



◎ 程稼夫 编著

中学奥林匹克竞赛 物理教程

电磁学篇

第2版



中国科学技术大学出版社

奥林匹克竞赛实战丛书



◎程稼夫 编著

中学 奥林匹克竞赛 物理教程

电磁学篇

(第2版)



中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书是作者在长期进行奥林匹克中学物理竞赛指导和教学实践的基础上编写的,倾注了作者对奥林匹克物理竞赛事业数十年的心血和热情。本书紧紧围绕中学物理的各个方面以及中学物理竞赛内容:静电场、稳恒电流、静磁场、电磁感应、交流电、电磁振荡与电磁波,在中学层面上精辟生动地介绍了有关重点概念、定律和公式,结合丰富的练习题,以生动的实例进行问题的分析和综合,训练积极主动的解题思路,活跃思想,发展智能。同时,各章均给出了具有一定分量的习题,并附有相应的参考答案,在科学训练的基础上,促使中学生整体物理素质的提高。

本书可作为广大中学生中学物理综合学习和素质提高的有效辅导书和工具书,是广大中学生参加各类中学物理竞赛、奥林匹克物理竞赛以及高考物理复习迎考的必备书籍;同时,本书也为中学物理教师提供了一个物理教学探索研究的崭新思路,是广大中学物理教师不可多得的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

中学奥林匹克竞赛物理教程. 电磁学篇/程稼夫编著.—2版.—合肥:中国科学技术大学出版社,2014.6(2018.12重印)

(奥林匹克竞赛实战丛书)

ISBN 978-7-312-03442-8

I. 中… II. 程… III. 中学物理课—教学参考资料 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 097989 号

中国科学技术大学出版社出版发行

安徽省合肥市金寨路 96 号,230026

<http://press.ustc.edu.cn>

<https://zgkxjdxcs.tmall.com>

合肥市宏基印刷有限公司印刷

全国新华书店经销

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:39.25 字数:980千

2004年3月第1版 2014年6月第2版 2018年12月第30次印刷

印数:158 001—163 000册

定价:78.00元

第 2 版 序

“奥林匹克竞赛实战丛书”中的《中学奥林匹克竞赛物理讲座》、《中学奥林匹克竞赛物理教程·力学篇》、《中学奥林匹克竞赛物理教程·电磁学篇》3种图书出版至今,已有10个年头。10年来,它陪伴着一批又一批热爱物理的优秀青少年度过了难以忘怀的中学生活,迈出了坚实的步伐,走向理想大学的殿堂,并展现了充满光明的锦绣前程。

国际中学生物理奥林匹克竞赛(IPhO)自1967年举办第一届以来,至今已有40多年的历史。在国内,在中国科协领导下,中国物理学会自1984年开始每年一次组织举办全国中学生物理奥林匹克竞赛(CPhO)。近30年来,该项竞赛极大地推动了我国中学物理教育乃至教育事业蓬蓬勃勃地向前发展,提升了广大中学生的知识水平,激发了他们的求知欲望,培养出一大批极其优秀的高素质物理人才(包括已得奖和未得奖的),同时造就了一支高水平的教练员队伍,为中学物理教学改革进一步深入发展创造了良好的环境,也积累了宝贵、优质的人才资源。

然而,全社会物理教学环境优化的同时,物理竞赛的培训资料已经落伍,亟需加快更新,以适应新形势的需要,更好地为同学们服务,为教练员们服务,把中学物理奥赛工作推向更高层次。《奥林匹克竞赛实战丛书》第2版的编写正是在这种形势下,在广大读者的热切期盼下,紧张有序地开展的。

这几年许多读者采用不同方式表示了对这一套丛书的支持。有的主动给中国科学技术大学出版社寄来“勘误表”;有的自我推荐对某些题目的新解;也有的打电话或邮寄信件给我介绍学习收获,等等。我被广大热心的读者深深感动,下定决心认真完成第2版的编写工作,不辜负他们的期待。这些年在与广大中学生打交道的过程中,我深刻地认识到,他们多么渴望能读到适合他们研读的图书,因此,我衷心希望大学教授们能分出一点点时间,为中学生写精品图书。学生会感谢你们的,家长也会感谢你们的。

编写《电磁学篇》第2版与编写《力学篇》第2版的原则和理念是一样的,即:

(1) 均按照2013年开始实行的《全国中学生物理竞赛内容提要》,并结合中学物理教育实际编写而成。

(2) 坚持遵循“创造性思维和能力的培养是培养工作的灵魂”这一理念。

(3) 根据电磁学课程以及学生在现阶段的实际要求,新版中在准确理解基本概念的条件上,既注意多层次、多视角审视处理问题,更注意深入发掘知识内涵,认识越深入,处理越简便。以期在处理问题时可以做到举一反三,在能力体现上可以得到升华。

