

2020

高等数学

小白进阶高分指南

考研数学一、二、三通用

主编◎张松美

专为零基础小白、期末备考、考研复习者编写

在线秒答疑、扫码看视频、彻底吃透高数

零基础超解读
做题上手更易

疑难处秒回复
扫除备考障碍

重视归纳总结
温故举一反三

重视计算能力
小白高分必达



中国财经出版传媒集团
中国财政经济出版社

ISBN 978-7-5131-5533-3
定价：39.80元


本书编委会

2020 高等数学小白进阶高分指南

主编 张松美



张松美主编 张松美 著
ISBN 978-7-5131-5533-3

 中国财经出版传媒集团
中国财政经济出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

2020 高等数学小白进阶高分指南/张松美主编. —北京: 中国财政经济出版社, 2019. 2
ISBN 978-7-5095-8599-3

I. ①2… II. ①张… III. ①高等数学 - 研究生 - 入学考试 - 自学参考资料 IV. ①O13
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 246692 号

责任编辑: 樊 闯

责任校对: 黄亚青

封面设计: 陈宇琰



群名称: 考研数学小白进阶高分
群 号: 785733425

中国财政经济出版社出版

URL: <http://www.efeph.cn>

E-mail: cfeph@cfeph.cn

(版权所有 翻印必究)

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮政编码: 100142

营销中心电话: 010-88191537 北京财经书店电话: 64033436 84041336

北京富生印刷厂印刷 各地新华书店经销

787×1092 毫米 16 开 31.75 印张 758 000 字

2019 年 3 月第 1 版 2019 年 3 月北京第 1 次印刷

定价: 60.00 元

ISBN 978-7-5095-8599-3

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

本社质量投诉电话: 010-88190744

打击盗版举报热线: 010-88191661 QQ: 2242791300

前言

本书编委会

主 编：张松美

编 委：毛丽君 宋 树 于广译 朱庆宇

送给自己以及

比自己还重要的你

TO: _____

我们一起学习吧

_____年____月____日

前 言

为帮助各位考生在短期内能看懂并掌握历年真题，快速提高数学的应试成绩，作者在对真题进行深入研究的基础上，将其归纳、分类、整理，结合作者多年来在考研辅导班上的一线经验以及考生备考的特点及其成绩反馈，按照最新《考试大纲》的要求，对考试要求进行了详细解读，编写了这套考研数学小白进阶高分指南系列丛书。

在备考过程中，不少同学想走捷径，期望速成。导致的问题是：一方面自己想要考高分心情急迫，另一方面要完成的学习任务太多，自己的能力和时间 hold 不住，无法化解期望和现实的巨大落差，引起自我满意度不断下降，造成浮躁的情绪，形成巨大的心理压力。并且，越是浮躁越是对自己学习不满，越是不满越浮躁，就越想找个捷径，期望功效如太上老君的仙丹，立马变神仙，急切地想结束这件事情。

那该怎么办呢？一是正视自己的现状，调低自己的期望；二是拿时间换成绩，一分耕耘一分收获。从这个角度出发，为化解考生的备考难题，我们编写了此书。

本书特色如下：

1. 零基础超解读，全书上手更易

在难度和要求上，考研数学课程不同于中学数学，前者入门难、技巧少，后者则入门容易、技巧较多。举个形象的例子来说明：学习高等数学就好比开飞机，本身能学会驾驶就已经很不容易了，所以只要能顺顺利利地从 A 飞到 B，再从 B 返回 A 就可以了，可不敢要求你表演空中杂技。而中学数学就像学骑自行车，几乎人人都能很快学会，但是要求做腾、挪、转、移各种杂技表演，各人水平自然参差不齐。因此，本书对于每道题的讲解均从读者已有的知识点出发，通过延伸、变换等引出最基本的概念、最基本的解法，让读者明白考点的来龙去脉，引导初学者快速入门，打牢基础，深刻理解考点的概念内涵和外延，把握重点难点，大幅提升解题实战能力。

2. 疑难处秒回复，扫除备考障碍

本书为读者提供了对应的二维码扫码课程（收费），我们的老师不仅讲解题目如何做，而且还会告诉你为什么老师能想得到，而你却想不到。题目考查的是哪个考点，怎么考查，还有哪些考查的方向，如何应对，视频讲解中都会提醒到位。同时，增加了倍速功能，真正做到“哪里不会点哪里”，提升效率，节省时间。我们为这套书籍配备了多位专门负责答疑的老师，读者可在视频下方直接提问。12 年以上教龄的老师主要回答综合类的问题，他们经验丰富，

