



初中学科考试命题研究丛书

浙江省教育厅教研室组织编写 丛书主编 任学宝

数学命题技术研究

许芬英等 编著



初中学科考试命题研究丛书

浙江省教育厅教研室组织编写 丛书主编 任学宝

数学命题技术研究

许芬英等 编著

图书在版编目(CIP)数据

数学命题技术研究 / 许芬英等编著. —杭州:浙江教育出版社, 2017. 12

(初中学科考试命题研究丛书)

ISBN 978-7-5536-6743-0

I. ①数… II. ①许… III. ①中学数学课 - 考试 - 命题 - 研究 - 初中 IV. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第315485号

责任编辑 王婷婷

责任校对 余晓克

美术编辑 曾国兴

封面设计 刘欣

责任印务 曹雨辰

初中学科考试命题研究丛书

数学命题技术研究

CHUZHONG XUEKE KAOSHI MINGTI YANJIU CONGSHU

SHUXUE MINGTI JISHU YANJIU

许芬英等 编著

出版发行	浙江教育出版社 (杭州市天目山路40号 邮编:310013)
图文制作	杭州大漠照排印刷有限公司
印 刷	杭州富春印务有限公司
开 本	710 mm × 1000 mm 1/16
印 张	21
字 数	312 000
版 次	2017年12月第1版
印 次	2017年12月第1次印刷
标准书号	ISBN 978-7-5536-6743-0
定 价	45.00 元

版权所有·侵权必究

联系电话 0571-85170300-80928

电子邮箱 zjjy@zjcb.com

网 址 www.zjeph.com

浙江省教育厅教研室教学用书

编委会

主 任 任学宝

副 主 任 柯孔标 丁亚平 张 丰 滕春友

成 员 (以姓氏笔画为序)

方张松 任雪明 孙 宏 李冬梅 张兰进

钱万军 梁 旭 喻伯军

本书编著人员 王华鹏 朱先东 许芬英 时爱荣

赵立民 周伟扬

前言

改进教学测验： 从命题技术与推广开始

美国教育学家拉尔夫·泰勒认为，评价是课程管理的重要环节。评价过程是判断课程和教学计划在多大程度上实现教育目标的过程。无论是一门学科的教学，还是一个单元或一节课的教学，教师都要对照教育计划评价教育目标的达成情况。评价既是教育质量保障体系的重要方面，又是促进学生有效学习的重要方法。

纸笔测试是最常见的教育评价方式。试卷质量的好坏对中小学教育教學的影响很大。质量好的试卷会给教师正确的导向，粗制滥造的试卷会让“题海训练”泛滥。因此，命题无小事！命制试卷是一项貌似普通实则艰巨的任务。改进教学测验需要精益求精的努力，这是一项永无止境的事业。

浙江省教育厅教研室（以下简称“省教研室”）一直把提高中考命题质量作为指导初中教学、推动教学改革的重要着力点。2000年，浙江省教育厅将中考命题权下放到地市后，委托省教研室开展各地市中考试卷质量评价工作。这既是对考试命题工作的管理，又是对考试命题的研究与指导。在此后的十多年里，中考试卷质量评价与中考命题人员培训活动每年举办一次，一直坚持至今。自2012年起，省教研室改进了中考命题人员培训方式，采用以“做中学”“同伴学”为特征，包括两轮实战磨卷和关于命题技术的生成性讨论的“实践研修模式”，提高了中考命题研究的水平，加强了中考命题队伍的建设。

在随后的几年中,浙江省将试卷质量评价、命题人员研修、教学导向分析、考试说明修订以及命题技术研究等工作系统地结合在一起,形成独具特色的、对初中阶段教育产生重要影响的工作项目。2016年7月6日,《中国教育报》刊登了《以中考为“穴”,谋教学新局》一文,介绍浙江省加强中考命题研究,推动教学改革的经验。