衷心希望《电磁学篇》第2版对读者能有帮助。

在编写《力学篇》第2版、《电磁学篇》第2版以及现在正在着手编写《热学、光学和近代物理篇》的过程中,一直得到安徽省物理学会周先意教授、赵宗彦教授、吴以勤教授、丁莉兰教授的支持和指导,还得到安徽省教育厅教学科研所何润伟老师、杨思锋老师、梅小景老师,合肥市物理教学研究会王继珩老师、王可兵老师的鼓励和支持,在此表示衷心感谢。

还应指出,在编写过程中,曾得到复旦大学郑永令教授,中国科学技术大学周子舫、张鹏飞、沈惠川、轩植华、吴强等教授以及许多中学物理教师的帮助,在和他们的切磋和请教中,受益匪浅。他们还帮助我审核题解,整理手稿,我在这里一并表示对他们的感谢。

最后还应感谢我的家人,感谢他(她)们在我编写这套丛书全过程中给予的全力支持。

程稼夫

2014年5月24日
于中国科学技术大学

序

中学奥林匹克物理竞赛在激发中学生的物理兴趣、提高中学生物理素质以及推动中学基础物理教育事业的发展等方面起到了不可忽视的作用。事实证明,中学奥林匹克物理竞赛已经得到广大师生和家长的欢迎,受到了社会各界的关注,已经成为培养和选拔优秀青少年物理人才的又一条行之有效的途径。

为了配合中学奥林匹克物理竞赛活动的积极开展,也为了推动中学基础物理教学改革的深入进行,让更多有天赋的青少年优秀人才脱颖而出,笔者与物理奥林匹克国家集训队副总教练轩植华教授联手编写了“奥林匹克竞赛实战丛书”,本丛书共 5 册:

- (1)《中学奥林匹克竞赛物理讲座》;
- (2)《中学奥林匹克竞赛物理教程·力学篇》;
- (3)《中学奥林匹克竞赛物理教程·电磁学篇》;
- (4)《中学奥林匹克竞赛物理教程·热学、光学和近代物理篇》;
- (5)《中学奥林匹克竞赛物理教程·实验篇》。

我们编写这套丛书的目的,首先是给广大中学生提供一套密切联系中学物理教材、全面系统并有一定品位的物理课外读本。在科教兴国的大潮中,教育事业蓬勃发展,广大中学生的求知欲望空前高涨,特别是一大批优秀中学生对物理知识高度渴求,他们应该得到更多、更好、更适合于他们阅读的书籍。大学物理课本不是专门为他们编写的,阅读中不可避免会存在许多障碍。本丛书试图提供一套适合他们阅读的课外参考书,并尝试给中学物理教师提供一本与中学物理教学实践联系密切的教学参考书,以便老师们能够更深入地实践培养优秀学生的

编写本丛书的几点说明:

1. 本丛书基本上按照 2000 年全国中学生物理竞赛委员会第 19 次全体会议通过的《全国中学生物理竞赛内容提要》并结合中学物理教学实际编写而成。

2. 在素材选择和编排方面,我们在以下几方面作了努力:

① 总结并选择了多年来国际、国内各届物理竞赛中的优秀试题,并汲取了广大师生在竞赛物理研究中的丰富经验。一大批优秀试题具有“经典性”的示范作用,对基本概念、基本方法、基本能力的训练均可借鉴,因为它们很精彩,理应加以总结。

② 在概念的讲述中,注意准确到位;在解题的应用中,注意清晰透彻,简洁深刻,视野独特,富有创意,以期对读者在深层次上有所帮助。

③ 不一味总结别人的东西,更着力于要有新意。我们注意到,在对各种问题的处理中,在对物理本质的理解上,应有更高的要求、更深刻的思维或观点。这对优秀中学生以及培养优秀中学生的物理教师是十分必要的。方法是在一定的物理观点下采用的,观点不同,方法各异。创造性思维和能力的培养是培养优秀中学生这一工作的灵魂。

举个例子。在处理静电场的问题中,有这样一个问题:一个不带电的金属球壳(内、外半径分别为 a 和 b),球心处放置一个带电量为 Q 的点电荷,欲把球心处点电荷从球内经球壳上一小缝移至无限远,求外力做了多少功。这个问题的求解通常是这样做去:考虑到球心处电荷 Q 一下移出时,移动过程中球壳上感应电荷分布变化,静电场变化。因此,做的功用 Q 乘初、终

态电势差是不妥的。解决办法是：把 Q 分成无限多个小电荷，一个一个地经球壳小缝移至无限远。这样处理，保证了移一个无限小电荷，不会带来移动中电场分布的改变。然后，把每一次移小电荷所做的元功相加，就是所求的外力做功大小（分 Q ，最后合 Q ，外力做功为零，不计）。这是在移电荷、外力做功的观点下给出的一种解法。我们也可以换一种观点。把未移前的初态与移完后的终态比较，两种状态下的静电能量均储存在电场中，终态的静电能是一个带电量为 Q 的点电荷周围静电场的能量，它比初态静电能多，多的部分就是初态球壳层导体中的那一部分空间有了静电能（因为初态导体壳内无电场）。因此，只需算出这部分多余的静电能（即静电能增量），也就知道外力做了多少功。

