.
- Henrici P. Discrete variable methods in ordinary differential equations [M]. New



York: Wiley, 1962.

• Herget P. The computation of orbits [M]. Ann Arbor, Mich: published privately by the author, 1948.

• Kline M. Mathematical thought from ancient to modern times [M]. New York: Oxford University Press, 1972.

• MacMillan W D. Statics and the Dynamics of a Particle [M]. New York: McGraw - Hill, 1927.

• MacRobert T M. Spherical harmonics [M]. New York: Dover Publications, 1948.

• Moulton F R. An introduction to celestial mechanics [M]. New York: The Macmillan Company, 1914.

• Plummer H C. An introductory treatise on dynamical astronomy [M]. England: Cambridge University Press, 1918.

• Smart W M. Text - book on spherical astronomy [M]. England: Cambridge University Press, 1956.

• Smart W M. Celestial mechanics [M]. London: Longmans, Green & Co., 1953.

• Stumpff K. Himmelsmechanik, Vol I [M]. Berlin: Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1959.

• Wall H S. Analytic theory of continued fractions [M]. New York: D. Van Nostrand Co., 1948.

• Whittaker E T. A treatise on the analytical dynamics of particles and rigid bodies [M]. Cambridge University Press, 1965.

• Whittaker E T. and Watson G N. A course of modern analysis [M]. England: Cambridge University Press, 1946.

理查德·H·巴廷<sup>①</sup>

1998年12月17日

<sup>①</sup> 理查德·H·巴廷 (Richard H. Battin) 于1945年在麻省理工学院电子工程系获理学学士学位, 1951年在应用数学方面获博士学位。他于1987年退休, 现为麻省理工学院航空航天系高级讲师 (巴廷博士于2014年2月8日以89岁高龄辞世——译者注)。他于1956年与J·哈尔科姆·朗宁博士 (Dr. J. Halcombe Laning) 合著《自动控制中的随机过程》(Random Processes in Automatic Control), 该书被译为俄文、法文和中文版。他于1964年所著《航天制导》(Astronautical Guidance) 亦有俄文版。巴廷博士是美国航空航天学会 (AIAA) 荣誉会士与美国宇航学会 (AAS) 会士。他也是美国工程院和国际宇航科学院院士。1972年, 他和大卫·G·霍格 (David G. Hoag) 由于“在阿波罗8号历史性的任务中首次验证星载太空导航, 以及在阿波罗飞船主要控制、制导与导航系统硬件和软件设计中突出的领导工作”被AIAA授予路易斯·W·希尔空间运输奖 (Louis W. Hill Space Transportation Award, 现称为戈达德航天奖, Goddard Astronautics Award)。他于1978年获AIAA飞行力学与控制奖 (Mechanics and Control of Flight Award), 于1980年获美国导航学会终身成就奖 (Superior Achievement Award), 于1987年获AIAA彭德雷航空航天文献奖 (Pendray Aerospace Literature Award), 于1989年获AIAA冯·卡门航天讲师职位 (von Kármán Lectureship in Astronautics), 于1996年获AAS德克·布劳威尔奖 (Dirk Brouwer Award)。麻省理工学院航空航天系学生“为感谢他杰出的教学工作”于1981年授予他首届教学奖。——原书编者注。

# 目 录

绪论 .....	1
----------	---

## 第一部分

第 1 章 超几何函数和椭圆积分 .....	29
1.1 超几何函数 .....	29
1.1.1 超几何函数实例 .....	30
1.1.2 相邻函数的高斯关系 .....	31
1.1.3 高斯微分方程 .....	33
1.1.4 双线性变换公式 .....	35
1.1.5 二次型变换公式 .....	36
1.1.6 汇合型超几何函数 .....	37
1.2 连分式展开 .....	37
1.2.1 高斯连分式展开定理 .....	40
1.2.2 连分式与幂级数 .....	43
1.2.3 三次方程的连分式解法 .....	45
1.3 连分式的收敛性 .....	47
1.3.1 渐进分数的递归性质 .....	47
1.3.2 第一类连分式的收敛性 .....	48
1.3.3 第二类连分式的收敛性 .....	50
1.3.4 等价连分式 .....	52
1.4 连分式的计算 .....	54
1.4.1 沃利斯法 .....	54
1.4.2 自下而上法 .....	54
1.4.3 欧拉变换法 .....	55
1.4.4 自上而下法 .....	57
1.5 椭圆积分 .....	58
1.5.1 第一类椭圆积分 .....	59