在这些年的命题技术研究相关工作中,我们积累了大量的学科、学业评价的资料,积极发展基于实践的学科命题理论;我们也真切地感受到一线教师期待命题指导的迫切需求,努力尝试有效提高命题能力的研修模式。为将我们的思考和研究惠及广大教师,更广泛地提高学科命题水平,改进教学测验和评价,2016年,省教研室启动初中学科评价研究项目,组织相关教研员和骨干教师研究编写“初中学科考试命题研究丛书”,希望能够深入浅出、理论联系实际地阐述测验与评价原理,帮助广大学科教师掌握命题基本技能,促使区域性的大规模考试和学校教学测验都能更加科学、有效,积极促进教师的教和学生的学。

经过一年多的编写以及数次修改,基于多年实践研究、详述各学科测验与评价的这套书终于呈现在大家面前。“初中学科考试命题研究丛书”包括语文、数学、英语、科学和社会科五册。在丛书的构思与编写过程中,我们希望能体现以下特点:

第一,方向性。教学测验必须体现课改方向,助推教学改革。本套丛书坚持“基于标准,能力立意;易而不死,活而不难”的命题原则,强调各学科要突出基础性、应用性和工具性,使考试评价与学生生活及现代社会相联系,考查学生在真实情境中运用所学知识独立思考、分析问题与解决问题的能力。

第二,专业性。本套丛书分学科编写,力求体现各学科的特点。同时,编写立足于课程标准,严格按照考试说明的相关要求,在阐述命题理论和进行命题实践时,努力指向中国学生发展核心素养和各学科核心素养的内容。

第三,前瞻性。PISA(国际学生评估项目)测评、SOLO(可观察的学习成果结构)分层评价等测评理论和方法,对当前的评价产生积极而重要的影响。本套丛书努力吸收这些先进的评价思想,学习这些测试方法,用

以分析浙江省的中考试题,科学评判试题的价值,总结命题技术。

第四,实践性。本套丛书的最大特点是来自实践并指向实践。每册书以近年来被广泛认可的优秀中考试题为基础,深入阐释学科原理,注重命题技能的实训,以满足一线教师研习命题技术之所需。

第五,实用性。本套丛书在编写时坚持以读者为中心,充分考虑读者的需求,突出“如何命题”的程序性知识。每册书的作者在运用相关理论对优秀试题进行命题技术解析时,力求做到让一线教师看得懂、学得会、用得上。

我们认为,不会设计作业的教师未必是合格的教师,不会命制试卷的教师很难成为真正的优秀教师。我们希望各地重视一线的命题研究与辅导,积极推广基于自主命题的校本研修,让教师在真实的命题实践中提高命题以及把握教学标准的能力。本套丛书正是迎合一线教师这一需求而推出的学科命题研究著作,也可作为命题技术培训用书。衷心希望本套丛书能带给读者多样化、深层次和具有成长性的启发,切实引导广大教师更新命题观念,转变命题行为,以此促进广大教师的专业发展。

尽管我们在写作中一直本着严谨的态度不断修改和订正,本套丛书难免还有纰漏,恳请各位专家和教师不吝赐教。

浙江省教育厅教研室

2017年8月20日

第一章 考试命题概述	1
第一节 考试的类型与功能	1
第二节 命题的价值取向与操作流程	13
第二章 试卷质量指标的控制	31
第一节 导向性控制	31
第二节 科学性控制	38
第三节 适标性控制	45
第四节 有效性控制	53
第五节 难易度控制	61
第三章 数学核心素养测试题的编制	68
第一节 空间观念	68
第二节 几何直观	92
第三节 数据分析观念	101
第四节 运算能力	119
第五节 推理能力	135
第六节 模型思想	155
第七节 应用意识	175
第八节 创新意识	188

第四章 新颖试题的编制..... 203

第一节 从生活中寻找素材编题..... 204

第二节 从教材中选取素材编题..... 214

第三节 设置新的信息与操作探究中编题..... 226

第四节 在适度开放中编题..... 235

第五节 从教与学的过程中选取素材编题..... 240

第五章 参考答案与评分标准的编制..... 245

第一节 选择题参考答案与评分标准的编制..... 245

第二节 填空题参考答案与评分标准的编制..... 254

第三节 解答题参考答案与评分标准的编制..... 259

第六章 试卷质量评价与反馈 271

第一节 试卷质量评价..... 271

第二节 试题质量评价..... 288

第三节 试卷质量报告..... 310

后 记 326

第一章 考试命题概述

考试在我国已有一千多年的历史,从古代的科举考试(古代读书人参加的人才选拔考试),到现代的高考、初中毕业升学考试,各种选拔人才、工作人员的资格考试等,都以考试的结果为录取标准。考试,在一定程度上起到了维护公平、公正的作用。