那么这部分静电能如何计算呢？因为它是一个非均匀电场。尽管知道静电场的能量密度可以表达为 $w = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ ，但由于电场不均匀，中学生还无法得到结果。怎么办？

考虑到在静电场理论中，静电能量储存在电场中的观点与静电能量由电荷携带的观点是等价的，在应用中会有相同的结论（注意：只限于静电场！）。在这一观点下，我们可以用静电能由电荷携带的观点去计算这部分静电场的储能。因此，导体球壳内由初态无电场到终态中相应的空间有电场，增加的静电能可以写成

$$\Delta W = \frac{Q^2}{2C_a} - \frac{Q^2}{2C_b}$$

其中 C_a 、 C_b 分别表示半径为 a 、 b 的孤立导体球的电容，即 $C_a = 4\pi\epsilon_0 a$ ， $C_b = 4\pi\epsilon_0 b$ ，由此，可得外力做的功 $A = \Delta W$ 。值得注意的是，这里采用的观点、方法可以解决类似的一批问题。

再举一个例子。当处理一个连续分布的带电体、带电面或带电体在空间某一指定点所激发的静电场时，一种常规的做法是把带电体、带电面或带电体分成无限多个点电荷，把每个点电荷在那个指定点激发的电场强度求出，再矢量叠加得到。事实上，我们也可以这样去考察，在那个指定点放一个带电量为 q_0 的试验电荷，此试验电荷受力为 $q_0 E$ ，其中 E 即为所求的电场强度。考虑到 q_0 对带电物体（体、面或线）的作用力正好是 $(-q_0 E)$ ，作用力大小与反作用力相等。在某些对称情况下， q_0 对带电物体的作用力易求，从而得到电场强度。在本书中，均匀带电半圆环、均匀带电半球面在球心激发的静电场强度我们就是这样处理的。

类似的问题本书中还有很多，例如力学中对两个质点系统的讨论具有重要的实际意义，如二质点碰撞问题、引力问题，以及许多实际的牵涉两个质点的问题。因此，我们在理论上结合中学物理的实际，作了详尽的分析讨论，使得对两个物体系统的处理有一个更高的境界，甚至用通常方法处理感到困难的问题，在新的观点下会迎刃而解。

本丛书的编写实属尝试，愿望和实效会有距离，不当和错误定难避免，恳切希望各位读者批评指教。

本丛书的编写一直得到安徽省物理学会阮图南教授、赵宗彦教授、吴以勤教授、丁莉兰教授的指导，还得到安徽省教育厅教学科学研究所何润伟老师、杨思锋老师、梅小景老师以及合肥市物理教学研究会王继珩老师、王可兵老师的鼓励和支持，在此一并表示衷心感谢。

程稼夫

2003年12月12日
于中国科学技术大学

目 录

第 2 版序	(I)
序	(III)
第 1 章 静电场	(1)
1.1 电荷守恒定律	(1)
1.2 库仑定律	(1)
1.2.1 库仑定律包含的内容	(1)
1.2.2 电荷和质量	(2)
1.2.3 库仑定律成立条件以及适用范围	(3)
1.3 电场强度	(9)
1.3.1 电场强度的定义	(9)
1.3.2 电场强度叠加原理	(10)
1.3.3 若干带电系统产生的电场强度	(10)
1.3.4 静电场基本定理之一——高斯定理	(23)
1.4 电势能 电势	(26)
1.4.1 静电势能差 静电势能	(26)
1.4.2 电势差 电势	(26)
1.4.3 电势叠加原理	(28)
1.4.4 电场线与等势面	(33)
1.4.5 若干带电系统产生的静电场的电势	(34)
1.4.6 静电场基本定理之二——环路定理	(39)
1.5 静电场中的导体和电介质	(46)
1.5.1 静电平衡	(47)
1.5.2 电像法	(56)
1.5.3 再论静电屏蔽	(67)
1.5.4 静电场的唯一性定理	(72)
1.5.5 电容和电容器	(74)
1.5.6 静电场中的电介质	(87)
1.6 静电能	(111)
1.6.1 点电荷系统电势能的表达式	(111)
1.6.2 带电平行板真空电容器的静电能	(113)
1.6.3 电场能	(120)
1.6.4 利用静电能求静电力	(122)
1.7 例题	(125)
习题 1	(157)