能一针见血地指出初学者的症结所在，提供个性化的解决方案。

3. 重视归纳总结，温故举一反三

考试大纲规定的知识点 200 多个，一共 23 道题，3 个小时的做题时间，分析历年真题，可以看出每一道考题均涉及三个及三个以上知识点，综合性较强，且很大程度上是考查考生的条件反射能力，因此本书将知识点进行归纳总结，将零散的知识点归结成块，遇到类似题目能瞬间想到应对方案一、二、三，这样条理清晰，便于掌握，快速拿分。在备考时建议大家：第一遍是甄别，先看题目，做不出来看老师讲解，要是看了视频还是不会，就在视频底下提问，看明白了，合上书本视频，自己独立做一遍，做好错题本，第二天复习新东西之前，重做一遍，看能否做出来，若是做出来的话，就隔三天再做，若是三天后仍能做出就隔一星期再做一遍，若是还能做出来，那就隔两个星期再做一遍，以此类推，把题目弄熟。怎么样才算做熟题目了呢，就是做每道题时都要有个 deadline，小题不能超过 4 分钟，大题不能超过 10 分钟。并将题目按以下类别分类出来：(1) 规定时间内顺利做出来的；(2) 做出来但超时（标准小题不超 4 分钟，大题不超 10 分钟）；(3) 计算出错；(4) 题目技巧没想到；(5) 公式、结论记错的；(6) 没有思路的；(7) 做半截卡壳的。这样把会的全部剔除，不再看，减轻工作量，不会的做错的，重点刻意练习，练熟了再说；第二遍是刻意练习出问题的题目：练习顺序 (2) \Rightarrow (7) \Rightarrow (5) \Rightarrow (4) \Rightarrow (6) \Rightarrow (3)，重点是 (2) 以及 (7)。

4. 重视计算能力，小白高分必达

数学是客观性很强的一门学科，无论是选择题、填空题还是解答题，答案具有唯一性，说一不二，所以提高计算能力是取得高分的关键环节。计算能力的提高离不开大量习题的练习，只有通过做一个个的题目才能发现自己在计算方面存在的问题，比如最常见的上下数字抄错、遗漏负号、计算错误、看错数字、记错公式结论等，因此本书配置了适量的题目，一方面能有效提高考生的计算能力，另一方面也有利于考生学会在题目中运用知识点做题。

本书的写作，参阅了有关书籍，引用了一些例子，恕不一一指明出处，在此向有关作者表示感谢！感谢参编的每位老师，特别感谢朱庆宇老师的无私奉献和大力支持！感谢图书出版的每位工作人员，尤其是张军社长，在本书的出版中给予极大的支持和指导，对每一个细节严格把控，深表感谢。本书是考生考研路上的一块垫脚石，望考生利用好本书。

读者对象：

所有需要巩固基础的考研复习的考生，尤其是在职考研及跨专业考研的考生；

所有基础薄弱、想迅速提升数学解题能力的初学者及爱好者；

所有考研辅导机构用于提高授课能力的教师。

致读者：

本书由北京慧升教育科技有限公司的张松美老师编写。慧升教育是一家专业从事软件开

发、教育培训以及软件教育资源整合的高科技公司。本书的主要参编人员有毛丽君、宋树、于广译、朱庆宇。

感谢您购买本书，希望本书能成为您学习路上的好帮手。“零门槛”学习考研数学，一切皆有可能。祝您学习愉快！

由于编写时间仓促、编者水平有限，本书难免存在错误或不妥之处。如果您在使用本书的过程中发现书中的错误之处，可以反馈到“慧升考研微信公众号”，反馈错误超过 10 个的，我们将免费送您其余两本教材中的任意一本。有关本书错误之处的更改，请留意微信公众平台。