当前的考试有哪些类型?考试的命题应遵循哪些原则,有什么方法和策略?本章将对这些问题进行介绍。

第一节 考试的类型与功能

考试是依据一定的心理学和教育学理论,通过试题作用于学生,根据学生的反应情况,对学生的心理特质和教育情况进行描述的过程,它是一种间接的测量。

人的知识、智力和技能虽然是存在于人脑中的一种主观的东西,但也具有可测量性。因为,人们通过各种方式所获得的知识、智力和技能必然要通过各种实践活动表现出来,然后转化为客观的东西;而只要是客观存在的东西,人们便能感知它、反映它,并且能够反映出不同个体之间的差别。考试虽然并不是测量知识、智力和技能的唯一方法,却是迄今为止人们创造的诸多测量方法中,比较客观、公正、准确、高效的一种方法。

考试可分为广义和狭义两种。广义的考试,泛指人类社会一切测度和甄别人的身心各方面的群体或个体差异的活动,如体能测验、性格测验、单元测验、期中考试、期末考试、毕业考试、升学考试、教学效果诊断考

试、业务考核、各种竞技比赛等。凡人类社会具有测度、考查、检验、评鉴和甄别人的德、学、才、识、体等个别差异作用的活动,都属于考试的范畴。狭义的考试,是由主试者根据一定的社会要求,在一定的场所,采取一定的方式、方法,选择适当的内容,对应试者的德、学、才、识、体诸方面或某方面进行的有组织、有目的的测度或甄别活动。

一、考试的基本类型

当前,初中数学考试有以下这些类型:入学考试、单元测验、期中考试、期末考试、模拟考试、毕业考试、毕业升学考试、竞赛、教学质量监测等。

下面,我们从考试的规模、考试的对象、考试的方式等几个维度分别讨论不同类型的考试。^①

(一) 根据考试的规模分类

根据考试的规模分类,有校内考试,如单元测验、期中考试、期末考试、毕业考试等;有校外考试,如初中毕业升学考试、竞赛、教学质量监测等,这些常称为大规模考试。

单元测验。这是最常用的一种测试形式,往往不作或少作专门的复习准备,一般在按照教学计划正常教学时进行。单元测验的试题,较少使用综合题,较多使用客观性试题,其作用是检测学生对概念是否清楚,对方法是否理解。单元测验中,涉及前单元知识的综合题的分值也不宜过多。

期中、期末考试。期中或期末考试是为了检测学生半学期或全学期所学知识进行的考试,它有利于学生比较正式地检测这段时间学习的水平。根据考试成绩,学生可及时地调整学习心态和方法,更有效率地进行下一阶段的学习。

毕业考试。这项考试属于目标参照性考试,考试内容是初中阶段课程标准和教材要求的全部内容。通过毕业考试,我们可以检验学生是否

^① 任子朝. 中学生数学学业测试研究[M]. 北京:教育科学出版社,2001.

达到毕业水平。

初中毕业升学考试。这项考试也常称为中考,是选拔性考试,但又是建立在义务教育基础上的选拔性考试。初中毕业升学考试要考虑初中学生升入高中后继续学习的潜在能力,但高中教育仍属于基础教育的范畴,因此,它既要考查基础知识、基本技能和基本思想、方法,又要考查学科能力。

竞赛。学科竞赛是锻炼人智力的、超出教材范围的一种特殊的考试。它的考试内容的难度远大于中考,一般涉及高一级学校学习的内容,需要补充大量知识,思维量要求大,且要求思维进行快速判断,灵活性很强,熟练度很高。