第 2 章 稳恒电流	(172)
2.1 稳恒条件	(172)
2.1.1 电流强度和电流密度	(172)
2.1.2 稳恒条件	(175)
2.2 欧姆定律和焦耳定律	(179)
2.2.1 欧姆定律 电阻和电阻率	(179)
2.2.2 焦耳定律	(184)
2.2.3 金属导电的微观解释	(187)
2.3 电源及电动势	(190)
2.3.1 非静电力	(190)
2.3.2 电动势	(191)
2.4 电源路端电压 闭合回路欧姆定律	(191)
2.4.1 电源路端电压	(191)
2.4.2 闭合回路欧姆定律	(192)
2.4.3 数电压法	(192)
2.5 简单电路	(194)
2.5.1 串联电路	(194)
2.5.2 并联电路	(195)
2.5.3 伏特表和安培表	(203)
2.5.4 欧姆表	(206)
2.5.5 平衡电桥	(207)
2.5.6 电位差计	(208)
2.6 复杂电路	(209)
2.6.1 基尔霍夫方程组	(209)
2.6.2 等效电源定理	(211)
2.6.3 叠加定理	(215)
2.6.4 Y- Δ 电路的等效代换	(217)
2.7 无源电阻和电容网络 有源电阻和电容网络	(221)
2.7.1 无源电阻网络	(221)
2.7.2 无源电容网络	(237)
2.7.3 有源电阻和电容网络	(241)
2.8 物质的导电性	(247)
2.8.1 金属的导电性	(247)
2.8.2 液体的导电性	(248)
2.8.3 气体的导电性	(250)
2.8.4 真空中的电流	(251)
2.8.5 半导体导电	(252)
2.8.6 超导现象简介	(257)
2.9 例题	(258)

习题 2	(272)
第 3 章 静磁场	(285)
3.1 磁场	(285)
3.1.1 磁的基本现象 安培分子电流假设	(285)
3.1.2 磁场 磁感应强度	(285)
3.1.3 安培定律简述	(287)
3.2 载流回路产生的磁场	(287)
3.2.1 毕奥-萨伐尔定律	(287)
3.2.2 毕奥-萨伐尔定律的应用	(289)
3.3 静磁场的基本定理	(297)
3.3.1 磁感应线和磁通量	(297)
3.3.2 安培环路定理	(299)
3.3.3 安培环路定理的应用	(301)
3.3.4 磁场高斯定理	(305)
3.4 洛伦兹力和安培力	(305)
3.4.1 安培力是洛伦兹力的一种宏观效应	(305)
3.4.2 带电粒子在磁场中的运动	(314)
3.5 例题	(357)
习题 3	(399)
第 4 章 电磁感应	(404)
4.1 电磁感应定律	(404)
4.1.1 电磁感应现象	(404)
4.1.2 法拉第电磁感应定律	(406)
4.1.3 楞次定律	(406)
4.1.4 动生电动势和感生电动势	(407)
4.1.5 再论感应电动势	(449)
4.2 自感现象和自感系数	(450)
4.3 互感与变压器	(459)
4.3.1 理想变压器及其变比公式	(459)
4.3.2 输入等效电路及其阻抗匹配	(461)
4.4 例题	(466)
习题 4	(501)
第 5 章 交流电	(511)
5.1 交流电与交流发电机	(511)
5.1.1 简谐交流电	(511)
5.1.2 简谐交流电的描述 特征量	(511)
5.1.3 简谐交流电的描述方法	(513)
5.1.4 交流发电机原理	(516)
5.2 交流电路的解法	(517)

5.2.1	交流电路的基本方程	(517)
5.2.2	交流电路方程的复数形式	(518)
5.2.3	交流电路元件的复阻抗	(519)
5.3	交流电功率	(520)
5.3.1	瞬时功率和平均功率	(520)
5.3.2	视在功率和功率因数	(522)
5.3.3	由电压和电流复有效值计算平均功率	(523)
5.4	简单交流电路	(525)
5.4.1	纯电阻电路	(525)
5.4.2	纯电感电路	(525)
5.4.3	纯电容电路	(526)
5.5	串联谐振电路	(539)
5.6	整流与滤波	(543)
5.6.1	整流	(543)
5.6.2	滤波	(544)
5.7	三相交流电	(549)
5.7.1	三相交流电 相电压与线电压	(549)
5.7.2	三相电路中负载的连接	(550)
5.7.3	三相感应电动机运行原理	(552)
5.8	例题	(555)
	习题 5	(567)
第 6 章 电磁振荡与电磁波		(569)
6.1	电磁振荡	(569)
6.1.1	无阻尼自由振荡	(569)
6.1.2	阻尼自由振荡	(571)
6.1.3	受迫振荡 电共振	(571)
6.2	电磁波	(576)
6.2.1	麦克斯韦理论中的电磁场	(576)
6.2.2	电磁波的实验验证	(577)
6.3	例题	(579)
	习题 6	(587)
各章习题答案		(589)
附录 1 全国中学生物理竞赛内容提要		(605)
附录 2 基本物理量和数据		(614)
主要参考文献		(616)

第 1 章 静 电 场

1.1 电荷守恒定律

一个不与外界发生电荷交换的孤立系统,其电荷总量(代数和)保持不变,它既不能创生,又不能消灭,只能从系统内的一个物体转移到另一个物体,或者从系统内物体的一部分转移到另一部分。即孤立系统的总电量不随时间变化,并与参照系的选取无关。

一个非孤立系统,单位时间内流出的电量等于系统内总电量的减少率。

1.2 库 仑 定 律

库仑定律可以表述为:两个静止点电荷之间相互作用力的大小与两点电荷电量的乘积成正比,与它们之间距离的平方成反比,作用力的方向沿着两点电荷间的连线,同号电荷相斥,异号电荷相吸。