关于本书配套资源，请使用 慧升考研 APP 扫描下方二维码观看详细的操作说明。关注张松美老师的新浪微博领取个性化一对一复习计划的订制服务。

张松美老师微博



慧升考研微信公众号



使用说明观看二维码



目 录

第 1 章 微积分基础知识	(1)
1.1 笛卡尔坐标系	(2)
1.1.1 一维空间 (数轴)	(2)
1.1.2 二维空间 (平面)	(2)
1.1.3 三维空间	(2)
1.1.4 n 维空间	(3)
1.2 极坐标系	(3)
1.2.1 极坐标系中点的表示方法	(3)
1.2.2 极坐标系和直角坐标系的转换	(4)
1.2.3 关于极坐标的对称性	(5)
1.3 邻域	(5)
1.3.1 数轴上某点的邻域	(5)
1.3.2 平面上某点的邻域	(5)
1.3.3 空间内某点的邻域	(6)
1.4 函数	(6)
1.4.1 函数的定义与性质	(6)
1.4.2 函数的表示法	(8)
1.4.3 反函数	(8)
1.4.4 复合函数	(9)
1.4.5 基本初等函数	(11)
1.4.6 初等函数	(16)
1.4.7 特殊函数	(17)
1.5 经典曲线	(18)
1.5.1 圆	(18)
1.5.2 摆线 (仅数一)	(19)
1.5.3 螺线 (仅数一)	(21)
1.5.4 伯努利双纽线 (仅数一)	(22)

1.5.5 玫瑰线 (仅数一)	(22)
1.6 其他基础知识	(25)
1.6.1 数列基础	(25)
1.6.2 三角函数基础	(25)
1.6.3 其他重要结论	(28)
第2章 极限与连续	(30)
2.1 预备知识	(32)
2.2 数列的极限	(32)
2.2.1 数列	(32)
2.2.2 数列极限存在的准则	(35)
2.2.3 两个重要极限	(37)
2.3 函数的极限	(38)
2.3.1 函数在无穷远点处的极限	(38)
2.3.2 函数在点 x_0 处的极限	(39)
2.3.3 极限的性质	(41)
2.4 无穷小量及其比较	(44)
2.4.1 无穷小	(44)
2.5 无穷大	(51)
2.6 求极限的重要工具: 洛必达法则	(51)
2.6.1 洛必达法则 I ($\frac{0}{0}$ 型不定式)	(52)
2.6.2 洛必达法则 II ($\frac{\infty}{\infty}$ 型不定式)	(53)
2.6.3 其他不定式 ($0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, 1^∞ , 0^0 , ∞^0)	(54)
2.7 函数极限计算常犯错误	(58)
2.8 求极限的应用—求曲线的渐近线	(59)
2.9 函数的连续性	(60)
2.9.1 连续的定义	(60)
2.9.2 函数连续的充要条件	(61)
2.9.3 间断点	(61)
2.9.4 连续函数的性质	(62)
第3章 导数和微分的概念	(65)
3.1 导数的概念	(66)
3.2 导数的几何意义	(75)

3.3 高阶导数的概念	(76)
3.4 微分的概念	(78)
3.5 可导和连续的关系	(79)
3.6 导数与微分的联系	(80)
3.7 基本初等函数的导数	(80)
3.8 导数的四则运算法则	(81)
3.9 反函数的求导法则	(81)
3.10 复合函数的求导法则	(83)
3.11 隐函数求导法则	(85)
3.12 参数方程求导法 (仅数一、数二)	(85)
3.13 抽象函数求导	(86)
第4章 中值定理与导数应用	(89)
4.1 闭区间连续函数的性质	(91)
4.1.1 有界与最值定理	(91)
4.1.2 介值定理	(91)
4.1.3 平均值定理	(91)
4.1.4 零点定理	(91)
4.2 微分中值定理	(92)
4.2.1 费马定理	(92)
4.2.2 罗尔定理	(92)
4.2.3 拉格朗日中值定理	(94)
4.2.4 柯西中值定理	(95)
4.2.5 泰勒公式	(95)
4.2.6 积分中值定理	(96)
4.2.7 中值定理的推广	(96)
4.3 函数的单调性	(96)
4.4 函数的凹凸性	(97)
4.5 函数的极值	(98)
4.6 高等不等式的证明	(100)
4.6.1 利用微分中值定理证明不等式	(100)
4.6.2 利用单调性证明不等式	(100)
4.6.3 利用凹凸性证明不等式	(100)
4.6.4 利用极限和最值证明不等式	(100)