教学质量监测。质量监测常在义务教育阶段进行,有国家、省、市等各级的监测,它可以为各级教育行政部门提供教学质量报告。对义务教育实施情况的定期监测,特别是对一些关键区域、关键问题的跟踪监测,可以呈现学生在具体的知识技能、过程方法等方面的优势与不足,反映地方、学校在教育决策中存在的问题,客观、深入地描述义务教育的质量,使各级政府能够及时掌握义务教育的动态信息,从而为政府和教育行政部门制订教育发展规划、进行科学决策提供依据。国家教学质量监测也能向学校、教师、学生以及家长提供有针对性的反馈报告。反馈报告不仅能描述当下学生的学习质量,而且可以通过对不同地区、不同年级、不同背景的学生学习质量的比较,找到影响学生学习质量的因素。报告能提供关于教学改善和学习改进的指导性意见,为教师教学的改进和学生学习质量的提高提供专业支持。

(二) 根据考试的作答方式分类

根据考试的作答方式分类,考试可以分成笔试、口试和操作考试。

笔试是数学考试的主要形式,应试者书面回答主试者的问题,是笔试的基本特征。笔试具有实施经济、内容深广、质量易控、结果客观等特点,但也存在许多不足,如对应试者素质与智力的检测,除对记忆性知识、记忆能力、文字表达、逻辑推理能力、独立判断能力等是直接检测外,对应试者其他能力的检测多属间接检测,缺乏实证性。笔试有开卷和闭卷之分,

两者在检测应试者知识与能力方面各有所长。

口试的目的是考查学生思维的敏捷性、灵活应变能力和口头表达能力。同时,由于口试能够根据学生的反应及时调整发问的难度,所以它可以更准确地检测学生的水平和能力。

操作考试是一种要求学生通过实物模型、尺规教具去直接感知事物和探索事物的考试。它对促进学生动作技能、研究技能乃至诸多心智技能的发展都具有重要而独特的作用。

我们常把口试、操作考试等形式的考试称为表现性评价,它是通过客观测验以外的行动、表演、展示、操作、写作等更真实的表现来评价学生的口头表达能力、文字表达能力、思维能力、创造能力、实践能力的评价方法。

表现性评价是指对学生在实际完成某项任务或一系列任务时所表现出的,在理解与技能方面的成就的评定,也指对学生在具体的学习过程中所表现出的学习态度、努力程度以及问题解决能力等一些测验所无法反映的深层学习指标的评定。表现性评价比较适合于评定学生运用知识的能力,学科之间内容整合的能力,以及决策、交流、合作等能力。

(三) 根据考试的解释分数的方法分类

根据解释分数的方法分类,考试可分为常模参照考试和标准参照考试。

考试既可以衡量学生的相对水平,又可以衡量学生的实际水平。我们把用于衡量学生相对水平的考试称为常模参照考试,把用于衡量学生实际水平的考试称为标准参照考试。所谓“常模”,就是指学生群体在该考试中的平均成绩,某个学生学习的好坏,是以该生的成绩和常模(平均分)比较而定的,因此这种考试是相对的。所谓“标准”,就是指某门课程既定的标准,在标准参照考试中,以学生是否达到标准来确定学生成绩的好坏,因此标准参照考试不是参照别人的学力水平来决定名次,而是参考某把事先规定好的“尺子”来决定学习成绩,这种考试是绝对的测量。

相对测量最大的优点是客观性强,经过近百年的发展,相对测量已有一套完整的测量和统计方法,它适用于竞争性较强的选拔性考试,如高

考、初中毕业升学考试。其缺点在于学生的成绩和教育目标无直接联系,缺乏教育意义。绝对测量是指以预先规定的学习目标为测量基础,测量每个学生的达标程度。绝对测量的最大优点在于学生成绩和教育目标相联系,具有教育意义,如初中、高中毕业会考。