设两点电荷的电量分别为 q_1 和 q_2 ,从 q_1 指向 q_2 的矢径为 r ,则 q_1 对 q_2 的静电力(即库仑力)为

$$f = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \left(\frac{r}{r} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \left(\frac{r}{r} \right) \quad (1.1)$$

此式采用国际单位制,式中 $k = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$, ϵ_0 为真空中的介电常数,又称真空电容率,在国际单位制下,其单位可以写为 $\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$ (法拉/米)。

1.2.1 库仑定律包含的内容

其一,两静止点电荷之间的作用力与两点电荷距离的平方成反比,即电力的平方反比律。这是一条实验定律,由大量实验所证实。

其二,电荷是物体的一种属性。电量是定量描述物体带电状况的物理量。库仑定律告诉我们,两静止点电荷之间的电力与两点电荷电量的乘积成正比。

其三,两静止点电荷之间作用力的方向沿两静止点电荷的连线方向。这个电力(库仑力)具有球对称性,即只与两点电荷间的距离有关,而与连线的空间方位无关。这一结论是空间各向同性(旋转对称性)的必然结果。

【练习 1-1】 如图 1-练 1 所示,为一无限薄绝缘球壳,此球壳均匀带电,电荷面密度 σ 为常量。设在球壳内任意位置(非球心) P 处有一点电荷,电量为 q 。如果两点电荷之间的电力 F 与距离 r 的 n 次方成反比,即

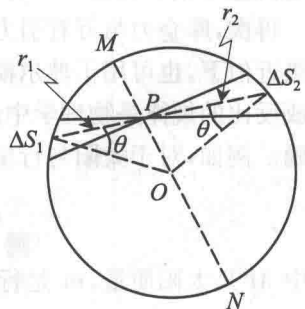


图 1-练 1

$$F \propto \frac{1}{r^n}$$

令 $n = 2 + \delta$, 试证明:

若 $\delta = 0$, 则此均匀带电球壳对点电荷 q 的作用力为零; 若 $\delta \neq 0$, 则此均匀带电球壳对点电荷 q 的作用力不为零。

分析与解 如图 1-练 1, 点电荷 q 所在处 P 沿任一方位在球面上的两个对应面元 ΔS_1 与 ΔS_2 所带电荷 $\sigma \Delta S_1$ 与 $\sigma \Delta S_2$ 对球内电荷 q 的作用力的合力满足

$$\Delta F \propto \left(\frac{\sigma \Delta S_1 \cdot q}{r_1^n} - \frac{\sigma \Delta S_2 \cdot q}{r_2^n} \right)$$

式中 r_1 与 r_2 分别是面元 ΔS_1 与 ΔS_2 和点电荷 q 之间的距离。因 ΔS_1 与 ΔS_2 是点电荷 q 所在处 P 张无限小立体角所对应的两面元, 有关系:

$$\frac{\Delta S_1 \cdot \cos \theta}{r_1^2} = \frac{\Delta S_2 \cdot \cos \theta}{r_2^2}$$

两式联立得

$$\Delta F \propto \frac{\sigma q}{\cos \theta} \left(\frac{1}{r_1^{n-2}} - \frac{1}{r_2^{n-2}} \right)$$

当 σ 与 q 同号, 且 $n > 2$ (即 $\delta > 0$) 时, ΔF 的方向指向距离较大的面元 (图中 $r_2 > r_1$ 时, ΔS_2 较大)。若把整个球壳分成一对一对应的面元, 由于相对 MN 系统具有对称性, 可以断定, q 所受合力不为零, 且指向球心。同理, 当 σ 与 q 异号, 且 $n > 2$ ($\delta > 0$) 时, q 所受合力不为零, 且背离球心。

根据同样的分析, 对于 $n < 2$ ($\delta < 0$) 将有类似的结论: 若 σ 与 q 同号, q 所受合力不为零, 且背离球心; 若 σ 与 q 异号, q 所受合力不为零, 且指向球心。

当 $n = 2$ 时, q 所受合力为零。

1.2.2 电荷和质量

电荷和引力质量有许多类似之处。

首先, 电荷的电量在库仑定律中的地位与引力质量在万有引力定律中的地位相当。

其次, 质点系的质量中心 (质心) 位置是以各质点质量为权重的加权位置平均值; 点电荷系统的电荷中心位置是以各点电荷的电荷量为权重的加权位置平均值。不同的是, 质量只有正, 而电荷量可正、可负。

再次, 库仑力与万有引力均遵守平方反比律。因此, 行星绕太阳运行的开普勒三定律, 在初级近似下, 也可用于玻尔模型中电子绕原子核的运动。在更严格的意义上, 库仑力与距离平方成反比的规律是物理学中最精确的实验定律之一, 而引力与距离平方成反比的关系却并不精确。例如, 对于太阳与行星之间的引力作用势能, 按爱因斯坦广义相对论, 应写为

$$U = -\frac{GMm}{r} - \frac{3}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} \cdot \frac{GMm}{r} + \dots$$