4.7	函数图形的绘制问题	(101)
4.8	曲率、曲率半径及曲率圆	(102)
4.9	题型归纳	(103)
第5章	不定积分	(122)
5.1	原函数(不定积分)的定义	(123)
5.2	不定积分的几何意义	(124)
5.3	原函数(不定积分)存在定理	(125)
5.4	可积的含义	(126)
5.5	不定积分的性质	(127)
5.6	不定积分的计算方法	(128)
5.6.1	换元积分法	(129)
5.6.2	分部积分法	(135)
5.6.3	分段函数的不定积分	(143)
5.6.4	含抽象函数的不定积分	(143)
5.6.5	有理函数的不定积分(仅数一、数二)	(144)
5.6.6	无理函数的不定积分(仅数一、数二)	(148)
5.6.7	三角有理函数的不定积分(仅数一、数二)	(150)
第6章	定积分及其应用	(157)
6.1	定积分的概念和几何意义	(159)
6.1.1	定积分的概念和定积分存在定理	(159)
6.1.2	定积分几何意义	(163)
6.2	定积分基本性质	(163)
6.3	积分中值定理	(164)
6.4	变限积分及其求导公式	(165)
6.4.1	变限积分的概念	(165)
6.4.2	变限积分的性质	(165)
6.4.3	变限积分的求导公式	(165)
6.5	广义积分	(166)
6.5.1	无穷区间上反常积分的概念与敛散性	(167)
6.5.2	无界函数的反常积分的概念与敛散性	(167)
6.5.3	敛散性的判别	(170)
6.6	函数的连续性、可积性以及与原函数存在性之间的关系	(171)
6.6.1	不定积分和定积分关系	(171)

6.6.2 函数的连续性、可积性以及与原函数存在性之间的关系	(173)
6.7 定积分的计算	(173)
6.7.1 利用函数奇偶性计算	(173)
6.7.2 利用函数周期性计算	(174)
6.7.3 换元积分法和分部积分法相结合计算	(175)
6.7.4 利用含参变量积分计算	(176)
6.7.5 利用公式计算	(177)
6.7.6 利用定积分定义计算定积分	(178)
6.8 定积分应用	(179)
6.8.1 求数列极限	(179)
6.8.2 微元法	(180)
6.8.3 一元函数积分学的综合应用	(197)
6.8.4 零点问题	(205)
第7章 常微分方程	(207)
7.1 微分方程的概念, 一阶与可降阶的二阶方程的解法	(209)
7.1.1 微分方程的概念	(209)
7.1.2 经典微分方程	(209)
7.1.3 几种特殊类型的一阶微分方程与某些可降阶的二阶方程的解法	(210)
7.1.4 伯努利方程	(215)
7.1.5 全微分方程	(215)
7.1.6 可降阶的高阶微分方程	(215)
7.2 二阶非齐次微分方程的解	(216)
7.2.1 二阶线性微分方程的概念	(216)
7.2.2 二阶线性微分方程的解的结构	(216)
7.2.3 二阶常系数齐次线性微分方程的通解	(217)
7.2.4 二阶常系数非齐次线性微分方程的特解	(217)
7.2.5 欧拉方程的解法	(220)
7.3 微分方程的应用	(221)
7.3.1 几何应用	(221)
7.3.2 含变上限积分形式的微分方程	(222)
7.3.3 变化率问题	(222)
7.3.4 牛顿第二定律	(223)
7.3.5 微元法建立微分方程	(224)

第 8 章 空间解析几何 (仅数一)	(225)
8.1 向量及其运算	(227)
8.1.1 几个常见的概念	(227)
8.1.2 几个特殊的向量	(227)
8.1.3 两个向量的关系	(227)
8.1.4 向量的运算	(228)
8.2 平面与直线	(231)
8.2.1 平面方程	(231)
8.2.2 空间直线	(232)
8.3 空间曲线与空间曲面	(233)
8.3.1 点面距离	(233)
8.3.2 旋转曲面	(234)
8.3.3 二次曲面	(235)
8.3.4 曲面及其组合图形在坐标面上的投影	(241)
8.3.5 常考平面交线图形	(242)
8.3.6 常考立体图形	(242)
第 9 章 多元函数微分法及其应用	(245)
9.1 二元函数的概念	(247)
9.1.1 二元函数的极限	(247)
9.1.2 二元函数的连续	(248)
9.1.3 常见疑问	(249)
9.2 偏导数的定义	(250)
9.3 高阶偏导数	(252)
9.4 可微	(253)
9.5 偏导数连续与可微	(256)
9.5.1 二元函数在某点连续、函数偏导数存在、可微、偏导数连续之间的关系	(256)
9.5.2 二元函数的四性关系	(257)
9.6 多元复合函数的求导法则	(257)
9.6.1 多元显函数的微分	(258)
9.7 多元隐函数的微分	(263)
9.7.1 多元隐函数微分的求解方法	(263)
9.7.2 关于隐函数存在的讨论	(265)