如果仅仅从卷面上分析,很难区分出常模参照考试与标准参照考试的不同之处。两者都可以使用相同的测试方式,甚至是相同的试题,两者的答题指令也相似,两者的试卷都可以为标准化试卷。然而,尽管两者有上述这些共同点,但是它们之间也有不少重要的差异。首先,两者的测试目的不同。常模参照考试的目的是将考生与考生作比较,以区别每个考生成绩的好坏。而标准参照考试则将考生与事先规定的标准作比较,以描述考生的行为,决定考生是否达到标准,评估教育或训练计划的成败。其次,考试的内容细则有差异。这是指在程度上,标准参照考试比常模参照考试的内容细则更详细、更明确,可以用于解释考试分数。再者,选题标准不一样。常模参照考试的选题标准往往取决于试题的统计数据。一般而言,难度值在 $0.3\sim 0.7$ 之间,区分度值高于 0.3 的试题,都被认为是好题。最后,对考分的解释不一样。常模参照考试对考分不作推论,解释考分的基础是某些参照群体的行为。相反,标准参照考试对考生解答特定试题的表现不感兴趣,感兴趣的是将考生考试时的行为扩展到更广泛的能力范围。常模参照考试的成绩常用百分制,标准参照考试的成绩常用等级制。

常模参照考试和标准参照考试各有其用途。常模参照考试被广泛地应用于教学和教育管理的各个领域,其主要用途有二:一是用于各种目的的甄别、分类和选拔,如比较学生成绩的好坏,将学生按程度分高、中、低班,招收大学本科生和研究生等;二是用于教学的例行公事,如记录学生各门学科的成绩,以便作为毕业和升学的凭证。当前初中阶段的常模参照考试有期中考试、期末考试、初中毕业升学考试等。标准参照考试常用于职业考核和证书考试,如医生资格、律师资格、驾驶执照考试等。在学校里,标准参照考试用于衡量教学计划是否成功,发现学生学业的不足之处,追踪学生的学习进展。当前初中阶段的标准参照考试有口试、实践考试、毕业考试等。

（四）根据考试的顺序分类

根据教学中运用考试的一般顺序来分,考试可分为安置性考试、形成性考试、诊断性考试和终结性考试。

安置性考试,是在学期开始或单元教学开始时,确定学生现有水平,以便有针对性地做好教学安排而常用的测试。它能得到以下信息:一是学生是否具备学习这一课程或这一单元所必需的基本知识和技能。二是对于将要学习的新内容,学生已经了解与掌握了哪些内容。测试结果可以提示教师,在教学过程中应如何妥当地处理教材内容,哪些内容可以跳过去不讲或简要概括讲解即可,哪些内容要详细地讲。三是不同学生的学习能力、学习兴趣、学习习惯和学习特点是什么。测试结果可向教师提供有关教学模式和教学安排的信息,以便教师考虑要不要采用分组教学的方法,要不要变换教学模式等。当前学校常采用的摸底考试(或者学习某一项内容前的考试,即前测)就属于安置性考试。

形成性考试,是通过诊断教育方案或计划、教育过程与活动中存在的问题,为正在进行的教育活动提供反馈信息,以提高实践中正在进行的教育活动质量的测试。一般来说,形成性考试不以区分评价对象的优良程度为目的,不关注对被评对象的分等鉴定。日常的一些考试,包括课堂学习活动评比、日常家庭作业评定、课外活动参与点评、学习效果自评、学习档案、问卷调查、访谈、家长对学生学习情况的反馈与评价、平时测验等都属于形成性考试。

诊断性考试,是指为探测与确定学习困难的原因而进行的一类测试。虽然各种测试都具有一定的诊断功能,但诊断功能的实现程度却因测试设计类型的不同而不同。诊断性考试能发现那些用形成性考试难以准确辨别的学习困难,这些困难往往是学习困难者较长期存在且会周期性出现的认知缺陷。如果一个学生总是在计算时出现不必要的错误,并且教师试着采用不同的辅导方法后,该学生仍不能得到显著改进,就需要对其进行更专门、更详细的学习困难诊断。如同医生看病一样,教师要从学生学习困难的根源去探测,施以由专家命题的学业诊断性考试。

终结性考试,是指在教育活动发生后关于教育效果的判断。一般来

说,它与分等鉴定、关于受教育者和教育者个体的决策、教育资源分配的决策相联系。学校的期末考试或毕业考试、结业考试等定量评价,以及项目报告、小论文、表演或演示等形式,都属于终结性测试。