式中 M 是太阳质量, m 是行星质量, r 是它们之间的距离, v 是行星的速度, c 是真空中光速。右式第一项称牛顿项, 第二项称后牛顿项。在 $v \ll c$ 时, 后牛顿项可略。

电荷和质量也有重要区别。

首先,质点间的作用只有吸引,电荷间的作用有吸引,也有排斥。由此,使得电力可以屏蔽,而引力则无法屏蔽。

其次,质量有相对论效应,运动质量 m 与静质量 m_0 有关系

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

而电荷无相对论效应,即电荷在静止状态或运动状态下,电量将不变。何以见得?可以对一块常温下不带电的铜板进行加温,由于铜原子中的电子和质子质量相差悬殊,温度的改变会导致电子和质子速度的改变相差很大,但是人们从未发现这块铜板加热后的带电状况有任何改变。

再次,电荷具有量子性,质量无量子性。实验证实,任何电荷的电量都是电子电荷量 e 的整倍数,而电子电荷量

$$e = 1.602 \times 10^{-19} (\text{C})$$

近半个世纪以来,人们常谈论分数电荷,认为强子(例如质子、中子等等)是由夸克组成的。

夸克有多种,其电荷分别有 $\pm \frac{1}{3}e$ 和 $\pm \frac{2}{3}e$,但迄今为止还没有在实验上观察到游离的夸克。

1.2.3 库仑定律成立条件以及适用范围

库仑定律成立的条件是:在真空中的两静止点电荷。

因为只有真空条件下才能排除因感应或极化产生的电荷的影响,但就其两点电荷之间的作用力,仍遵循库仑定律,并不因为其它电荷的存在而有所影响。这被称作力的独立作用原理。当然,在建立库仑定律的各种实验中,需保证真空条件,以便排除干扰,建立正确的作用规律。

静止条件要求两点电荷相对观察者的惯性系保持相对静止。只有两静止点电荷之间的相互作用力才遵守牛顿第三定律——作用力与反作用力大小相等、方向相反并沿着两点电荷的连线方向。两运动点电荷(哪怕只有一个点电荷运动)之间相互作用不满足牛顿第三定律,尽管在速度 v 不大时差别很小,也不满足静止条件。

众所周知,所谓静止和运动是相对于某一特定参照系而言的。若两点电荷和观察者同在一惯性系中静止,据上面分析,库仑定律成立、牛顿第三定律满足。但从相对此惯性系运动的另一惯性系看来,两点电荷都在运动,其间除了电力外还有磁力,相互作用力不满足牛顿第三定律,情况变得复杂。对于同一对电荷在两个互相运动的惯性系中所看到的电、磁现象的差别,足以说明电磁现象的统一性。在两个相互运动的惯性系中所观察到的整体电磁现象中,电现象和磁现象将会有不同的份额。

库仑定律的适用范围是指两点电荷间距离 r 在多大范围内电力大小的平方反比律适用。时至今日,人们认为 r 在 10^{-15} 米到 10^7 米的尺度下,库仑定律是成立的。

【练习 1-2】 带电量为 Q_1 和 Q_2 的两正点电荷分别置于水平放置的、半径为 R 的光滑绝缘圆环直径两端,固定不动。直径右侧圆环上有一带有电量 q ($q > 0$) 的小珠,小珠可以在圆环上无摩擦滑动。试求小珠在右半圆环上的平衡位置(用 θ 表示)以及确定平衡位置的稳定性。如图 1-练 2 所示。

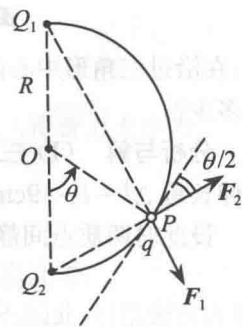


图 1-练 2

分析与解 如图 1-练 2, 小珠位于圆环 P 点, 对应的位置为 θ 。小珠除了受 Q_1 和 Q_2 的库仑力外, 还受到圆环的法向弹力。库仑力 F_1 和 F_2 的大小分别为

$$F_1 = k \frac{Q_1 q}{\left(2R \cos \frac{\theta}{2}\right)^2}, \quad F_2 = k \frac{Q_2 q}{\left(2R \sin \frac{\theta}{2}\right)^2}$$

若以 θ 增大方向为正向, 小珠在 P 点处受到切向合力为

$$f = F_2 \cos \frac{\theta}{2} - F_1 \sin \frac{\theta}{2} = k \frac{Q_2 q}{4R^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} - k \frac{Q_1 q}{4R^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (1)$$

当小珠达平衡时, 切向合力为零, $f=0$, 即

$$\frac{Q_2}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{Q_1}{\cos^2 \frac{\theta}{2}} \sin \frac{\theta}{2} = 0$$

化简得

$$\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt[3]{\frac{Q_2}{Q_1}} \quad (2)$$