9.8	一元与多元复合函数的求导法则	(266)
9.9	多元与一元复合函数的求导法则	(267)
9.10	多元与多元复合函数的求导法则	(268)
9.11	全微分——多元函数改变量的近似计算	(272)
9.11.1	全微分近似公式	(272)
9.11.2	全微分的几何意义	(272)
9.11.3	多元函数的极值	(272)
9.11.4	最值的求解	(274)
9.12	多元微分学的几何应用 (仅数一)	(279)
9.12.1	空间曲线的切线与法平面	(279)
9.12.2	空间曲面的切平面与法线	(281)
9.12.3	方向导数	(283)
9.12.4	梯度	(286)
9.13	二元函数的泰勒公式 (仅数一)	(289)
第 10 章	二重积分	(291)
10.1	二重积分的定义及几何意义	(292)
10.1.1	二重积分的定义	(292)
10.1.2	二重积分的几何意义	(293)
10.2	二重积分的性质	(293)
10.2.1	二重积分的存在性	(293)
10.2.2	积分函数线性性质	(294)
10.2.3	积分区域可加性	(294)
10.2.4	单位性	(294)
10.2.5	保号性	(295)
10.2.6	保序性	(295)
10.2.7	有界性—估值定理	(295)
10.2.8	中值定理	(295)
10.2.9	奇偶对称性和轮换对称性	(296)
10.3	二重积分的计算	(298)
10.3.1	利用直角坐标计算二重积分	(298)
10.3.2	利用极坐标计算二重积分	(299)
10.3.3	Γ 函数简介	(303)
10.3.4	积分次序选择问题	(304)

10.3.5	分段函数的二重积分	(305)
10.3.6	二重积分不等式的证明	(305)
10.4	二重积分的应用	(306)
第 11 章	三重积分	(308)
11.1	三重积分的概念	(309)
11.1.1	三重积分的定义	(309)
11.1.2	三重积分的性质	(310)
11.1.3	坐标系	(310)
11.2	三重积分的计算	(311)
11.2.1	直角坐标系下的三重积分计算	(311)
11.2.2	柱坐标下三重积分的计算	(312)
11.2.3	球面坐标系	(313)
11.2.4	关于“平移穿线穿面定限法”	(317)
11.2.5	直角坐标化极坐标、球面坐标、柱面坐标问题	(320)
11.2.6	针对立体感不好的学生的“权宜”定限办法	(325)
11.2.7	用对称性简化积分计算	(326)
11.3	三重积分的应用	(328)
11.3.1	平面薄片的质心	(328)
11.3.2	平面薄片的转动惯量	(329)
11.3.3	引力问题	(329)
第 12 章	曲线、曲面积分	(335)
12.1	曲线曲面概况	(336)
12.1.1	曲线曲面积分的初步印象	(336)
12.1.2	曲线、曲面积分的基本知识储备	(337)
12.2	第一型曲线积分	(339)
12.2.1	定义	(339)
12.2.2	性质	(340)
12.2.3	计算	(340)
12.3	第一型曲面积分	(343)
12.3.1	定义	(343)
12.3.2	性质	(343)
12.3.3	计算	(344)
12.4	第二型曲线积分(对坐标的线积分)	(347)

12.4.1	定义	(347)
12.4.2	性质	(348)
12.4.3	两类线积分的关系	(348)
12.4.4	计算	(349)
12.5	第二型曲面积分(对坐标的曲面积分)	(363)
12.5.1	定义	(363)
12.5.2	性质	(364)
12.5.3	两类曲面积分的联系	(364)
12.5.4	计算	(364)
12.5.5	曲线、曲面积分的方向问题总结	(379)
12.6	场论初步	(380)
12.6.1	梯度	(380)
12.6.2	通量	(380)
12.6.3	散度	(380)
12.6.4	旋度和环流量	(382)
12.7	多元积分学的应用	(389)
12.7.1	必背的公式及结论	(389)
12.7.2	几何应用	(390)
12.7.3	物理应用	(390)
第 13 章	无穷级数(仅数一、数三)	(392)
13.1	常数项级数	(393)
13.1.1	级数的概念和性质	(393)
13.1.2	性质	(395)
13.1.3	级数的敛散准则	(396)
13.1.4	任意项级数敛散	(401)
13.2	幂级数	(403)
13.2.1	幂级数定义	(404)
13.2.2	幂级数的收敛半径,收敛区间及收敛域	(408)
13.2.3	幂级数和函数	(413)
13.2.4	函数的幂级数展开	(418)
13.3	傅里叶级数(仅数一)	(423)
13.3.1	三角函数及其正交性	(423)
13.3.2	傅里叶级数	(423)