二、考试的基本教育功能

考试的基本教育功能是指考试对学校和教育发展所起的作用。考试之所以具有教育功能,是由考试的自身特点以及考试与教育之间的关系决定的。从考试的自身特点看,它具有检查和评价教育效果的作用。这样,考试不仅成为教育过程中的组成部分,而且还成为教育管理的重要方法。

(一) 考试的基本教育功能的表现形式

考试的基本教育功能主要表现在以下几个方面:

1. 考试具有诊断和反馈功能。

考试的诊断是指教育者借助考试的结果来分辨优劣,诊断出问题所在及出现原因,以便进一步帮助学生认识问题、解决困难、渡过难关。考试成绩对学生形成信息反馈之后,学生可以根据反馈的信息对学习行为进行自我调整。由于学生存在个体差异,不同学生的自我调整能力是不同的,因此教师需要根据考试结果对学生的类型、知识结构和能力发展水平进行较为合理的诊断,根据诊断结果,分清不同的对象,采取不同的方法,矫正错误,弥补缺陷。教师在用考试的方式对学生进行诊断时,要注意两个问题,即保证诊断的正确性和把握诊断结果使用的分寸。诊断的正确性,要求教师对考试失败的原因的判断必须准确无误,以便对学生在学习中存在的问题对症下药。教师使用诊断结果时,注意要让学生能够接受,并愿意改正自己的缺点,这样学生就会自觉地调整学习方法和学习态度,迎头赶上。

在教育领域,考试作为一种检查学习效果的手段有一定的反馈作用,反馈的结果能对学生起激励作用。由于考试结果可以反映被试者对知识掌握的程度以及问题所在,所以被试者往往会十分关心自己的考试成绩。当考试成绩作为一种信息反馈给被试者时,考试就会对被试者产生很大

的影响。学生一般把考试结果的形成归为四种原因,即个人能力、努力程度、考试难度和个人的运气。成绩好的学生一般会产生自豪感,多数人会把成功的原因归为运气和努力。而成绩差的学生可能会产生一种羞耻感,他们面对失败会表现为两种类型,一种把考试成绩差的原因归于个人能力和努力程度不够,他们一般表现为能够和愿意接受帮助,继续努力迎头赶上;另一种把考试成绩差的原因归于考试难度太大和自己运气不好,这部分学生不愿继续努力,缺乏学习的动机。可见,考试反馈的信息对学生学习动机的影响很大。成绩好的学生以及虽然成绩差但把失败原因归为个人能力和努力程度不够的学生,对于考试反馈信息的反应是积极的,他们能够适当地调整自己的学习方式,并加倍努力学习,以便进一步取得好成绩。相反,对成绩差又把原因归为考试难度太大和运气不好的学生,考试反馈的信息往往会使这部分学生产生自暴自弃的想法。那么,如何利用考试的信息反馈作用调动学生的学习积极性,以及分清哪些学生可以强化反馈,哪些学生应弱化或延迟反馈,就成为教师必须注意的问题。

2. 考试具有引导和导向功能。

考试,尤其是大规模考试,怎样考、考什么、效果如何,都会立即引起学生、教师、学校、学生家长及社会的高度重视,并使他们的学习和工作紧紧地围绕着考试展开。考试既能反映教学的基本任务,又促使教学双方完成教学任务,并检验教学目标实现的程度,可以能动地调整教学双方的情绪和节奏。所以,有人说考试就像一根神奇的“指挥棒”,考试的要求指向哪里,教师和学生就会向哪里去努力,以期达到考试的要求,取得优异的考试成绩。考试的内容、考试的重点、试题的结构等都对教学起着十分重要的导向作用。因此,对考试和命题的研究就显得尤为重要,我们要充分发挥考试的“正能量”,利用考试引导教学及教育管理工作,明确教育方向、强化目标意识、改进教学方法。

3. 考试具有激励和强化功能。

考试是检查教学效果的重要手段,能否在考试中取得优异成绩是衡量教与学有效性的重要指标。考试可以激励学生平时认真学习,考前认真复习,以取得优异的考试成绩。一般来说,考试成绩优秀,体现学生学习的成功,促使他们更加勤奋地学习;而考试成绩不理想也能刺激学生勤