设平衡时的 θ 用 θ_0 表示, 则 $f(\theta_0)=0$ 。利用 f 的表达式①, 容易判定:

$$f(\theta_0 + \Delta\theta) < 0, \quad f(\theta_0 - \Delta\theta) > 0$$

其中 $\Delta\theta$ 为小量。所以小珠的平衡位置 θ_0 是稳定平衡位置。

【练习 1-3】 三个相同的小球, 由三根

弹性系数同为 k 的轻质弹簧连接放在光滑水平桌面上, 并使其成一等边三角形。弹簧松弛时三角形边长为 $l_0 = 9\text{cm}$ 。若令每个小球带同样的电量 $q = 1.8\mu\text{C}$, 三角形面积增大到原来的四倍时达到新的平衡。设弹簧是绝缘体, 试确定:

(1) 弹簧的弹性系数 k 应为多大?

(2) 在三角形中心放上第四个小球, 它带多少电荷才能使三角形面积与原弹簧松弛时面积相等?

(3) 与(2)中相同的电荷系统, 固定不动, 在沿过三角形中心的垂线与三角形平面距离 $h = 15\text{cm}$ 处的一个单位正电荷 ($q_0 = 1\text{C}$) 受力多少?

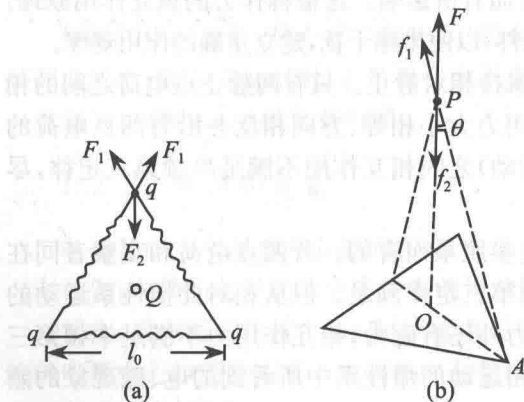


图 1-练 3

分析 (1) 三角形面积增大到原来的四倍, 三角形每边边长增大到原来的两倍, 即每边伸长量 $\Delta l = l_0 = 9\text{cm}$ 。

设此时两质点间静电力 F 满足:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(2l_0)^2} = kl_0$$

解得弹簧的弹性系数

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{4l_0^3} = 9 \times 10^9 \frac{(1.8 \times 10^{-6})^2}{4 \times (9 \times 10^{-2})^3} = 10 \text{ (N} \cdot \text{m}^{-1}\text{)}$$

(2) 令第四个小球的带电量为 Q 。当三角形每边长回复到 l_0 时,达静电平衡,如图 1-练 3(a)所示。有关系式

$$F_2 + 2F_1 \cos 30^\circ = 0$$

即

$$-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{\left(\frac{\sqrt{3}l_0}{3}\right)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{l_0^2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

解得

$$Q = -\frac{\sqrt{3}}{3}q \approx -1.039 \text{ (}\mu\text{C)}$$

(3) 如图 1-练 3(b),图中 O 为三角形中心, $\overline{OP} = h$ 。由于系统具有对称性, P 点处单位正电荷受力必沿 \overline{OP} 方向,图中 $\overline{AO} = \frac{\sqrt{3}}{3}l_0$,所以

$$\cos\theta = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \left(\frac{\sqrt{3}l_0}{3}\right)^2}} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + \frac{1}{3}l_0^2}}$$

则 P 点处单位正电荷 q_0 受力为

$$F = 3 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{h^2 + \frac{1}{3}l_0^2} \cos\theta + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q q_0}{h^2} \approx 1.4 \times 10^6 \text{ (N)}$$

【练习 1-4】 (1) 电荷不能自由移动的半圆环,半径为 R_1 ,均匀带电,带电量为 Q_1 。圆心处有一点电荷,带电量为 q_1 。试计算半圆环受到圆心处电荷 q_1 的作用力。

(2) 电荷不能自由移动的半球面,半径为 R_2 ,均匀带电,带电量为 Q_2 。球心处有一点电荷,带电量为 q_2 。试计算半球面受到球心处电荷 q_2 的作用力。

分析与解 (1) 如图 1-练 4(a),带电总量为 Q_1 的均匀带电半圆环受圆心处点电荷 q_1 的作用力为辐射状、均匀分布的力。其合力方向依对称性必在过圆心的对称轴方向。若 q_1 、 Q_1 同号,合力将沿背离 O 点方向;若 q_1 、 Q_1 异号,将沿指向 O 点方向。合力的大小等于半圆上单位弧上受到的作用力大小乘以圆直径,即

$$f = f_0 \cdot 2R_1 = k \frac{q_1 \cdot \lambda}{R_1^2} \cdot 2R_1 \quad \text{①}$$

其中 λ 为半圆上单位长圆弧所带电量(称电荷线密度),即 $\lambda = \frac{Q_1}{\pi R_1}$,代入得合力大小为

$$f = \frac{2k}{\pi} \frac{q_1 Q_1}{R_1^2} \quad \text{②}$$

说明:(i) 表达式①在本套丛书《力学篇》中已用过多次。在此给出证明。

证法一 利用图 1-练 4(b),由于合力方向可由对称性沿 x 轴方向,因此,可以先算出半圆上每一小段圆弧所受 q_1 的静电力在 x 轴方向的分力,而后对全体小段圆弧求和,得合力。即

$$(\Delta f)_x = k \frac{q_1 \cdot \Delta q}{R_1^2} \cdot \cos\theta = k \frac{q_1 \cdot \lambda \Delta l}{R_1^2} \cos\theta$$

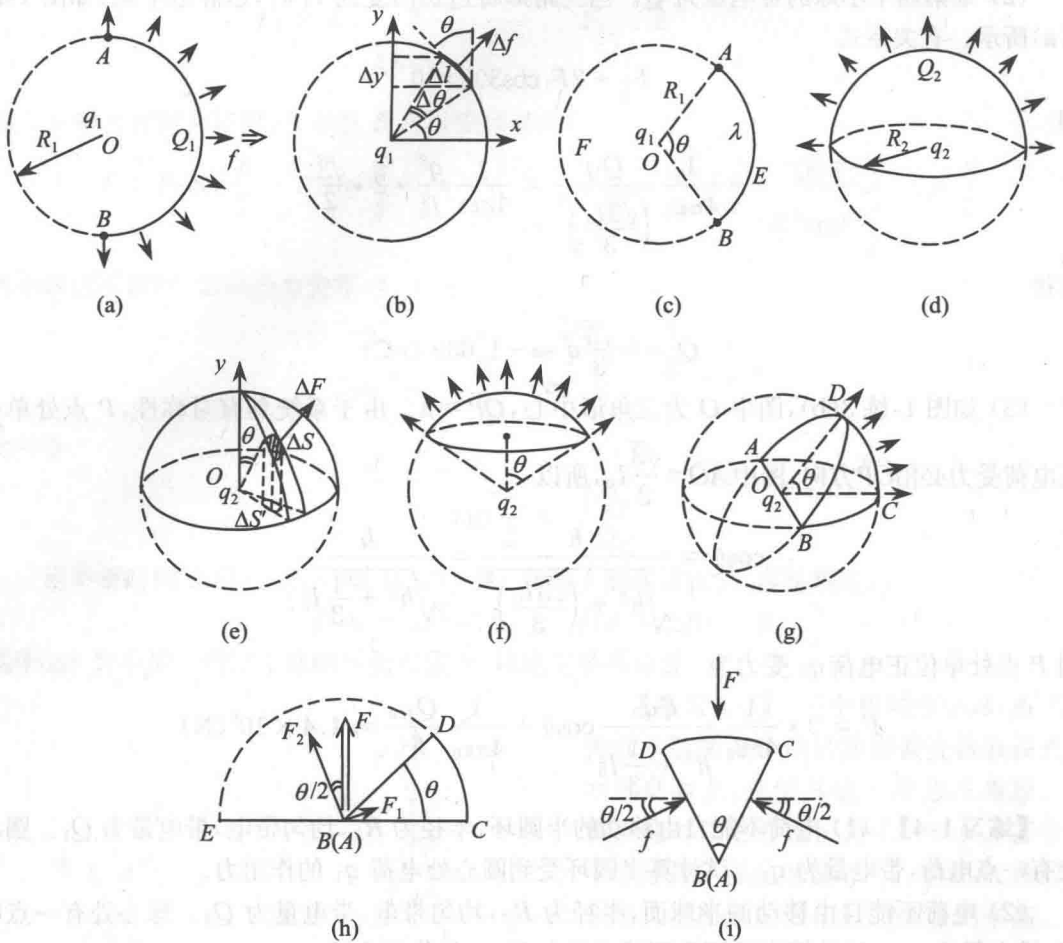


图 1-4

利用几何关系

$$\Delta l \cdot \cos\theta = \Delta y$$

所以合力为

$$f = k \frac{q_1 \lambda}{R_1^2} \sum \Delta l \cdot \cos\theta = k \frac{q_1 \lambda}{R_1^2} \sum \Delta y = f_0 \cdot 2R$$

证法二 设想一盒宏观上静止不动的空气,忽略空气自身的重量(或引力可略的宇宙空间中一盒空气),空气压强为 p 。在盒内考察厚度为 t ,上、下底面为半径等于 R 的半圆柱体中的空气。由于空气静止不动,又不考虑空气自身的重量,所以这部分空气所受外部空气的压力之和为零。显然,半圆形两底面上所受的力必相互抵消,则半圆形圆弧侧面所受到的合力一定等于直径处平面形侧面所受的合力。若用底面上半圆和直径的线度来描述侧面所受的作用力, $f_0 = p \cdot t$ 描述单位长(或单位弧长)所受的作用力,全部侧面所受合力为零,可以得到圆弧形侧面受到的合力 f 与平面形侧面受到的合力的平衡关系式